



**Centro de Investigación y de Estudios
Avanzados del Instituto Politécnico
Nacional**

UNIDAD ZACATENCO

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

**Control de Seguimiento de un exoesqueleto Basado
en Impedancia y Admitancia**

Tesis que presenta:

Ing. José Adolfo Perrusquía Guzmán

para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

en la especialidad de

Control Automático

Directores de la tesis:

Dr. Wen Yu Liu

Dr. Alberto Soria López

Ciudad de México

Agosto, 2016

AGRADECIMIENTOS:

Agradezco a la vida y a Dios por permitirme existir y darme la oportunidad de aprender, crecer y ser.

Agradezco a mis padres Adolfo y Graciela quienes me han brindado su apoyo, comprensión, soporte y sacrificios para lograr mis objetivos.

Por todo el amor brindado y porque sé que siempre estarán ahí, los amo con todo mi ser.

Gracias al Dr. Wen Yu por aceptarme como su alumno, y brindar su asesoría, consejo y guía en el transcurso del trabajo. Por su paciencia y tolerancia ante un alumno un poco complicado.

Gracias al Dr. Alberto Soria por toda su paciencia y disponibilidad ante todas las problemáticas y dudas que surgieron durante el trabajo.

Gracias por los consejos, experiencia y apoyo brindado.

Agradezco a todas las personas que me han apoyado en esta nueva etapa de mi vida: a mi hermano Fer por su comprensión y demostrarme que siempre se puede salir adelante. A mis amigos dentro del CINVESTAV que estuvieron al pendiente de mis avances y me brindaron ideas, consejos y risas. A los investigadores dentro del departamento, que gracias a sus enseñanzas obtuve nuevas herramientas que facilitaron la realización del trabajo.

Agradezco de todo corazón a cada una de las persona que me han apoyado, al CINVESTAV y CONACyT por proporcionarme los medios intelectuales y monetarios para cumplir esta nueva etapa y sustentar mis estudios.

¡Gracias a todos!

José Adolfo Perrusquía Guzmán

“El verdadero sabio sólo es riguroso consigo mismo; con los demás es amable.”

PLUTARCO

Índice general

Índice de Figuras	V
Índice de Tablas	IX
Resumen	XI
Introducción	1
Esquemas de Control de Interacción hombre-máquina	3
Estado del Arte	5
Motivación	7
Objetivos	8
Estructura de la tesis	9
1. Modelo del exoesqueleto	11
1.1. Cinemática directa	12
1.2. Cinemática Inversa	16
1.3. Jacobiano	19
1.3.1. Principio de trabajo virtual	20
1.3.2. Singularidades	20
1.4. Dinámica	22
1.4.1. Propiedades del modelo dinámico	24
1.4.2. Propiedades del Jacobiano	25
1.4.2.1. Matrices no cuadradas	25
1.5. Simulaciones	27
1.5.1. Cinemática Directa	27
1.5.2. Cinemática Inversa	28

1.5.3. Dinámica	29
2. Control del exoesqueleto por Impedancia y Admitancia	31
2.1. Impedancia y Admitancia	31
2.2. Modelo del ambiente	37
2.2.1. Determinación de la Frecuencia Natural del Sistema y el Radio de Amortiguamiento	38
2.2.2. Determinación de los coeficientes de Rigidez y Amortiguamiento del Ambiente	39
2.2.3. Mínimos Cuadrados Recursivos (MCR)	41
2.2.4. Identificación Adaptiva (IA)	41
2.2.5. Convergencia de los parámetros	42
2.3. Modelo Cartesiano del Exoesqueleto	44
2.4. Esquemas Tradicionales por Impedancia y Admitancia	45
2.4.1. Solución al Comando de Impedancia	45
2.4.2. Control de Impedancia Basado en Modelo (CI-BD)	47
2.4.3. Control de Impedancia basado en Posición (CI-BP)/Control por Admitancia	48
2.4.4. Problema de precisión y robustez en el Control por Impedancia/Admitancia	49
2.4.4.1. Precisión y Robustez del CI-BD	50
2.4.4.2. Precisión y Robustez del Control por Admitancia	51
2.4.5. Ejemplos	51
2.5. Control por Admitancia con Compensación Adaptable de Gravedad	59
2.5.1. Propiedades de la referencia nominal y Regresor	61
2.5.2. Estabilidad	62
2.6. Control PID de Admitancia	63
2.6.1. Estabilidad	64
2.7. Control PID deslizante de Admitancia	66
2.8. Control por Admitancia con Usuario en lazo cerrado	67
2.9. Ejemplos	68
3. Resultados Experimentales	79
3.1. Características de Hardware y Software	79
3.1.1. Características de la PC	79

ÍNDICE GENERAL

3.1.2.	Protocolo de Comunicación CAN	80
3.1.3.	Sensor de Fuerza-Par	82
3.1.3.1.	Descripción mecánica	83
3.1.3.2.	Datos técnicos	85
3.1.3.3.	Control/Programación	86
3.2.	Robot Pan y Tilt	87
3.2.1.	Cinemática y Dinámica	87
3.2.2.	Control por Impedancia y Admitancia	92
3.2.2.1.	Simulación 1	93
3.2.2.2.	Simulación 2	93
3.2.2.3.	Simulación 3	94
3.3.	Experimentos	98
3.3.1.	Resultados experimentales con el Robot Pan y Tilt	99
3.3.1.1.	Experimento 1	101
3.3.1.2.	Experimento 2	102
3.3.1.3.	Experimento 3	103
3.3.1.4.	Experimento 4	105
3.3.1.5.	Experimento 5	106
3.3.2.	Resultados experimentales con el Exoesqueleto	108
3.3.2.1.	Experimento 1	109
3.3.2.2.	Experimento 2	110
3.3.2.3.	Experimento 3	112
Conclusiones		115
	Trabajo futuro	116
Bibliografía		117
A. Extremidad superior		127
A.1.	Complejo del Hombro	128
A.1.1.	Articulación esternoclavicular	129
A.1.1.1.	Cinemática	129
A.1.2.	Articulación acromioclavicular	130
A.1.2.1.	Cinemática	130
A.1.3.	Articulación escapulotorácica	131

ÍNDICE GENERAL

A.1.3.1. Cinemática	131
A.1.4. Articulación glenohumeral	132
A.1.4.1. Cinemática	132
A.2. Complejo del codo	134
B. Morfología del exoesqueleto	137
B.1. Estructura mecánica	137
B.2. Actuadores	138
B.3. Transductor de Fuerza/Par	141
B.3.1. Especificaciones de Calibración CTL	141
B.3.1.1. Comandos y Protocolo	142

Índice de Figuras

1.	Tipos de exoesqueletos. Extraídos de [1] y [2]	4
1.1.	Exoesqueleto y articulaciones	11
1.2.	Asignación de marcos referenciales, distancias y ángulos de ensambles . . .	13
1.3.	Exoesqueleto en el Toolbox de Robótica	26
1.4.	Diagrama a bloques de la cinemática directa del Exoesqueleto	27
1.5.	Validación de la Cinemática Directa	28
1.6.	Validación de la cinemática inversa	28
1.7.	Diagrama a bloques del modelo dinámico del exoesqueleto	29
1.8.	Validación del modelo dinámico	30
2.1.	Circuito RLC	31
2.2.	Sistema masa, resorte, amortiguador	32
2.3.	Modelo de control de posición	35
2.4.	Modelo de control de fuerza	36
2.5.	Sistema de segundo orden formado por el ambiente y el robot controlado por impedancia	38
2.6.	Resultados en simulación de la estimación de rigidez y amortiguamiento . .	43
2.7.	Diagramas a bloques de los esquemas tradicionales por Impedancia/Admi- tancia	52
2.8.	Ejemplo 1: Seguimiento de Trayectoria	53
2.9.	Resultados del Ejemplo 1	54
2.10.	Ejemplo 2: Seguimiento de Trayectoria	55
2.11.	Resultados del Ejemplo 2	56
2.12.	Resultados del Ejemplo 3	57
2.13.	Diagrama a bloques del Sistema en lazo cerrado	66

ÍNDICE DE FIGURAS

2.14. Diagrama en lazo cerrado	67
2.15. Resultados del Ejemplo 4	70
2.16. Ejemplo 5: Seguimiento de trayectoria	71
2.17. Resultados del Ejemplo 5	72
2.18. Resultados del Ejemplo 6	73
2.19. a) Resultados Ejemplo 7	76
2.20. b) Resultados Ejemplo 7	77
3.1. Tarjeta de Interfaz de protocolo USB a CAN	82
3.2. Sensor de Fuerza FTC/FTCL	82
3.3. Dirección de fuerzas y par en el sensor	83
3.4. Asignación de pines	84
3.5. LED de operación	85
3.6. Robot Pan y Tilt	87
3.7. Asignación de marcos referenciales, distancias y ángulos de ensamble	88
3.8. Robot Pan y Tilt en el Toolbox de Robótica	90
3.9. Diagrama a bloques para validación de cinemática y dinámica del Robot Pan y Tilt	90
3.10. Validación del modelo cinemático del Robot Pan y Tilt	91
3.11. Simulación 1: Seguimiento de trayectorias	93
3.12. Resultados de la Simulación 1	94
3.13. Resultados de la Simulación 2	95
3.14. Resultados de la Simulación 3	96
3.15. Resultados de la Simulación 4	97
3.16. Robot Pan y Tilt con Transductor de Fuerza/Par montado	99
3.17. Modelo del ambiente	99
3.18. Resultados del Experimento 1	101
3.19. a) Resultados del Experimento 2	102
3.20. b) Resultados del Experimento 2	103
3.21. a) Resultados del Experimento 3	103
3.22. b) Resultados Experimento 3	104
3.23. Montaje de Robot y ambiente	104
3.24. a) Resultados del Experimento 4	105
3.25. b) Resultados del Experimento 4	106
3.26. Implementación del Experimento 5	106

ÍNDICE DE FIGURAS

3.27. Resultados del Experimento 5	107
3.28. Exoesqueleto con sensor de fuerza/par montado	108
3.29. Resultados del Experimento 1	110
3.30. Resultados del Experimento 2	111
3.31. Implementación del Control por Admitancia con Usuario en lazo cerrado	112
3.32. Par ejercido y Seguimiento de Orientación	113
3.33. Fuerza ejercida y Seguimiento articular.	114
A.1. Articulaciones del hombro derecho	128
A.2. Articulación esternoclavicular derecho y movimientos osteocinemáticos de la clavícula	129
A.3. Osteocinemática de la articulación acromioclavicular derecha (vista posterior)	130
A.4. Movimientos osteocinemáticos de la articulación glenohumeral	132
A.5. Articulaciones del complejo del codo y antebrazo	133
A.6. Amplitud del movimiento del codo	134
B.1. Eslabones y soportes del exoesqueleto	137
B.2. Módulo PowerCube PR	139
B.3. Elementos de los módulo PowerCube	140
B.4. Controlador de Fuerza/Par	141
B.5. Transductor CTL	142

Índice de Tablas

1.1. Parámetros de D.H. del exoesqueleto	14
1.2. Parámetros cinemáticos del Exoesqueleto	27
1.3. Parámetros dinámicos del Exoesqueleto	29
2.1. Ganancias del controlador por Admitancia	53
2.2. Ganancias de los Controladores Propuestos	69
3.1. Características de PC	79
3.2. Especificaciones del sensor FTC-050-80	84
3.3. Estados del LED de operación	85
3.4. Comandos para datos	86
3.5. Parámetros cinemáticos y dinámicos	87
3.6. Ganancias de los controladores: Tarea de seguimiento	92
3.7. Ganancias de los controladores	100
3.8. Ganancias de los controladores	109
A.1. Rango de movimiento de la extremidad superior	135
B.1. Dimensiones y masas de los eslabones	138
B.2. Modelos PowerCube utilizados	140
B.3. Especificaciones de Calibración CTL del transductor SI-20-1	142
B.4. Comandos del controlador Fuerza/Par	143

Resumen

Resumen:

En este trabajo de tesis se proponen esquemas de control por Admitancia que no requieren conocimiento exacto ó parcial del modelo, para robots manipuladores que interactúen con el medio ambiente. El control de la interacción con el ambiente se logra realimentando una señal fuerza/par obtenida de un sensor. Mediante el análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov se demuestra la estabilidad semiglobal del sistema en lazo cerrado. Se presenta la simulación y experimentación de dichos esquemas utilizando un exoesqueleto y un robot Pan y Tilt.

Abstract:

This thesis proposes Admittance control schemes that not requires the exact or partial knowledge of the dynamic model, for robots manipulators that interact with the environment. The environment interaction control is achieved using a force/torque sensor feedback signal. Using Lyapunov stability analysis, we proof the semi-global stability of the closed loop system. Simulations and real-time experiments are presented for an exoskeleton and a Pan and Tilt Robot.

Introducción

Originalmente, los robots estaban destinados para ambientes industriales para reemplazar a los humanos en tareas tediosas y repetitivas que requerían alta precisión, pero el escenario actual muestra la transición hacia la interacción con el operador humano. Esto significa que la interacción con los humanos se está expandiendo de un simple intercambio de información y servicios robóticos hacia una interacción cercana involucrando modalidades físicas y cognitivas.

De este contexto surge el concepto de “Robots portables (*Wearable Robots*)”. Los robots portables son robots orientados a personas. Pueden ser definidos por aquellos robots usados por operadores humanos, para suplir las funciones de un miembro a reemplazarlo completamente. Portabilidad no necesariamente implica que el robot es ambulatorio o autónomo. Un robot portable puede ser visto como una tecnología que extiende, complementa, sustituye o mejora funciones y capacidades humanas ó incrementa o reemplaza (una parte de) un miembro humano en donde se esta usando. Una posible aplicación de los robots portables considerando la función que desempeña en cooperación con el operador:

- *Robots exoesqueletos potenciadores*. Estos fueron llamados originalmente “*extensiones*” y fueron definidos como una clase de robots que extienden la fuerza de la mano humana más allá de su habilidad natural mientras que mantiene el control del humano en el robot.
- *Robots ortopédicos*. Una ortesis es una estructura mecánica que mapea el miembro de la anatomía humana. Su propósito es restaurar pérdidas o debilidades de funciones, e.g. seguimiento de una enfermedad o una condición neurológica, a sus niveles naturales. La contraparte robótica del las ortesis son los exoesqueletos. En este caso, la función del exoesqueleto es complementar la habilidad del miembro humano y restaurar la función discapacitada.

- *Prótesis.* Una prótesis es un dispositivo electromecánico que sustituye a miembros perdidos después de la amputación. La contraparte robótica de las prótesis toman la forma de miembros robóticos portables electromecánicos y hacen posible reemplazar la función del miembro perdido de una forma más cercana a la función natural humana. [3]

Los exoesqueletos son considerados como robots portables, que son usados por los operadores humanos como dispositivos ortopédicos. Un robot portable es un sistema cuyas articulaciones y eslabones corresponden a los del cuerpo humano [1]. Los campos de aplicación incluyen la telemanipulación, amplificación humana, control neuromotor y rehabilitación, y asistir a daños en el humano. Por esta integración humano-máquina yacen dos cuestiones científico-tecnológicas fundamentales:

- El mecanismo del exoesqueleto por si mismo y su integración biomecánica con el cuerpo humano.
- La interfaz humano-máquina. [4]

Una posible clasificación de los exoesqueletos es situarlos mediante las siguientes tres generaciones:

1. **Primera generación:** Es el primer intentó en diseñar un exoesqueleto que amplificara al humano usando un marco articulado accionado hidráulicamente por un operador (mejor conocido como Hardiman), con el fin de aumentar su fuerza y resistencia. [5].
2. **Segunda Generación:** El operador se encuentra completamente en contacto con el exoesqueleto utilizando las fuerzas directas de contacto (medidas por sensores de fuerza) entre el humano y la máquina como principales señales de control para el exoesqueleto. [1] [6] [7]
3. **Tercera Generación:** Está generación se define en los niveles más altos de la jerarquía del sistema fisiológico (neurológico) humano, como el retardo electromecánico (EMD) [8].

La interacción entre el exoesqueleto y el miembro humano puede ser alcanzado a través de sistemas de fuerza interna o externa, que depende de la aplicación. La transmisión de energía se realiza únicamente mediante los miembros del humano y el robot como un medio

INTRODUCCIÓN

de implementar entradas de control y/o realimentación de fuerza. Esto puede igualmente ser considerado como una clasificación. En fuerzas internas, fuerza y par son aplicados únicamente entre el humano y el robot; este concepto es aplicado en el desarrollo de dispositivos ortopédicos en el dominio de la aplicación o rehabilitación o en configuraciones de teleoperación maestro-esclavo de exoesqueletos. En fuerzas externas, son utilizadas principalmente en aplicaciones potenciadoras, siempre que el rol del robot portable sea mandar a tierra grandes porciones de tensión impuesto en el sistema humano-robot por el ambiente.

Los exoesqueletos pueden ser clasificados de acuerdo al miembro humano en el que la cinemática del robot mapea. Por tanto, los robots exoesqueletos pueden ser clasificados como miembro superior (con o sin mano), miembro inferior y exoesqueletos de cuerpo completo. La principal función de los exoesqueletos de miembro superior es la manipulación; por lo tanto, la cadena cinemática consiste en las articulaciones de hombro, codo y muñeca junto con el la parte superior del brazo, antebrazo y segmentos de mano tiene una movilidad considerable con el fin de proporcionar un alto grado de destreza durante la manipulación. Esto impone requerimientos estrictos en términos de compatibilidad cinemática entre el robot y el humano. En general, exoesqueletos de miembro superior son requeridos para proveer menor fuerza y par que los exoesqueletos de miembro inferior.

Los exoesqueletos de miembro inferior son menos complejos que los de miembro superior en términos de su cinemática. La principal función de los miembros inferiores es proveer soporte, estabilidad y movilidad (locomoción). Los requerimientos de fuerza y par son muy altos debido a las demandas de peso y estabilidad [3].

Una gran variedad de exoesqueletos se han desarrollado en las últimas décadas tanto para miembro superior (consultar [9] [10] [11] [12] [13] [14] [15] [16] [17]) y miembro inferior (consultar [6] [18] [19] [20] [21] [22] [23] [24] [25] [2] [26]) con varias interfaces hombre máquina (consultar [3] [18] [26] [27]).

Esquemas de Control de Interacción hombre-máquina

Como se mencionó anteriormente, controlar la interacción de un robot manipulador con su ambiente u operador humano es crucial para la obtención de diferentes tareas en aplicaciones industriales. Cuando sucede el contacto, la posición del órgano terminal está



(a) Exoesqueleto de miembro superior.



(b) Exoesqueleto de miembro inferior.

Figura 1: Tipos de exoesqueletos. Extraídos de [1] y [2]

restringido dentro de ciertas direcciones en su espacio de trabajo por la presencia del medio ambiente u operador, y se requiere un desempeño adecuado del manipulador para adaptarse a la interacción.

La estrategia básica para alcanzar este propósito es el control por rigidez (stiffness control), el cual está diseñado para obtener un comportamiento estático deseado de la interacción. Para obtener un desempeño dinámico deseado, la masa actual y el amortiguamiento en el contacto son considerados además de la rigidez, y se obtiene el control por impedancia. La impedancia resultante es una función de la configuración del manipulador; se requieren mediciones de la fuerza de contacto para obtener una configuración de impedancia independiente, es decir, con el conocimiento de la fuerza es posible construir una impedancia deseada que satisfaga los propósitos del control.

Para proveer la capacidad de control de movimiento, puede adoptarse la estrategia de control por fuerza/posición, donde un lazo de realimentación de posición actúa en paralelo a un lazo de realimentación de fuerza. El dominio de la acción de control de fuerza asegura regulación por fuerza a través de las direcciones del espacio de trabajo restringido, mientras que la acción control de posición puede ser diseñado para obtener regulación o seguimiento de la posición del órgano terminal a través de las direcciones del espacio de

INTRODUCCIÓN

trabajo no restringidas.

Todas las estrategias anteriores son concebidas para manejar la interacción sin conocimiento de una descripción geométrica del contacto. Sin embargo, es una gran ventaja explotar dicha información cuando sea disponible, con el fin de discrepar entre los componentes del control de fuerza y los del control de posición, obteniendo el control híbrido de posición/fuerza y desarrollos subsecuentes. [28]

En la siguiente sección se abordará los diferentes controladores utilizados por distintos autores para atacar el problema de interacción hombre-máquina.

Estado del Arte

Dentro de la literatura se encuentra una gran diversidad de trabajos relacionados con el control de manipuladores con interacción con el medio ambiente, como lo es el control por rigidez, el control por fuerza, control híbrido, control por impedancia, entre otros [28]. Dentro del control por fuerza se puede destacar los que únicamente su función es el control de la fuerza de interacción utilizando controladores P (control por rigidez), PD, PID de fuerza [29] y los que además del control de fuerza, realizan control de posición y velocidad [30] [31].

Como en los controladores habituales para posición, un controlador PD realiza su función adecuadamente siempre y cuando los elementos gravitacionales sean nulos o exista una compensación de la gravedad. Es por ello que en varios controladores utilizan un compensador de gravedad o un termino integral para disminuir el error en estado estacionario de posición. En el caso de un control fuerza/posición además del controlador de posición con compensación, se añade un controlador de fuerza [31]. Por otra parte, como se mencionará más adelante, el control por fuerza puede utilizar compensación completa de la dinámica para linealizar el sistema en lazo cerrado para un perfecto seguimiento de la fuerza deseada (en el caso de tener modelo exacto) [32].

El control por impedancia, originalmente propuesto por Hogan [33], se dirige al problema de como controlar el órgano terminal de un manipulador cuando se encuentra en contacto con el ambiente externo. La meta del control por impedancia es hacer que el ma-

nipulador se comporte de acuerdo a un modelo dinámico deseado (impedancia mecánica) que se especifica. La forma más simple de un control por impedancia es cuando únicamente la parte de rigidez se encuentra activa, es decir, un control por rigidez donde la rigidez del manipulador se encuentra con la rigidez del ambiente obteniendo una interacción compatible entre ambas [34].

Los esquemas de control más utilizados entre los autores citados son:

- Control por impedancia tradicional.
- Control Cartesiano por Impedancia.
- Control por Impedancia Adaptable.
- Control de posición basado en impedancia (Admitancia).

El control por impedancia tradicional realiza una linealización del sistema al suponer que se conoce el modelo del manipulador de forma exacta, dando como resultado el seguimiento del modelo deseado de impedancia. Este algoritmo realiza una aseveración bastante fuerte debido a que requiere el conocimiento exacto de la dinámica del manipulador, que por lo general no se conoce. El control por impedancia tradicional es uno de los algoritmos más utilizados en el que la robustez del control radica en la compensación del modelo [35] [36] [37] [38] [39].

El Control Cartesiano por Impedancia se realiza una simplificación al considerar la matriz deseada de inercia del control por impedancia igual a la matriz de inercia del manipulador, con esto se tiene únicamente los términos de rigidez y amortiguamiento que equivale a un control Proporcional Derivativo (PD) [40] [36] [41].

Una forma para resolver la falta de precisión de la compensación del modelo dinámico es mediante el uso de algoritmos adaptables. En la literatura existen diversos diseños de control por impedancia adaptable que se basan en el algoritmo de Slotine Li, Redes Neuronales o algoritmos propios de los autores [42] [43] [44] [45] [46] [47] [48] [49].

Existen varias implementaciones del control por impedancia que no utiliza el modelo para el control. En [50] obtienen un control por impedancia usando características humanas para obtener los componentes de inercia, amortiguamiento y rigidez de la impedancia

INTRODUCCIÓN

deseada. Para el control de posición se utiliza un control PID el cual favorece la omisión de la compensación del modelo. Otra forma para evitar el uso del modelo o sin su completo conocimiento es aprovechar características del sistema, es decir, los grandes radios de reducción de velocidad que provoca que los elementos no lineales sean muy pequeños y se desacople el sistema [51].

En sistemas mecánicos, particularmente en el campo háptico, una admitancia es un mapeo dinámico de fuerza a movimiento. La entrada de una admitancia es fuerza y “admite” una cierta cantidad de movimiento [1]. El control de posición basado en impedancia o admitancia, utiliza el modelo inverso de impedancia para obtener la posición de referencia que esta función de la posición deseada, y mediante algún controlador se realiza el seguimiento de dicha referencia ya sea con o sin el conocimiento del modelo del robot [52] [1] [7] [53] [54] [55] [56]. Este tipo de esquema es más completo debido a que existe un doble lazo de control en la que se puede utilizar de una forma más directa la interacción con el entorno.

Las aplicaciones del control por impedancia/admitancia son bastante amplias, por ejemplo, los exoesqueletos como se ha mencionado son robots portátiles que usa el operador humano, y es indispensable que sean seguros. Para mantener la seguridad humana se requiere una impedancia mecánica baja, en cambio para el seguimiento de trayectorias se requiere rechazo de perturbaciones por lo que aumenta la impedancia. Para ello existen diferentes soluciones como el moldeo frecuencial o la reducción de la impedancia mecánica mediante características de los polos y ceros del sistema ya sean estables o inestables [57] [58].

Motivación

Como se mencionó en la sección anterior, los métodos tradicionales compensan la dinámica del robot usando el modelo dinámico. En este sentido, se le conoce como control por impedancia basado en dinámica y es sensible al error de modelado. Más aún, este algoritmo no utiliza ganancias para corregir el error de modelado. En comparación con este algoritmo se tiene el control por impedancia basado en posición (Admitancia), que mejora la robustez en presencia de error por modelado utilizando un lazo interno de control de posición. Sin embargo, debido al error de modelado, la dinámica del lazo interno,

que supuestamente esta oculto, es excitado. Por lo tanto, la dinámica del lazo interno obstaculiza que se realice con precisión la dinámica de la impedancia deseada [36].

A pesar del progreso en el diseño de exoesqueletos, existen bastantes retos aún por cumplirse y obstáculos que limitan su desempeño. Uno de esos limitantes es la escasez de controladores simples y efectivos. Debido a que se requiere evitar el uso de la dinámica o parte de la dinámica un controlador PD no garantizará el desempeño deseado, debido a la presencia de términos gravitacionales, fricción e incertidumbres. Para ello se añaden compensadores o un término integral como es en el caso del controlador PID [1] [7].

El control proporcional-integral-derivativo (PID) tiene una estructura simple y con significado físico para sus tres ganancias. Es de los controladores más sencillos y populares dentro de la industria, debido a que sintonizar sus parámetros no requieren el modelo del sistema y puede ser sintonizadas experimentalmente [1] [59]. En [55] y [1] utilizan un controlador PID con fines de controlar un exoesqueleto de miembro superior con tareas de regulación, pero para una tarea de seguimiento de trayectorias no se tiene información, y es un punto de suma importancia debido a que la función principal de los exoesqueletos es brindar un servicio de rehabilitación y debe ser capaz de realizar una amplia gama de movimientos diferentes, de una forma estable y segura.

En la presente tesis esta orientado en atacar el dilema de precisión y robustez del control de impedancia/admitancia mediante el diseño de controladores que no dependan de una compensación exacta de la dinámica, en sistemas humano-robóticos para tareas de seguimiento. Los sistemas humano-robóticos utilizados son: un exoesqueleto de 4 grados de libertad (GDL) y un Robot Pan y Tilt de 2 grados de libertad (GDL).

Objetivos

- Establecer el estado del arte de los controladores por impedancia/admitancia usados por diferentes autores, con el fin de conocer las áreas de oportunidad y problemáticas a resolver.
- Analizar la estructura de las extremidades superiores del cuerpo humano (en especial hombro y codo).

INTRODUCCIÓN

- Obtener el modelo cinemático y dinámico del exoesqueleto de 4 GDL (Grados de Libertad).
- Validar los modelos matemáticos obtenidos mediante algún software computacional.
- Analizar e identificar los puntos de singularidad del exoesqueleto.
- Caracterizar y montar el sensor de fuerza/par.
- Diseñar distintos esquemas de control por impedancia y admitancia y validar la estabilidad de los mismos usando el enfoque de Estabilidad en el sentido de Lyapunov.
- Implementar experimentalmente los controladores y realizar los ajustes necesarios para la tarea deseada.

Estructura de la tesis

En el primer Capítulo (sin enumerar) se presenta la Introducción, se explica el rumbo que tomará la tesis dando breves antecedentes realizados por distintos autores, originando la motivación del trabajo. Se plantean los objetivos y la forma en que será organizada la tesis.

En el Capítulo 1 se presenta el modelado matemático del exoesqueleto a utilizar. Se desarrolla el modelo cinemático y dinámico mediante la convención de Denavit-Hartenberg y Euler Lagrange, respectivamente. Se realizan las validaciones de los modelos matemáticos mediante el Toolbox de Matlab[®]. Se proporcionan algunas propiedades importantes del modelo dinámico y Jacobiano del manipulador.

En el Capítulo 2 se desarrollan los esquemas de control por impedancia y admitancia. Se da una pequeña introducción al concepto de impedancia/admitancia en su enfoque físico (mecánico y eléctrico). Se proporcionan los esquema de control tradicionales con sus respectivas ventajas y desventajas. Además se mencionan algunos algoritmos típicos de estimación del modelo del ambiente. Como contribución se proponen 3 esquemas de control con su respectivo análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov.

En el Capítulo 3 se presentan los resultados experimentales. Se realiza el modelado matemático y pruebas experimentales en un Robot Pan y Tilt y en el exoesqueleto. Se

INTRODUCCIÓN

proporcionan los resultados de cada uno de los algoritmos mencionados en el Capítulo 2.

Finalmente en el siguiente Capítulo (no enumerado) se dan las conclusiones de todo el trabajo expuesto anteriormente y el posible trabajo a realizar.

En el Apéndice A se proporciona la teoría de la extremidad superior. Se menciona las características cinemáticas de cada elemento y las articulaciones que presenta, dando un énfasis en su rango de movimiento.

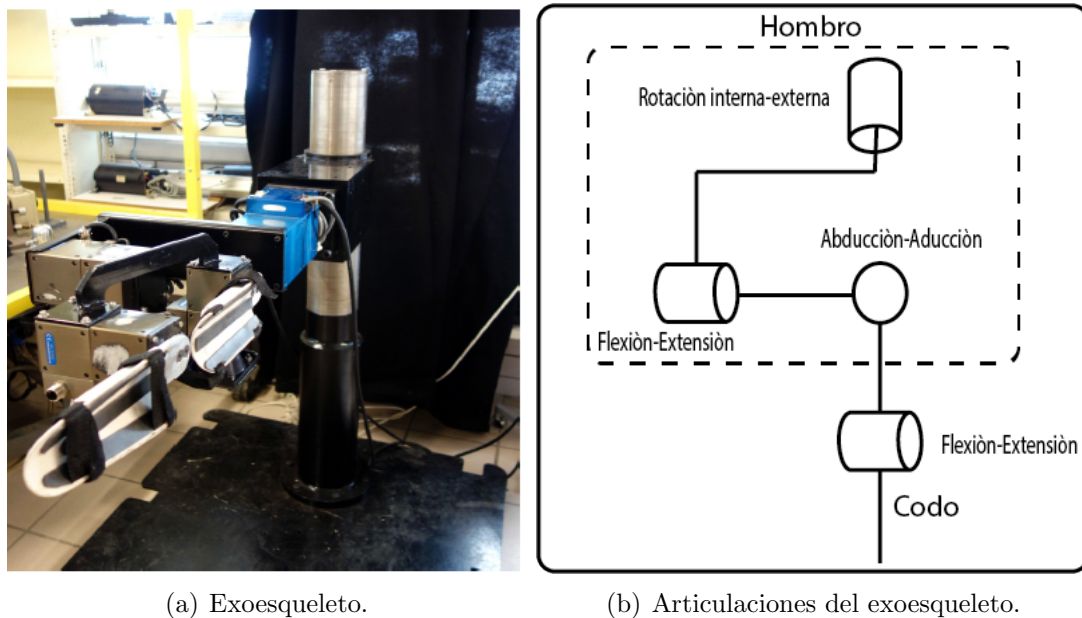
En el Apéndice B se brinda la morfología del exoesqueleto, mencionando características mecánicas, actuadores y el transductor de Fuerza/Par del proveedor ATI.

Capítulo 1

Modelo del exoesqueleto

En este capítulo se caracterizará el exoesqueleto a utilizar. Se obtendrá su modelo cinemático y dinámico y algunas de sus propiedades con fines de control y estabilidad.

El exoesqueleto a utilizar cuenta con 4 grados de libertad, 3 grados correspondientes a la articulación glenohumeral del hombro y 1 grado correspondiente al codo. Todas las articulaciones son rotacionales y son colocadas de tal forma que realizan el movimiento de la extremidad superior. El diagrama del exoesqueleto se observa en la Figura 1.1.



(a) Exoesqueleto.

(b) Articulaciones del exoesqueleto.

Figura 1.1: Exoesqueleto y articulaciones

El exoesqueleto es un robot antropomórfico debido a que sus primeras tres articulaciones son rotacionales.

1.1. Cinemática directa

El problema de la cinemática directa de un manipulador de cadena cinemática abierta es encontrar la posición y orientación del órgano terminal relacionado a la base dando las posiciones de todas las juntas y los valores de todos los parámetros de los eslabones.

La cinemática directa se obtiene por medio de la convención de Denavit-Hartenberg (D-H) [62]. El eslabón i puede ser descrito por los parámetros de D-H que son los siguientes:

- θ_i : es el ángulo que va del eje x_{i-1} al eje x_i , medido alrededor del eje z_{i-1} . En este caso, como todas las articulaciones son rotacionales, el ángulo θ_i siempre es variable.
- d_i : es la distancia desde el origen o_{i-1} a la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i , medida a lo largo del eje z_{i-1} .
- a_i : es la distancia desde el origen o_i a la intersección del eje x_i , con el eje z_{i-1} , medida a lo largo del eje x_i .
- α_i : es el ángulo que va del eje z_{i-1} al eje z_i , medido alrededor del eje x_i .

Para obtener la cinemática directa de un manipulador, es necesario asignar los referenciales de cada eslabón. Para lograr esto, se siguen los siguientes pasos del procedimiento de D-H.

1. Se asigna y etiqueta los ejes z_0, z_1, \dots, z_{n-1} , correspondiente a cada una de las articulaciones. Como todas las articulaciones son rotacionales se fija el eje z_{i-1} en el eje de rotación de la articulación i .
2. Se localiza el referencial base. Para esto, primero se debe colocar el origen en algún punto del eje z_0 . Posteriormente, se debe colocar los ejes x_0, y_0 de manera que formen un referencial dextrógiro. Para los eslabones $i = 1, \dots, n - 1$ se debe seguir los pasos 3 al 5.
3. Localizar el punto donde la línea normal común entre los ejes z_{i-1}, z_i intersecan al eje z_i . Se asigna el origen o_i a esta intersección. Este origen pertenece a la articulación $i+1$. Si los ejes z_{i-1}, z_i son paralelos, entonces se localiza el origen o_i en la articulación $i + 1$. Si z_{i-1}, z_i se intersecan, se coloca o_i en la intersección o bien a lo largo de z_i .

1.1. CINEMÁTICA DIRECTA

4. Se establece el eje x_i a lo largo de la línea normal común entre los ejes z_{i-1}, z_i que pasa por el origen o_i , o en la dirección normal al plano z_{i-1}, z_i si estos ejes se intersecan.
5. Se asigna el eje y_i para completar el referencial dextrógiro.
6. Se localiza el referencial o_n, x_n, y_n, z_n . Puesto que la última articulación es rotacional, se establece z_n a lo largo de la dirección z_{n-1} . Se asigna el origen o_n convenientemente a los largo de z_n , de preferencia en la punta del último eslabón. Se establece los ejes x_n, y_n de manera que formen un referencial dextrógiro.

En la Figura 1.2 se muestra la asignación de los marcos referenciales. El origen de cada referencial se coloca con números romanos.

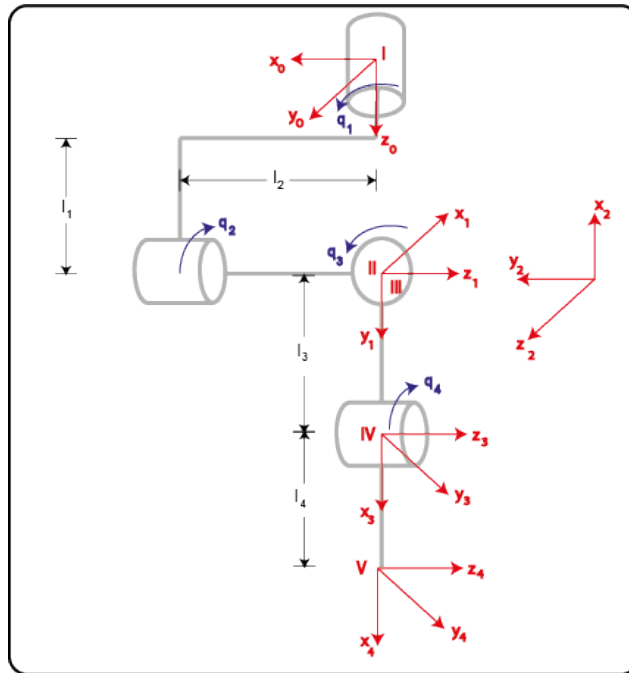


Figura 1.2: Asignación de marcos referenciales, distancias y ángulos de ensambles

En la Tabla 1.1 se muestra de forma condensada los parámetros de Denavit- Hartenberg de cada articulación de acuerdo a los referenciales planteados.

Las variables articulares son q_1, q_2, q_3, q_4 al tener sólo juntas rotacionales. Se define matriz de transformación homogénea T a una matriz de 4×4 que representa la transformación de un vector de coordenadas homogéneas de un sistema de coordenadas a otro. Si

CAPÍTULO 1. MODELO DEL EXOESQUELETO

Tabla 1.1: Parámetros de D.H. del exoesqueleto

Articulación i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	l_1	0	$\frac{\pi}{2}$
2	q_2	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
3	q_3	0	l_3	$\frac{\pi}{2}$
4	q_4	0	l_4	0

se considera la transformación de perspectiva nula y el escalado global unitario, la matriz de transformación homogénea T se escribe de la siguiente forma:

$$T = A_0^1 A_1^2 \cdots A_{n-1}^n = \begin{bmatrix} R_0^n & o_0^n \\ 0_{1 \times 3} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

donde R_0^n contiene la orientación del órgano terminal del manipulador respecto al referencial base, o_0^n contiene la posición del órgano terminal referente al referencial base, el vector renglón de 0 corresponde a la perspectiva y el 1 es el escalamiento. La matriz homogénea A es la siguiente:

$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos(\theta_i) & -\cos(\alpha_i) \sin(\theta_i) & \sin(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \cos(\theta_i) \\ \sin(\theta_i) & \cos(\theta_i) \cos(\alpha_i) & -\cos(\theta_i) \sin(\alpha_i) & a_i \sin(\theta_i) \\ 0 & \sin(\alpha_i) & \cos(\alpha_i) & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

Usando los datos de la Tabla 1.1 y la matriz homogénea A de (1.2) se obtienen las siguientes matrices homogéneas.

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & \sin(q_1) & 0 \\ \sin(q_1) & 0 & -\cos(q_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & 0 & -\sin(q_2) & 0 \\ \sin(q_2) & 0 & \cos(q_2) & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & 0 & \sin(q_3) & l_3 \cos(q_3) \\ \sin(q_3) & 0 & -\cos(q_3) & l_3 \sin(q_3) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_3^4 = \begin{bmatrix} \cos(q_4) & -\sin(q_4) & 0 & l_4 \cos(q_4) \\ \sin(q_4) & \cos(q_4) & 0 & l_4 \sin(q_4) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

1.1. CINEMÁTICA DIRECTA

La matriz de transformación homogénea T del exoesqueleto es:

$$\begin{aligned}
 T &= A_0^4 = A_0^1 A_1^2 A_2^3 A_3^4 \\
 &= \begin{bmatrix} -c_4 s_1 s_3 + c_1 (c_2 c_3 c_4 - s_2 s_4) & s_1 s_3 s_4 - c_1 (c_4 s_2 + c_2 c_3 s_4) & c_3 s_1 + c_1 c_2 s_3 & X \\ c_2 c_3 c_4 s_1 + c_1 c_4 s_3 - s_1 s_2 s_4 & -c_4 s_1 s_2 - (c_2 c_3 s_1 + c_1 s_3) s_4 & -c_1 c_3 + c_2 s_1 s_3 & Y \\ c_3 c_4 s_2 + c_2 s_4 & c_2 c_4 - c_3 s_2 s_4 & s_2 s_3 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.4}$$

donde $c_i = \cos(q_i)$ y $s_i = \sin(q_i)$ para $i = 1, 2, 3, 4$. La cinemática directa del manipulador es:

$$\begin{aligned}
 X &= \cos(q_1) (\cos(q_2) \cos(q_3) (l_3 + l_4 \cos(q_4)) - l_4 \sin(q_2) \sin(q_4)) \\
 &\quad - (l_3 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_1) \sin(q_3)
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\begin{aligned}
 Y &= \cos(q_2) \cos(q_3) (l_3 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_1) - l_4 \sin(q_1) \sin(q_2) \sin(q_4) \\
 &\quad + \cos(q_1) (l_3 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_3)
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

$$Z = l_1 + \cos(q_3) (l_3 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_2) + l_4 \cos(q_2) \sin(q_4) \tag{1.7}$$

La orientación del exoesqueleto (α, β, γ) se encuentra en R_0^n , un método para describir la orientación es mediante los ángulos fijos X - Y - Z o ángulos de *roll, pitch, yaw*.

$$R(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{bmatrix} c_\beta c_\gamma & c_\gamma s_\alpha s_\beta - c_\alpha s_\gamma & c_\alpha s_\beta c_\gamma + s_\alpha s_\gamma \\ c_\beta s_\gamma & s_\alpha s_\beta s_\gamma + c_\alpha c_\gamma & c_\alpha s_\beta s_\gamma - s_\alpha c_\gamma \\ -s_\beta & s_\alpha c_\beta & c_\alpha c_\beta \end{bmatrix} \tag{1.8}$$

donde $c_x = \cos(x)$, $s_x = \sin(x)$ con $x = \alpha, \beta, \gamma$. La matriz de transformación T suele escribirse como

$$T = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & X \\ n_y & o_y & a_y & Y \\ n_z & o_z & a_z & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

donde n, o, a es un terna ortonormal que representa la orientación, y X, Y, Z la posición del órgano terminal. Igualando la matriz de orientación del exoesqueleto con la matriz de orientación (1.8) se obtiene el valor de la orientación en términos de las variables

articulares:

$$\alpha = \pi/2 - q_3, \quad (1.10)$$

$$\beta = -q_2 - q_4 \quad (1.11)$$

$$\gamma = q_1 \quad (1.12)$$

1.2. Cinemática Inversa

En robótica, la solución del problema cinemático inverso es fundamental para el movimiento y el control de un robot. La planificación de movimientos requiere transformaciones de coordenadas apropiadas, desde el espacio de tarea al articular. El problema de la cinemática inversa reside en encontrar el valor de cada articulación del manipulador para producir una configuración deseada.

No hay un método estándar o general para resolver el problema cinemático inverso. Además pueden existir múltiples soluciones que produzcan la misma configuración. Algunos métodos de solución son:

1. *Soluciones analíticas.* Su solución es puntual. Menor consumo computacional.
 - a) Solución algebraica.
 - b) Geométrica.
2. *Soluciones por métodos numéricos.* Mayor consumo computacional debido a la iteración del algoritmo.

Para el caso del exoesqueleto se utilizará el método de técnica de transformación inversa. Esta técnica utiliza la cinemática directa del manipulador, es decir, se utiliza la cinemática en la forma (1.9). La cinemática inversa puede resolverse resolviendo las siguientes ecuaciones para las variables desconocidas:

$$\begin{aligned} A_1^4 &= A_1^0 A_0^4 \\ A_2^4 &= A_2^1 A_1^0 A_0^4 \\ A_3^4 &= A_3^2 A_2^1 A_1^0 A_0^4 \\ I &= A_4^3 A_3^2 A_2^1 A_1^0 A_0^4 \end{aligned} \quad (1.13)$$

1.2. CINEMÁTICA INVERSA

donde A_i^{i-1} , $i = 1, 2, 3, 4$ es la inversa de la matriz homogénea. De acuerdo con lo establecido se plantea un conjunto de ecuaciones de la siguiente forma:

$$A_1^0 T = A_1^2 A_2^3 A_3^4 \quad (1.14)$$

y así consecutivamente para cada matriz de transformación homogénea. Con ello se obtendrán los valores articulares en función de las posiciones deseadas y parámetros cinemáticos (igualando únicamente el vector de posición de cada matriz).

Únicamente se utilizaron las transformaciones inversas:

$$\begin{aligned} A_1^0 T &= A_1^2 A_2^3 A_3^4 \\ A_2^1 A_1^0 T &= A_2^3 A_3^4 \end{aligned} \quad (1.15)$$

debido a que las otras transformaciones no permiten encontrar soluciones de forma explícita. De la primer transformación inversa se obtiene:

$$\begin{aligned} X \cos(q_1) + Y \sin(q_1) &= \cos(q_2) \cos(q_3) (l_3 + l_4 \cos(q_4)) - l_4 \sin(q_2) \sin(q_4) \\ -l_1 + Z &= \cos(q_3) (l_3 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_2) + l_4 \cos(q_2) \sin(q_4) \\ X \sin(q_1) - Y \cos(q_1) &= -(l_3 + l_4 \cos(q_4)) \sin(q_3) \end{aligned} \quad (1.16)$$

De la segunda transformación se tiene:

$$\begin{aligned} (X \cos(q_1) + Y \sin(q_1)) \cos(q_2) + (Z - l_1) \sin(q_2) &= \cos(q_3) (l_3 + l_4 \cos(q_4)) \\ (Z - l_1) \cos(q_2) - (X \cos(q_1) + Y \sin(q_1)) \sin(q_2) &= l_4 \sin(q_4) \end{aligned} \quad (1.17)$$

Elevando al cuadrado cada ecuación de la primera transformación inversa y sumándolas se obtiene la siguiente expresión:

$$X^2 + Y^2 + Z^2 + l_1^2 - l_3^2 - l_4^2 - 2l_1 Z = 2l_3 l_4 \cos(q_4) \quad (1.18)$$

Se define la siguiente variable:

$$k_1 \triangleq \cos(q_4) = \frac{X^2 + Y^2 + Z^2 + l_1^2 - l_3^2 - l_4^2 - 2l_1 Z}{2l_3 l_4} \quad (1.19)$$

Con la identidad $\cos^2(q_4) + \sin^2(q_4) = 1$, se obtiene que $\sin(q_4) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(q_4)} =$

CAPÍTULO 1. MODELO DEL EXOESQUELETO

$\pm\sqrt{1 - k_1^2}$, entonces la primer variable articular viene dada por:

$$q_4 = \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1 - k_1^2}}{k_1}\right) \quad (1.20)$$

Las ecuaciones obtenidas de las transformaciones inversas muestran una dependencia para la variable articular q_3 , debido que es un Robot redundante. Para ello se considera q_3 en la posición neutra, es decir a 0 grados. Con está consideración se conoce rápidamente el valor de q_1 utilizando la tercer ecuación de la transformación (1.16):

$$\begin{aligned} X \sin(q_1) - Y \cos(q_1) &= 0 \\ q_1 &= \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \end{aligned} \quad (1.21)$$

La segunda ecuación de (1.17) puede ser expresada como:

$$a \cos(q_2) - b \sin(q_2) = c \quad (1.22)$$

donde $a = (Z - l_1)$, $b = X \cos(q_1) + Y \sin(q_1)$, $c = l_4 \sin(q_4)$.

Se sabe que $a \cos(q_2) - b \sin(q_2) \equiv R \cos(q_2 + v)$, donde $R = \sqrt{a^2 + b^2}$ y $v = \arctan(b/a)$. Entonces

$$\begin{aligned} R \cos(q_2 + v) &= c \\ k_2 \triangleq \cos(q_2 + v) &= \frac{c}{R} \end{aligned} \quad (1.23)$$

De forma similar que con q_4 , se tiene que $\sin^2(q_2 + v) + \cos^2(q_2 + v) = 1$. Expresando en forma de tangente:

$$\begin{aligned} \tan(q_2 + v) &= \frac{\pm\sqrt{1 - k_2^2}}{k_2} \\ q_2 &= \arctan\left(\frac{\pm\sqrt{1 - k_2^2}}{k_2}\right) - \arctan\left(\frac{b}{a}\right) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Siendo (1.21),(1.24) y (1.20) las expresiones que calculan la cinemática inversa del exoesqueleto, las cuales están fuertemente acopladas bajo la consideración $q_3 = 0$.

1.3. JACOBIANO

1.3. Jacobiano

El Jacobiano es una forma multidimensional de la derivada; matemáticamente es una función que mapea el espacio de posiciones Cartesianas, la orientación y el espacio articular. La relación de velocidades del órgano terminal con las articulaciones se determina por esta matriz. La matriz de derivadas parciales es lo que llamamos Jacobiano ($J(q)$).

En el caso del exoesqueleto, únicamente se presentan juntas rotacionales entonces los componentes de velocidad lineal, J_v , y angular, J_ω , del Jacobiano geométrico son las siguientes:

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (o_4 - o_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix}, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (1.25)$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} z_0 \times (o_4 - o_0) & z_1 \times (o_4 - o_1) & z_2 \times (o_4 - o_2) & z_3 \times (o_4 - o_3) \\ z_0 & z_1 & z_2 & z_3 \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

Mediante (1.26) y las matrices de transformación homogénea se obtiene un Jacobiano $J(q) \in \mathbb{R}^{6 \times 4}$. El Jacobiano viene dado por:

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_{11} & -c_1 J_{12} & J_{13} & J_{14} \\ J_{21} & -s_1 J_{12} & J_{23} & J_{24} \\ 0 & c_2 c_3 (l_3 + l_4 c_4) - l_4 s_2 s_4 & -(l_3 + l_4 c_4) s_2 s_3 & l_4 (c_2 c_4 - c_3 s_2 s_4) \\ 0 & s_1 & -c_1 s_2 & c_1 c_2 s_3 + c_3 s_1 \\ 0 & -c_1 & -s_1 s_2 & c_2 s_1 s_3 - c_1 c_3 \\ 1 & 0 & c_2 & s_2 s_3 \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

con

$$J_{11} = - (l_3 + l_4 c_4) (c_2 s_1 + c_1 s_3) + l_4 s_1 s_2 s_4$$

$$J_{12} = c_3 (l_3 + l_4 c_4) s_2 + l_4 c_2 s_4$$

$$J_{13} = - (l_3 + l_4 c_4) (c_3 s_1 + c_1 c_2 s_3)$$

$$J_{14} = l_4 (s_1 s_3 s_4 - c_1 c_4 s_2 + c_2 c_3 s_4)$$

$$J_{21} = - (l_3 + l_4 c_4) s_1 s_3 + c_1 (c_2 c_3 (l_3 + l_4 c_4) - l_4 s_2 s_4)$$

$$J_{23} = (l_3 + l_4 c_4) (c_3 c_1 - s_1 c_2 s_3)$$

$$J_{24} = - l_4 (s_1 s_2 c_4 + (c_2 c_3 s_1 + c_1 s_3) s_4)$$

1.3.1. Principio de trabajo virtual

Este principio consiste en que si un cuerpo rígido se encuentra bajo la acción de fuerzas externas, los puntos donde se aplica la fuerza sufren un desplazamiento virtual, y estas fuerzas generan un trabajo virtual.

En general, el trabajo viene dado por el producto punto de la fuerza o par y un desplazamiento o desplazamiento angular. De acuerdo al principio de trabajo virtual, sean dichos desplazamientos infinitesimalmente pequeños:

$$F \cdot \delta x = \tau \cdot \delta q \quad (1.28)$$

donde el término izquierdo de la ecuación (1.28) expresa el trabajo virtual del órgano terminal en el espacio de trabajo, y el término de lado derecho corresponde al trabajo virtual en desplazamientos a nivel de la junta. La expresión anterior puede escribirse como:

$$F^T \delta x = \tau^T \delta q \quad (1.29)$$

y recordando la definición del mapeo que realiza el Jacobiano, $\delta x = J(q)\delta q$, la ecuación anterior se reescribe como:

$$F^T J(q)\delta q = \tau^T \delta q \quad (1.30)$$

Esto debe ser cierto para todo δq , entonces:

$$F^T J(q) = \tau^T \quad \text{ó} \quad \tau = J^T(q)F \quad (1.31)$$

La expresión (1.31) relaciona el par en las articulaciones con las fuerzas del órgano terminal mediante el Jacobiano. La expresión (1.31) relaciona el par en las articulaciones con las fuerzas del órgano terminal mediante el uso del Jacobiano.

1.3.2. Singularidades

La matriz $J(q)$ se encuentra en función de la configuración q ; las configuraciones en las que el rango de $J(q)$ decrece se llaman singularidades o configuraciones singulares. La inversa de una matriz es equivalente a la transpuesta de su matriz de cofactores dividida entre su determinante. Entonces, para una configuración determinada, si el determinante del Jacobiano del robot $J(q)$ es cero, entonces se dice singular y no tiene inversa. Por lo

1.3. JACOBIANO

tanto, no es de rango completo y se presentan estas singularidades.

En el caso particular del exoesqueleto se tiene un Jacobiano no cuadrado, por lo que se opta utilizar la pseudoinversa del Jacobiano. De la definición Jacobiano analítico se tiene que:

$$\begin{aligned}
 J(q)\dot{q} &= \dot{x} \\
 J^T(q)J(q)\dot{q} &= J^T(q)\dot{x} \\
 \dot{q} &= \underbrace{(J^T(q)J(q))^{-1} J^T(q)}_{J(q)^*} \dot{x}
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

donde \dot{x} es el vector de velocidad en el espacio Cartesiano del manipulador y $J(q)^*$ es la matriz pseudoinversa del Jacobiano. La única forma que pierda rango la pseudoinversa del Jacobiano es que el determinante $\det(J^T(q)J(q)) \triangleq \det(J^x(q))$ sea cero.

$$\begin{aligned}
 \det(J^x(q)) &= 0 \\
 &= -\frac{1}{2} (1 + l_3^2 + l_4^2 + 2l_3l_4 \cos(q_4)) (l_4^2 \cos(2q_4) - 2 - l_4^2) \sin^2(q_2) = 0
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

Se presenta una singularidad real en el exoesqueleto correspondiente al segundo grado de libertad.

$$\sin(q_2) = 0 \implies q_2 = 0, \pm\pi, \dots, \pm n\pi \quad \forall n \in \mathbb{N} \tag{1.34}$$

La singularidad de la segunda articulación que corresponde a la flexión y extensión del hombro sucede cuando el brazo se encuentra completamente estirado hacia arriba o hacia abajo. Las otras singularidades se deben a una alineación del 4to grado de libertad.

Es importante mencionar que la singularidad mencionada se obtiene al utilizar el Jacobiano completo, pero existe la posibilidad de utilizar únicamente la matriz Jacobiana lineal J_v , angular J_ω o alguna combinación de ellas, cuyas singularidades son diferentes al Jacobiano completo. Por ejemplo, al utilizar únicamente el Jacobiano lineal, se obtiene que su determinante es cero al igual que utilizar únicamente el Jacobiano angular. En cambio al tener combinación de ambas se evita esta pérdida de rango.

1.4. Dinámica

Se utiliza la metodología de Euler Lagrange para encontrar el modelo dinámico que describe el exoesqueleto. Se define la energía cinética del exoesqueleto como:

$$\begin{aligned}\mathcal{K}(q, \dot{q}) &= \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} \\ &= \frac{1}{2} \dot{q}^T \underbrace{\left(\sum_{i=1}^4 [m_i J_{v_i}^T(q) J_{v_i}(q) + J_{\omega_i}^T(q) R_i(q) \mathcal{I}_i R_i^T(q) J_{\omega_i}(q)] \right)}_{M(q)} \dot{q}\end{aligned}\quad (1.35)$$

donde m_i es la masa del eslabón i , J_{v_i} y J_{ω_i} son el Jacobiano de velocidad lineal y angular del eslabón i con respecto a los otros eslabones respectivamente, \mathcal{I}_i es el tensor de inercia del eslabón i , $R_i(q)$ es la matriz de orientación de cada eslabón respecto al referencial base. $M(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ se le denomina matriz de inercia, la cual es simétrica y positiva definida para todo $q \in \mathbb{R}^4$. La energía potencial viene dado por:

$$\mathcal{U}(q) = \sum_{i=1}^4 m_i g^T r_{ci} \quad (1.36)$$

donde $g = [g_x \ g_y \ g_z]^T$ es el vector que proporciona la dirección de la gravedad en el marco inercial y r_{ci} son las coordenadas del centro de masa del eslabón i . Se define el Lagrangiano como la diferencia entre (1.35) y (1.36).

$$\mathcal{L}(q, \dot{q}) = \mathcal{K}(q, \dot{q}) - \mathcal{U}(q) \quad (1.37)$$

Se utiliza la forma completa de la ecuación de Euler Lagrange (sin elementos disipativos) dada por:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial \dot{q}_i} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}(q, \dot{q})}{\partial q_i} = \tau_i \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (1.38)$$

donde τ_i son las fuerzas y pares externos aplicados en la junta. Si se realizan las respectivas operaciones de (1.38) en el Lagrangiano (1.37) se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} (M(q) \dot{q}) - \frac{\partial \mathcal{K}(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{U}(q)}{\partial q} &= \tau \\ M(q) \ddot{q} + \dot{M}(q) \dot{q} - \frac{\partial \mathcal{K}(q, \dot{q})}{\partial q} + \frac{\partial \mathcal{U}(q)}{\partial q} &= \tau\end{aligned}$$

1.4. DINÁMICA

Se define:

$$C(q, \dot{q})\dot{q} \triangleq \dot{M}(q)\dot{q} - \frac{\partial \mathcal{K}(q, \dot{q})}{\partial q}, \quad G(q) \triangleq \frac{\partial \mathcal{U}(q)}{\partial q} \quad (1.39)$$

donde $C(q, \dot{q})\dot{q}$ es la matriz de Coriolis y fuerzas centrípetas, $G(q)$ es el vector de fuerzas y pares gravitacionales. Los términos que involucran la matriz de Coriolis puede ser reducida como se muestra:

$$\begin{aligned} C(q, \dot{q})\dot{q} &= \dot{M}(q)\dot{q} - \frac{\partial \mathcal{K}(q, \dot{q})}{\partial q} = \dot{M}(q)\dot{q} - \frac{1}{2}\dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q} \dot{q} \\ &= \frac{1}{2}\dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q} \dot{q}, \quad \text{donde} \quad \dot{M}(q) = \frac{\partial M(q)}{\partial q} \dot{q} = \dot{q}^T \frac{\partial M(q)}{\partial q} \end{aligned}$$

cabe mencionar que la matriz de Coriolis, $C(q, \dot{q})$, no es única por lo que una forma de calcularla es mediante el uso de los símbolos de Christoffel dados por la siguiente expresión:

$$C_{kj} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \left\{ \frac{\partial M_{kj}}{\partial q_i} + \frac{\partial M_{ki}}{\partial q_j} - \frac{\partial M_{ij}}{\partial q_k} \right\} \dot{q}_i \quad (1.40)$$

Se tiene finalmente la expresión general del modelo dinámico de un robot manipulador n grados de libertad dado por (1.41), que en este caso es del exoesqueleto de 4 GDL.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1.41)$$

Para la sección siguiente es importante conocer la energía potencial del exoesqueleto para obtener el vector de fuerzas gravitacionales. La energía potencial viene dada por:

$$\mathcal{U}(q) = \frac{1}{2}g [c_2c_3 (l_3(m_3 + 2m_4) + m_4l_4c_4) + c_1 (m_3l_3 + 2m_4l_3 + m_4l_4c_4) s_3 - m_4l_4s_1s_2s_4]$$

Con las respectivas derivadas parciales de la energía potencial, el vector de fuerzas gravitacionales viene dado por $G(q) = [G_1, G_2, G_3, G_4]^T$, con

$$G_1 = \frac{1}{2}g [- (l_3(m_3 + 2m_4) + m_4l_4c_4)s_1s_3 + c_1 (c_2c_3(m_3l_3 + 2m_4l_3 + m_4l_4c_4) - m_4l_4s_2s_4)]$$

$$G_2 = -\frac{1}{2}gs_1 (c_3 (l_3(m_3 + 2m_4) + m_4l_4c_4) s_2 + m_4l_4c_2s_4)$$

$$G_3 = \frac{1}{2}g (l_3(m_3 + 2m_4) + m_4l_4c_4) (c_1c_3 - c_2s_1s_3)$$

$$G_4 = -\frac{1}{2}gm_4l_4 (c_4s_1s_2 + (c_2c_3s_1 + c_1s_3) s_4)$$

1.4.1. Propiedades del modelo dinámico

A continuación se presentarán algunas propiedades del modelo dinámico (1.41) para un manipulador de n GDL [63], [64], las cuales serán explotadas en secciones posteriores para el análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov.

Existen escalares positivos $\beta_i (i = 0, 1, 2, 3)$ tales que:

1. La matriz de inercia $M(q)$ es simétrica y positiva definida, y

$$0 < \beta_0 \leq \lambda_m\{M(q)\} \leq \|M(q)\| \leq \lambda_M\{M(q)\} \leq \beta_1 < \infty \quad (1.42)$$

donde $\lambda_m\{A\}$ y $\lambda_M\{A\}$ son los valores propios mínimo y máximo de la matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ respectivamente. Las normas $\|A\|$ y $\|b\|$ de un vector $b \in \mathbb{R}^n$ representa la norma inducida o espectral y Euclidiana, respectivamente.

2. Para la matriz de fuerzas centrífugas y de Coriolis $C(q, \dot{q})$, se tiene

$$\|C(q, \dot{q})\dot{q}\| \leq \beta_2 \|\dot{q}\|^2 \quad \text{ó} \quad \|C(q, \dot{q})\| \leq \beta_2 \|\dot{q}\| \quad (1.43)$$

además la expresión $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ es anti-simétrica, de igual forma que $\frac{1}{2}\dot{M}(q) - C(q, \dot{q})$, es decir que satisface

$$\dot{q}^T \left[\frac{1}{2}\dot{M}(q) - C(q, \dot{q}) \right] \dot{q} = 0 \quad \forall q, \dot{q} \in \mathbb{R}^n \quad (1.44)$$

e igual satisface que:

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q})^T \quad (1.45)$$

3. Para robots que únicamente tiene juntas rotacionales existe un escalar tal que

$$\|G(q)\| \leq \beta_3 \quad (1.46)$$

Una forma sencilla para calcular las cotas superiores β_1 y β_2 es la siguiente:

$$\beta_1 \geq n \left(\max_{i,j,q} |M_{ij}(q)| \right) \quad (1.47)$$

$$\beta_2 \geq n^2 \left(\max_{i,j,k,q} |C_{kij}(q)| \right) \quad (1.48)$$

1.4. DINÁMICA

donde $M_{ij}(q)$ es el ij -ésimo elemento de la matriz $M(q)$, y $C_{kij}(q)$ es el ij -ésimo elemento de la matriz simétrica $C_k(q)$.

1.4.2. Propiedades del Jacobiano

De igual forma que el modelo dinámico de un manipulador, el Jacobiano puede ser acotado. Es decir, para el caso en que tenemos un Jacobiano cuadrado, $J(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, existen escalares positivos ρ_i ($i = 0, 1, 2$) tal que

$$\begin{aligned} \|J(q)\| &\leq \lambda_M\{J(q)\} \leq \rho_0 < \infty \\ \|\dot{J}(q)\| &\leq \lambda_M\{\dot{J}(q)\} \leq \rho_1 < \infty \\ \|J^{-1}(q)\| &\leq \lambda_M\{J^{-1}(q)\} \leq \rho_2 < \infty \end{aligned} \tag{1.49}$$

En el caso del exoesqueleto se tiene una matriz Jacobiana no cuadrada, $J(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 6}$, por lo que se tiene que considerar propiedades distintas.

1.4.2.1. Matrices no cuadradas

Existe una ligera variación en el concepto de valores propios y vectores propios que son definidos para matrices cuadradas y no cuadradas [65]. Para $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$, sea $\|A\|$ el operador que denota la norma inducida por las normas Euclidianas en \mathbb{C}^n y \mathbb{C}^m . Cabe resaltar que aún se conserva

$$\langle Ax, y \rangle_{\mathbb{C}^m} = y^T A x = \langle x, A^T y \rangle_{\mathbb{C}^n} \quad \text{para } x \in \mathbb{C}^n, y \in \mathbb{C}^m \tag{1.50}$$

Para $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ uno puede construir matrices cuadradas $A^T A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ y $AA^T \in \mathbb{C}^{m \times m}$. Cada una de ellas son Hermitianas y semi-definidas positivas. En particular $A^T A$ y AA^T son diagonalizables con valores propios reales y no negativos. Excepto por las multiplicidades de los valores propios cero, estas matrices tienen los mismos valores propios; de hecho, se tiene:

Proposición 1. *Sea $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ y $B \in \mathbb{C}^{n \times m}$ con $m \leq n$. Los valores propios de BA (contando la multiplicidad) son los valores propios de AB , junto con $n - m$ ceros.*

Entonces para cualquier m, n , los valores propios de $A^T A$ y AA^T difieren por $|n - m|$ ceros.

Definición 1. *Los valores singulares de A son los números*

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_p \geq 0 \quad (1.51)$$

donde $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$. (Cuando $n > m$, usualmente se define los valores singulares $\sigma_{m+1} = \dots = \sigma_n = 0$.)

Como en el caso de una matriz cuadrada, $\|A\|^2 = \|A^T A\|$. Pero

$$\|A^T A\| = \lambda_M\{A^T A\} = \sigma^2, \text{ entonces } \|A\| = \sigma \quad (1.52)$$

Entonces (1.49) se redefine como:

$$\begin{aligned} \|J(q)\| &\leq \sqrt{\lambda_M\{J^T(q)J(q)\}} \leq \rho_0 < \infty \\ \|\dot{J}(q)\| &\leq \sqrt{\lambda_M\{\dot{J}^T(q)\dot{J}(q)\}} \leq \rho_1 < \infty \\ \|J^{-1}(q)\| &\leq \sqrt{\lambda_M\{J^{-T}(q)J^{-1}(q)\}} \leq \rho_2 < \infty \end{aligned} \quad (1.53)$$

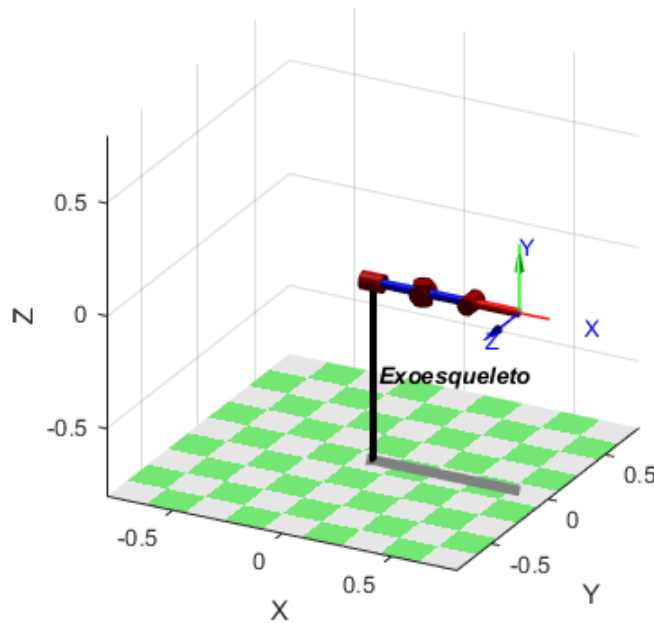


Figura 1.3: Exoesqueleto en el Toolbox de Robótica

1.5. SIMULACIONES

1.5. Simulaciones

Para validar el modelo cinemático y dinámico se utiliza el Toolbox de Robótica de Matlab[®], que permite obtener la cinemática y dinámica al tener un modelo del manipulador (enfocado gráfico). Con base a la Tabla 1.1 se obtuvo el modelo del exoesqueleto con el Toolbox de Robótica. El modelo se observa en la Figura 1.3.

1.5.1. Cinemática Directa

Los datos cinemáticos vienen dados por la Tabla 1.2

Tabla 1.2: Parámetros cinemáticos del Exoesqueleto

Parámetro	Símbolo	Valor
Eslabón 1	l_1	0.228 m
Eslabón 3	l_3	0.22 m
Eslabón 4	l_4	0.22 m

Mediante Simulink de Matlab[®] se realizaron las validaciones de la cinemática directa dada por el Toolbox de Robótica y las ecuaciones (1.5), (1.6) y (1.7). Se utiliza el esquema de la Figura 1.4, con los siguientes valores iniciales $\ddot{q}_1 = 0.2, \ddot{q}_2 = 0.1, \ddot{q}_3 = 0, \ddot{q}_4 = 0.3 \text{ rad/s}^2$; $\dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = \dot{q}_3(0) = \dot{q}_4(0) = 0 \text{ rad/s}$; y $q_1(0) = 0, q_2(0) = \pi/2, q_3(0) = 0, q_4(0) = 0 \text{ rad}$. El tiempo de simulación es de 10 segundos con un paso fijo de integración de 0.001 y el método de Runge- Kutta de 4to orden.

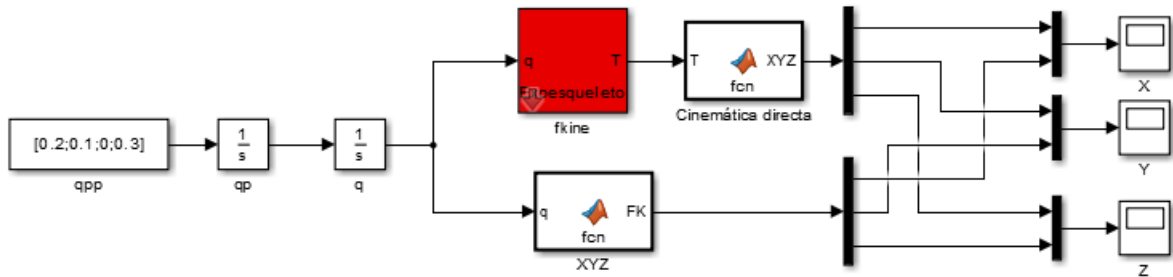


Figura 1.4: Diagrama a bloques de la cinemática directa del Exoesqueleto

En la Figura 1.5 se muestran las validaciones de la cinemática directa del exoesqueleto.

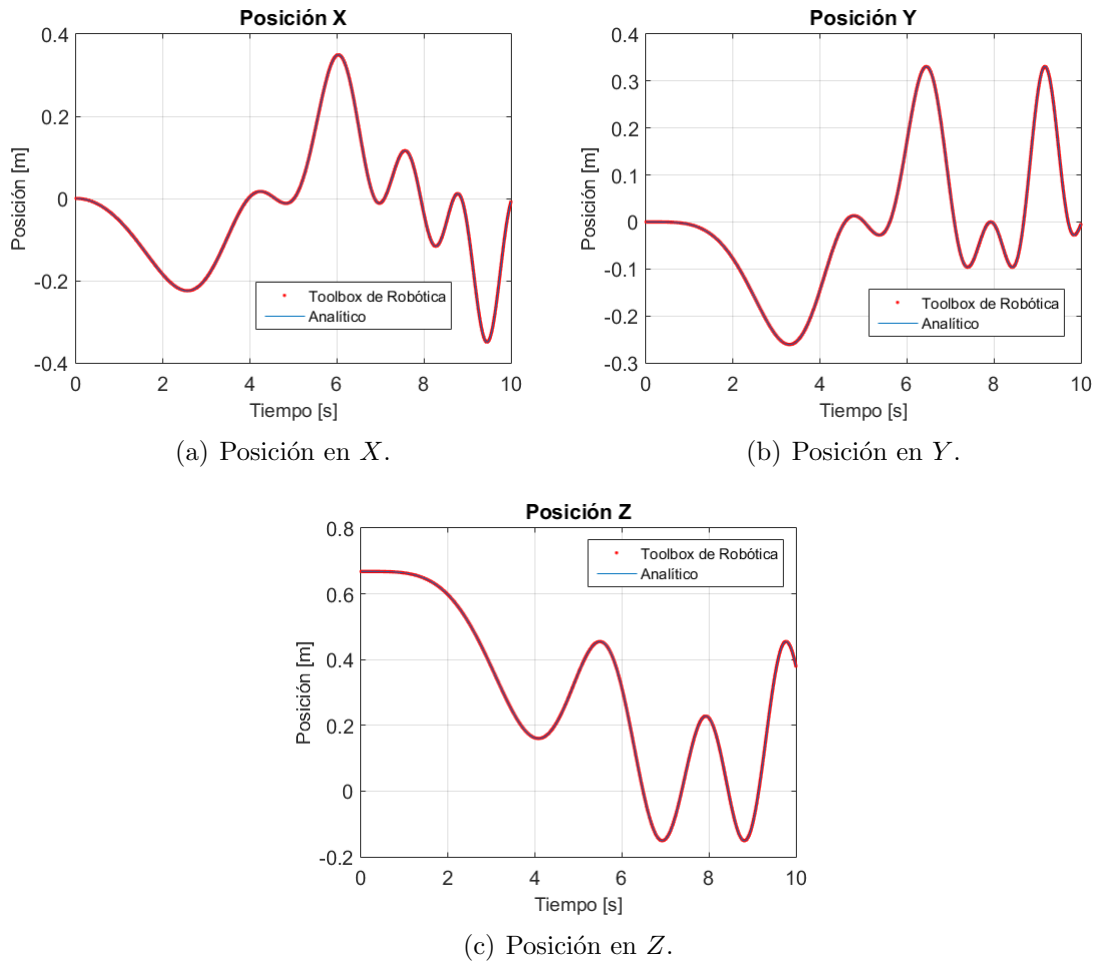


Figura 1.5: Validación de la Cinemática Directa

1.5.2. Cinemática Inversa

La validación de la cinemática inversa se realizó mediante Simulink de Matlab[®] usando la cinemática directa de la sección anterior. El diagrama y resultados se observa en la Figura 1.6.

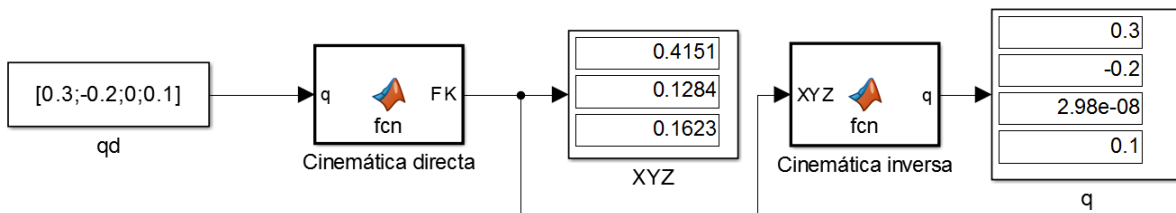


Figura 1.6: Validación de la cinemática inversa

1.5. SIMULACIONES

Cabe mencionar que como la cinemática inversa se encuentra fuertemente acoplada, los resultados obtenidos difieren de los valores dados en la cinemática directa ya que existen múltiples soluciones para obtener la posición deseada bajo cierta configuración articular.

1.5.3. Dinámica

Se utilizó de igual forma el Toolbox de Robótica de Matlab[®] y las ecuaciones dinámicas obtenidas (por su gran extensión no se coloca el modelo dinámico de forma simbólica). Los datos dinámicos del exoesqueleto se aprecian en la Tabla 1.3.

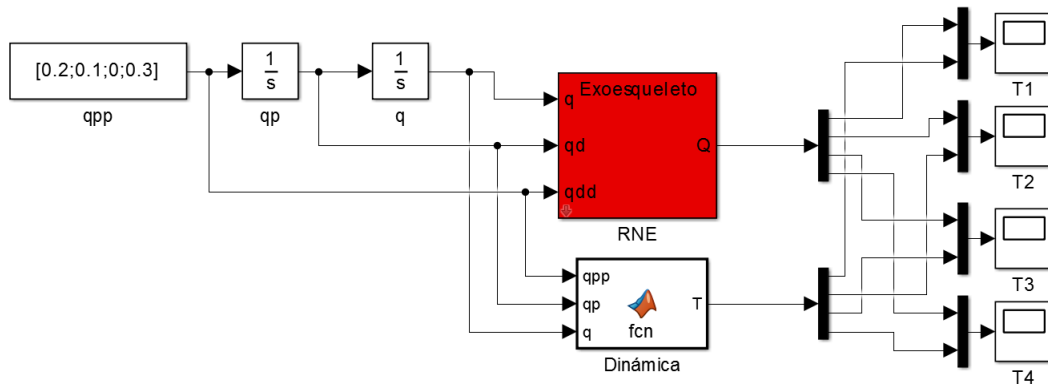


Figura 1.7: Diagrama a bloques del modelo dinámico del exoesqueleto

Tabla 1.3: Parámetros dinámicos del Exoesqueleto

Parámetro	Símbolo	Valor
Masa 1	m_1	2.8 kg
Masa 2	m_2	1 kg
Masa 3	m_3	1.5 kg
Masa 4	m_4	1.5 kg

Con fines de simplicidad se considero un tensor de inercia \mathcal{I}_i diagonal

$$\mathcal{I}_i = \begin{bmatrix} I_{xx_i} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy_i} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz_i} \end{bmatrix} \quad (1.54)$$

Se consideran los eslabones como barras delgadas y simétricas, entonces los momentos principales de inercia se calculan mediante $I_{xx_i} = I_{yy_i} = I_{zz_i} = \frac{m_i l_i^2}{12}$. Se realizaron las

CAPÍTULO 1. MODELO DEL EXOESQUELETO

simulaciones en Simulink de Matlab[®] en un tiempo de 20 segundos bajo las mismas especificaciones que en la validación de la cinemática directa. El diagrama a bloques se observa en la Figura 1.7.

En la Figura 1.8 muestran las validaciones de los pares obtenidos en la simulación de la dinámica directa.

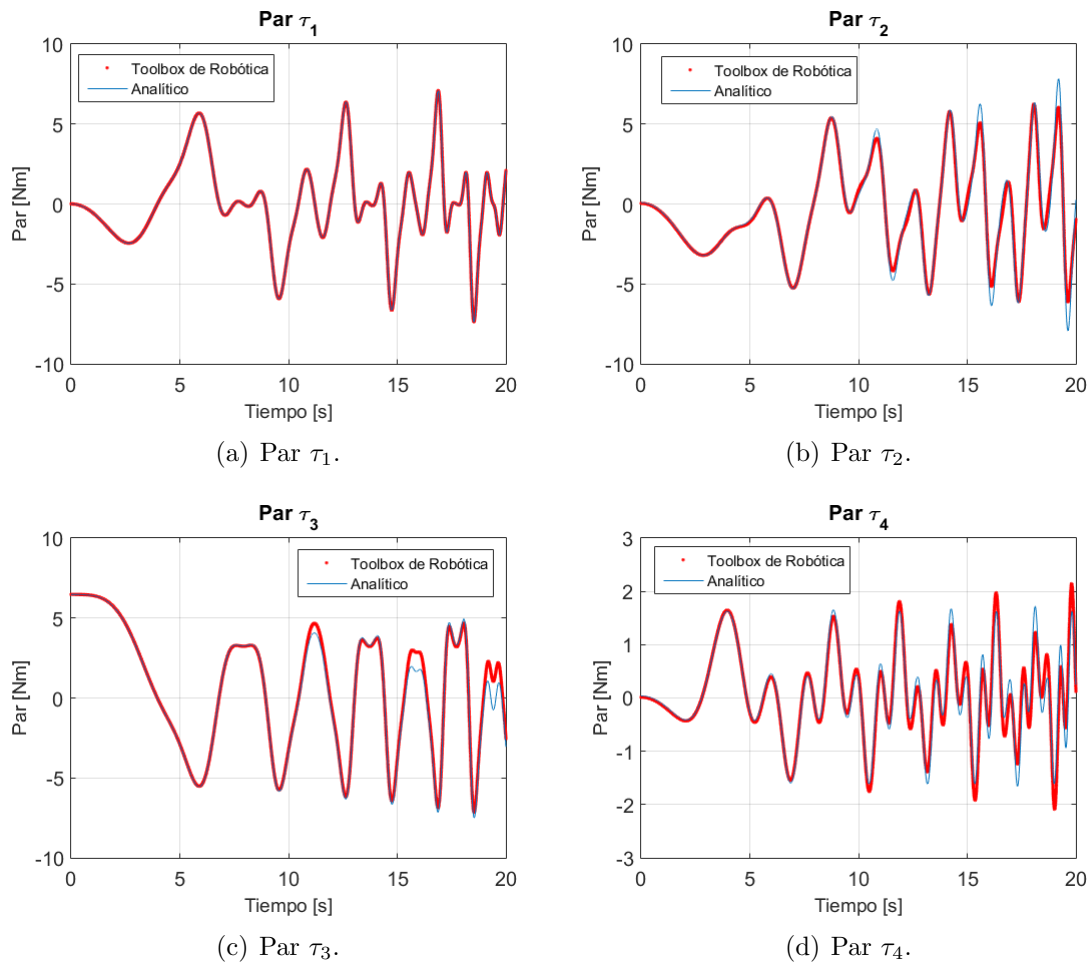


Figura 1.8: Validación del modelo dinámico

El modelo cinemático y dinámico del exoesqueleto son herramientas indispensables para dar comienzo al siguiente capítulo en el desarrollo de los controladores de Impedancia/Admitancia, además las propiedades mencionadas anteriormente son de utilidad para el análisis de Estabilidad en el sentido de Lyapunov.

Capítulo 2

Control del exoesqueleto por Impedancia y Admitancia

En este capítulo se brinda la teoría del concepto de impedancia/admitancia visto desde un enfoque físico (mecánico y eléctrico). Se proporcionan los esquemas de control de impedancia/admitancia tradicionales y propuestos con sus respectivas simulaciones con fines de validación y aplicabilidad experimental.

2.1. Impedancia y Admitancia

El concepto de impedancia es comúnmente utilizado en el ámbito eléctrico. La impedancia Z es una medida de oposición que presenta un circuito a una corriente cuando se aplica una tensión. Considere el circuito RLC de la Figura 2.1

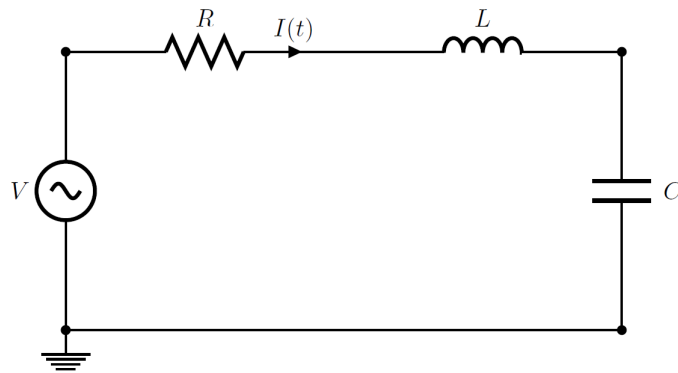


Figura 2.1: Circuito RLC

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

donde V es una fuente alterna de voltaje, $I(t)$ es la corriente que circula en la malla del circuito, R una resistencia, L un inductor y C un capacitor. Por definición, la impedancia es el cociente entre el fasor tensión y el fasor intensidad de corriente, es decir, obedece la Ley de Ohm $Z = \mathbb{V}/\mathbb{I}$; donde \mathbb{V} es el fasor de tensión e \mathbb{I} es el fasor de corriente.

Se denomina Z_R, Z_L, Z_C a la impedancia del elemento resistor, inductor y capacitor, respectivamente. Z_R mide cuánto “impedirá” el elemento el flujo de carga a través de la red (los resistores son elementos disipativos); Z_L mide cuánto impedirá” el elemento el nivel de corriente a través de la red (los elementos inductivos son dispositivos de almacenamiento); Z_C mide cuánto “impedirá” el elemento capacitivo el nivel de corriente a través de la red (los elementos capacitivos son dispositivos de almacenamiento) [66]. En forma fasorial el circuito RLC en serie de la Figura 2.1 se escribe como:

$$\mathbb{V} = (Z_R + Z_L + Z_C)\mathbb{I} \quad (2.1)$$

De la expresión anterior se nota una clara relación entre la corriente y la tensión a través de la impedancia eléctrica. Si el circuito se resuelve utilizando las Leyes de Kirchhoff se obtiene la siguiente ecuación diferencial

$$L \frac{dI(t)}{dt} + RI(t) + \frac{1}{C} \int_0^t I(\tau) d\tau = V \quad (2.2)$$

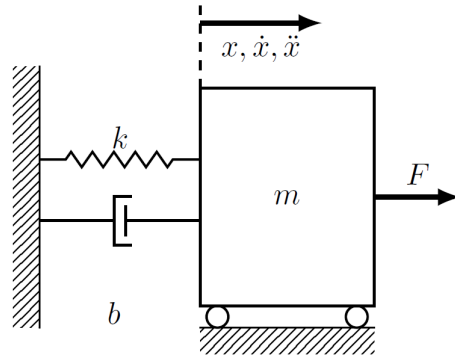


Figura 2.2: Sistema masa, resorte, amortiguador

Aplicando la transformada de Laplace con condiciones iniciales cero, se obtiene:

$$\left(Ls + R + \frac{1}{Cs} \right) I(s) = V(s) \quad \text{ó} \quad \left(Ls^2 + Rs + \frac{1}{C} \right) q(s) = V(s) \quad (2.3)$$

2.1. IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

donde q es la carga. La primera expresión muestra una relación de impedancia entre la tensión y la corriente del circuito, mientras que la segunda establece una relación entre la tensión y la carga, el cual se le conoce como filtro de impedancia $Z(s) = Ls^2 + Rs + 1/C$

De forma homóloga se tiene en un sistema mecánico, considere el sistema masa, resorte, amortiguador de la Figura 2.2 donde m es la masa del carro, k es la constante del resorte, b es la constante de amortiguamiento y F es la fuerza ejercida en el extremo de la masa. Se considera que el carro únicamente se mueve en el eje horizontal, y el resorte y amortiguador son lineales en su movimiento. La ecuación dinámica que representa el sistema es:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = F \quad (2.4)$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$(ms^2 + bs + k)x(s) = F(s) \quad (2.5)$$

La impedancia mecánica o filtro de impedancia es $Z(s) = ms^2 + bs + k$, y como en el caso eléctrico cada elemento tiene una función. El resorte almacena y desprende energía potencial (equivalente a un capacitor); el amortiguador disipa energía cinética (equivalente a un resistor), la masa impedirá la velocidad que puede tomar el objeto (equivalente a un inductor).

El inverso de la impedancia se le conoce como Admitancia, que a una entrada de fuerza “admite” una cierta cantidad de movimiento. Para el caso mecánico se expresa de la siguiente forma:

$$Y(s) = Z^{-1}(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \quad (2.6)$$

El modelo de impedancia y admitancia mecánica son de bastante utilidad en las aplicaciones que requieren interacción con el ambiente. El medio ambiente es central para cualquier estrategia de control por fuerza. Es usualmente modelado por un resorte lineal k y algunas veces en paralelo con un amortiguador b . Ambos son considerados conocidos y constantes.

Para un ambiente lineal, la impedancia es definida como la razón de la transformada de Laplace del esfuerzo y flujo (En sistemas eléctricos, esfuerzo es equivalente a una tensión y flujo a la corriente; en sistemas mecánicos, esfuerzo es una fuerza o par y flujo una

velocidad lineal o angular). Para cualquier frecuencia dada ω , la impedancia es un número complejo con parte real $R(\omega)$ y parte imaginaria $X(\omega)$

$$Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega) \quad (2.7)$$

Cuando ω se aproxima a cero, la magnitud de la impedancia del ambiente puede caer en alguna de las siguientes posibilidades: puede aproximarse al infinito, puede aproximarse a un número finito no cero, o se puede aproximar a cero. Se introducen las siguientes definiciones:

Definición 2. *Un sistema con impedancia (2.7) es inercial, sí y sólo si $|Z(0)| = 0$*

Definición 3. *Un sistema con impedancia (2.7) es resistivo, sí y sólo si $|Z(0)| = c$, donde $0 < c < \infty$.*

Definición 4. *Un sistema con impedancia (2.7) es capacitivo, sí y sólo si $|Z(0)| = \infty$.*

Los ambientes capacitivos e inerciales representan impedancias duales en el sentido que el inverso de un sistema capacitivo es inercial, y el inverso de un sistema inercial es capacitivo. Un ambiente resistivo es autodual. Para representar su dualidad se utiliza los circuitos equivalentes de Norton y Thèvenin [39].

Recordando que el circuito equivalente de Norton consiste en una impedancia en paralelo con una fuente de flujo, y un circuito equivalente de Thèvenin consiste de una impedancia en serie con una fuente de esfuerzo. Se utiliza un circuito equivalente de Norton para representar un sistema capacitivo, y a la inversa, se utiliza un circuito equivalente de Thèvenin para representar sistemas inerciales. Cualquier circuito equivalente es suficiente para representar un ambiente resistivo.

Un fundamento principal para diseñar un controlador es que el error en estado estacionario sea cero a una entrada escalón. Esto será obtenido si se adhiere el siguiente principio de dualidad.

Principio de Dualidad: *“El manipulador debe ser controlado para responder como el dual del medio ambiente”.*

2.1. IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

Este hecho es descrito de una forma sencilla en términos de los circuitos equivalentes de Norton y Thèvenin. Cuando el ambiente es capacitivo se representa como una impedancia en paralelo con una fuente de flujo, y el dual correspondiente del manipulador es una fuente de esfuerzo en serie con una impedancia no capacitiva, ya sea inercial o resistiva (ver Figura 2.3). Cuando el ambiente es inercial se representa como una impedancia en serie con una fuente de esfuerzo, y el dual correspondiente del manipulador es una fuente de flujo en paralelo con una impedancia no inercial, ya sea capacitiva o resistiva (ver 2.4). Cuando el ambiente es resistivo, cualquier circuito equivalente puede ser utilizado pero el dual de la impedancia del manipulador debe ser no resistiva. En resumen, ambientes capacitivos requieren un manipulador controlado por fuerza, ambientes inerciales requieren un manipulador controlado en posición, y ambientes resistivos permiten tanto control de fuerza o posición.

Mostrar que el principio de Dualidad asegura error en estado estacionario cero a un escalón (se asume que no hay entradas en el ambiente) es sencillo. Primero se asume que el ambiente es inercial tal que $Z_A(0) = 0$, el subíndice A se refiere al ambiente y el subíndice R al robot. La Figura 2.3 muestra el ambiente y su respectivo manipulador, donde Z_A es la impedancia del ambiente, Z_R es la impedancia del robot manipulador, v_R es el flujo de entrada y v es el flujo medido entre el ambiente y el robot. La función de transferencia entrada salida para el flujo esta dada por

$$\frac{v}{v_R} = \frac{Z_R(s)}{Z_R(s) + Z_A(s)} \quad (2.8)$$

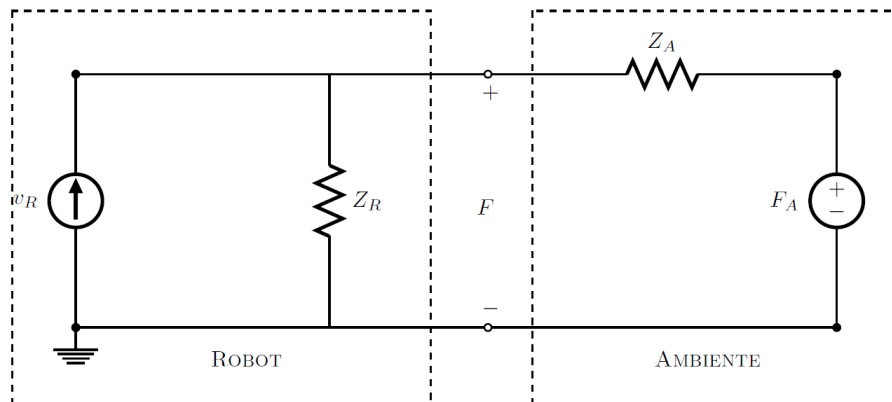


Figura 2.3: Modelo de control de posición

Asumiendo estabilidad (polos ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo) de

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

la función de transferencia, el error en estado estacionario a una entrada escalón $1/s$ está dado por el teorema del valor final

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} (v - v_R) = \frac{-Z_A(0)}{Z_R(0) + Z_A(0)} = 0 \quad (2.9)$$

mientras que $Z_R(0) \neq 0$, es decir, mientras que la impedancia del manipulador sea no inercial. Después se asume un ambiente capacitivo tal que $Z_A(0) = \infty$. La Figura 2.4 muestra el ambiente y su respectivo robot manipulador, donde F_R es la entrada de esfuerzo del robot. La función de transferencia entrada/salida para el esfuerzo F está dada por

$$\frac{F}{F_R} = \frac{Z_A(s)}{Z_R(s) + Z_A(s)} \quad (2.10)$$

y el error en estado estacionario a una entrada escalón es:

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} (F - F_R) = \frac{-Z_R(0)}{Z_R(0) + Z_A(0)} = 0 \quad (2.11)$$

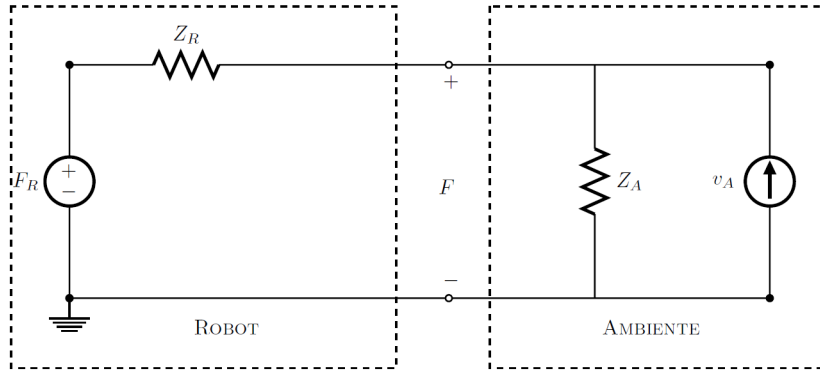


Figura 2.4: Modelo de control de fuerza

mientras que $Z_R(0)$ es finito, es decir, que la impedancia del robot manipulador es no capacitiva. Para un ambiente resistivo, la condición de error en estado estacionario cero es satisfecha, ya sea que $Z_R(0) = 0$ y el manipulador sea controlado por fuerza, ó $Z_R(0) = \infty$ y el manipulador sea controlado en posición.

La condición de dualidad engloba la noción de que dos flujos distintos o dos esfuerzos diferentes no pueden mantenerse simultáneamente en la unión de un puerto. Un medio ambiente siguiendo la trayectoria en posición y un robot controlado en posición intentando

2.2. MODELO DEL AMBIENTE

seguir la trayectoria es inconsistente. Sin embargo, la combinación dual de una fuente de flujo de Norton y una fuente de esfuerzo de Thèvenin puede existir simultáneamente [39].

2.2. Modelo del ambiente

El método de procesamiento de señales de estimación de ambiente fue desarrollada de la teoría de los sistemas invariantes en el tiempo, lineales y de segundo orden [33]. Un robot que es controlado usando control por impedancia exhibe una dinámica de segundo orden relacionada entre la posición del órgano terminal y la fuerza externa aplicado en el. Las características de esta relación son gobernadas por valores de impedancia deseada (M_d, B_d, K_d) , los cuales el usuario puede especificar el desempeño dinámico del manipulador [33]. También recordar que el ambiente se asume que se comporta como una impedancia lineal de acuerdo a sus coeficientes de rigidez y amortiguamiento (K_a, B_a) . Es usual tratar cada variable Cartesiana de forma independiente, es decir, se asume que las impedancias del ambiente en diferentes direcciones están desacopladas. En este caso, la representación de (2.50) es reemplazada por n ecuaciones escalares de la forma:

$$m_{d_i}(\ddot{x}_i - \ddot{x}_{d_i}) + b_{d_i}(\dot{x}_i - \dot{x}_{d_i}) + k_{d_i}(x_i - x_{d_i}) = \mathcal{F}_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.12)$$

donde las matrices de la impedancia deseada son:

$$M_d = \begin{bmatrix} m_{d_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_{d_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & m_{d_n} \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} b_{d_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_{d_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & b_{d_n} \end{bmatrix}, \quad K_d = \begin{bmatrix} k_{d_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{d_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & k_{d_n} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

y las matrices de la impedancia del ambiente son:

$$B_a = \begin{bmatrix} b_{a_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & b_{a_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & b_{a_n} \end{bmatrix}, \quad K_a = \begin{bmatrix} k_{a_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{a_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & k_{a_n} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

En lo siguiente se abordará la versión unidimensional del sistema robot-ambiente, el cual se extiende para el caso general. Cuando los sistemas robot y ambiente están en contacto,

un nuevo sistema de segundo orden se obtiene (ver Figura 2.5) que esta compuesto por las características de impedancia del controlador y el ambiente. Si las características de la impedancia del sistema combinado (controlador por impedancia y el ambiente) pueden ser determinados, entonces los del ambiente pueden ser calculados.

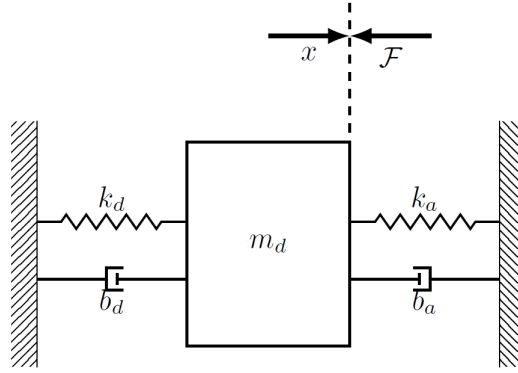


Figura 2.5: Sistema de segundo orden formado por el ambiente y el robot controlado por impedancia

Si se considera que el medio ambiente se encuentra situado en una posición x_a , el modelo de la Figura 2.5 es el siguiente:

$$m_d(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + b_d(\dot{x} - \dot{x}_d) + k_d(x - x_d) = -b_a\dot{x} + k_a(x_a - x) \quad (2.15)$$

donde $x_a \leq x$. Considerando $x_a = 0$, la función de transferencia del sistema anterior es:

$$x(s) = x_d(s) \left[1 - \frac{b_a s + k_a}{m_d s^2 + (b_d + b_a)s + k_d + k_a} \right] \quad (2.16)$$

De lo anterior, es evidente que al no existir ambiente los parámetros b_a y k_a son cero al igual que la fuerza de contacto, teniendo que la posición $x(t)$ es equivalente a $x_d(t)$.

2.2.1. Determinación de la Frecuencia Natural del Sistema y el Radio de Amortiguamiento

Las propiedades de la impedancia del sistema ambiente-robot pueden ser determinados de la respuesta al escalón del sistema. Esto puede lograrse mediante un escalón en la ubicación del órgano terminal del robot durante el contacto, y midiendo la fuerza resultante (\mathcal{F}). Asumiendo una respuesta subamortiguada $x(t)$, la frecuencia natural amortiguada ω_d puede ser determinado de la transformada rápida de Fourier (FFT) de la señal de

2.2. MODELO DEL AMBIENTE

fuerza. Para determinar el radio de amortiguamiento ζ , se utiliza el método de tiempo de asentamiento la cual da la siguiente relación para T_s para obtener convergencia dentro del 5 % del valor de estado estacionario

$$\exp^{-\zeta\omega_n T_s} = 0.05 \quad (2.17)$$

donde ω_n es la frecuencia no amortiguada. El tiempo de asentamiento esta dado por

$$T_s = \frac{2.996}{\zeta\omega_n} \quad (2.18)$$

y el número de ciclos de la respuesta antes que se obtenga el tiempo de asentamiento es

$$\#\text{ciclos} = \frac{2.996\sqrt{1-\zeta^2}}{2\pi\zeta} \quad (2.19)$$

De lo anterior, el radio de amortiguamiento se obtiene como

$$\zeta = \frac{0.4768}{\sqrt{\#\text{ciclos}^2 + 0.2274}} \quad (2.20)$$

La solución de ζ es por lo tanto encontrada mediante el conteo del número de los ciclos visibles (incluyendo partes fraccionarias) antes que la fuerza de contacto medida converja dentro del 5 % del valor en estado estacionario.

2.2.2. Determinación de los coeficientes de Rigidez y Amortiguamiento del Ambiente

Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento del ambiente pueden ser extraídos por los valores conocidos ω_d y ζ . Para el sistema robot-ambiente de la Figura 2.5, la rigidez, amortiguamiento y masa equivalentes son

$$k_{eq} = k_d + k_a \quad (2.21)$$

$$b_{eq} = b_d + b_a \quad (2.22)$$

$$m_{eq} = m_d \quad (2.23)$$

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

En términos de estos parámetros, la frecuencia natural y el radio de amortiguamiento son dados por

$$\omega_n = \frac{\omega_d}{\sqrt{1 - \zeta^2}} = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}} \quad (2.24)$$

$$\zeta = \frac{b_{eq}}{2\sqrt{k_{eq}m_{eq}}} \quad (2.25)$$

Con los valores de ω_d y ζ determinados de la respuesta a la fuerza y las ecuaciones (2.21)-(2.25), se obtiene la rigidez y amortiguamiento del ambiente en términos de valores conocidos:

$$k_a = \omega_n^2 m_d - k_d \quad (2.26)$$

$$b_a = 2\zeta \sqrt{(k_d + k_a)m_d} - b_d \quad (2.27)$$

Las ventajas de este método es que se requiere pocos datos. Sólo la fuerza de contacto debe ser medida y es común en robots que realizan tareas de contacto que tengan un sensor de fuerza montado en su órgano terminal. Es un algoritmo fuera de línea, y no requiere mediciones de la deflexión y velocidad del ambiente. Una desventaja es que la respuesta a la fuerza debe ser subamortiguada para medir ω_d y ζ . Esto implica que los valores de la impedancia deseada sean escogidos cuidadosamente para obtener el desempeño deseado. También, el método no puede ser extendido fácilmente para identificar parámetros de contacto para geometrías de contacto generales porque usa los equivalentes de amortiguamiento y rigidez del sistema robot-ambiente. Esto no puede ser definido fácilmente para contactos tridimensionales con puntos de contacto múltiples [67] [72].

Existen diversas técnicas de estimación de parámetros que pueden ser implementados en línea [68] [69] [71]. En esta sección se explicarán dos de los métodos más usados por su simplicidad y buenos resultados: Mínimos Cuadrados Recursivos (MCR) e Identificación Adaptable.

Se considera el modelo de Kelvin-Voigt como modelo del ambiente, el cual consiste en un sistema resorte-amortiguador [70].

$$\mathcal{F}(t) = B_a \dot{x}(t) + K_a x(t) \quad (2.28)$$

2.2. MODELO DEL AMBIENTE

En este apartado se colocará la dependencia del tiempo a los elementos del modelo del ambiente, con el fin de dar explicación a los algoritmos de identificación. Se define la matriz de regresión $\phi = \begin{bmatrix} \dot{x}(t) & x(t) \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{2n \times n}$, y un vector de parámetros $\theta = \begin{bmatrix} B_a & K_a \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{2n}$.

$$\mathcal{F}(t) = \phi^T(t)\theta \quad (2.29)$$

2.2.3. Mínimos Cuadrados Recursivos (MCR)

Mínimos Cuadrados Recursivos (MCR) minimiza el valor del error cuadrático medio en cada paso [70] [71]. El vector de parámetros es calculado cada tiempo de muestreo mediante la siguiente expresión:

$$\hat{\theta}_n = \hat{\theta}_{n-1} + L_n \left[\mathcal{F}_n - \phi_n^T \hat{\theta}_{n-1} \right] \quad (2.30)$$

donde:

$$\begin{aligned} L_n &= P_{n-1} \phi_n (\beta + \phi_n^T P_{n-1} \phi_n)^{-1} \\ P_n &= \beta^{-1} [I - L_n \phi_n^T] P_{n-1} \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde $\beta(0 < \beta \leq 1)$ es un factor de olvido y el subíndice n denota $t = nT$.

El método requiere mediciones de la fuerza de contacto \mathcal{F} y la posición correspondiente del órgano terminal x . La solución de MCR es orientado a identificar los parámetros de impedancia dentro la estructura de un control por impedancia puro, sin seguimiento de una señal de fuerza deseada. Formulado como un problema de identificación lineal, el éxito de la estimación de los parámetros es sujeto a la condición de excitación persistente, que será mencionada posteriormente.

2.2.4. Identificación Adaptiva (IA)

La Identificación Adaptiva (IA) es un método de estimación popular. Es usado generalmente como una parte del control adaptable. IA únicamente se refiere a estimación.

Dado el modelo del ambiente, se define la fuerza estimada y el error de coordenadas:

$$\hat{\mathcal{F}}(t) = \phi^T(t)\hat{\theta}(t) \quad (2.32)$$

$$\tilde{\theta}(t) = \hat{\theta}(t) - \theta \quad (2.33)$$

$$\tilde{\mathcal{F}}(t) = \hat{\mathcal{F}}(t) - \mathcal{F}(t) \quad (2.34)$$

Se observa que θ en (2.33) es un vector de parámetros constante. La ley de adaptación puede ser obtenida usando una técnica de Lyapunov [78] al definir la función de energía V :

$$V = \frac{1}{2}\tilde{\theta}^T(t)\Gamma^{-1}\tilde{\theta}(t) \quad (2.35)$$

donde $\Gamma > 0$ es la matriz de ganancia de adaptación. Si la ley de adaptación es elegida como:

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = -\Gamma\phi(t)\tilde{\mathcal{F}}(t) \quad (2.36)$$

Sustituyendo (2.29) y (2.32)-(2.34) en (2.36), se obtiene:

$$\dot{\tilde{\theta}}(t) = \dot{\hat{\theta}}(t) = -\Gamma\phi(t)\phi^T(t)\tilde{\theta}(t) \quad (2.37)$$

entonces la derivada de la función de energía V es:

$$\dot{V} = -\tilde{\theta}^T(t)\phi(t)\phi^T(t)\tilde{\theta}(t) \quad (2.38)$$

que es negativa definida en términos de $\tilde{\theta}$ siempre que

$$\alpha I_n \leq \int \phi(t)\phi^T(t)dt \leq \beta I_n, \quad \text{para } 0 < \alpha < \beta \quad (2.39)$$

La condición anterior en el regresor es de hecho una definición de excitación persistente. Como (2.38) es negativa definida en términos de $\tilde{\theta}$, se puede concluir que el error estimado $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, o que los estimados del ambiente (\hat{K}_a, \hat{B}_a) convergen a sus valores actuales (K_a, B_a).

2.2.5. Convergencia de los parámetros

Para que los parámetros estimados converjan a sus valores “reales”, la señal de entrada debe ser suficientemente rica para excitar los modos de la planta. Esta propiedad se le denomina *excitación persistente* (EP). Si el vector regresor ϕ es EP, la matriz P_n en (2.31)

2.2. MODELO DEL AMBIENTE

es no singular por lo que los parámetros estimados serán consistentes, para MCR. En el caso de IA, si ϕ es EP, la ecuación diferencial (2.36) es uniformemente asintóticamente estable. Por lo tanto se requiere que la matriz de regresión sea EP para MCR e IA para garantizar la convergencia de los parámetros.

Ejemplo

Para las simulaciones de los esquemas de identificación se utilizó Matlab/Simulink en un tiempo de 50 segundos y el método de integración de Runge Kutta de 4to orden con un paso de integración de 0.001 segundos. Únicamente se identificó un grado de libertad por simplicidad y con el fin de demostrar el funcionamiento de cada algoritmo. El ambiente a identificar es equivalente al modelo resorte amortiguador de Kelvin-Voigt dado por:

$$b_a \dot{x}(t) + k_a x(t) = F(t) \quad (2.40)$$

con $b_a = 8$ Ns/m, $k_a = 16$ N/m y $F(t) = 2 \sin(20t)$ como una señal con EP. La posición es $x(t) = 0.5 + 0.02 \sin(20t)$ que igual es una señal con EP. Las condiciones iniciales del vector de parámetros estimados es $\hat{\theta}(0) = \hat{\theta}_{(0)} = [3, 9]^T$. Para el algoritmo de MCR la condición inicial es $P_{(0)} = \text{diag}\{5, 2\}$ y $\beta = 1$. Las ganancias del algoritmo de IA son $\Gamma = \text{diag}\{20, 3000\}$.

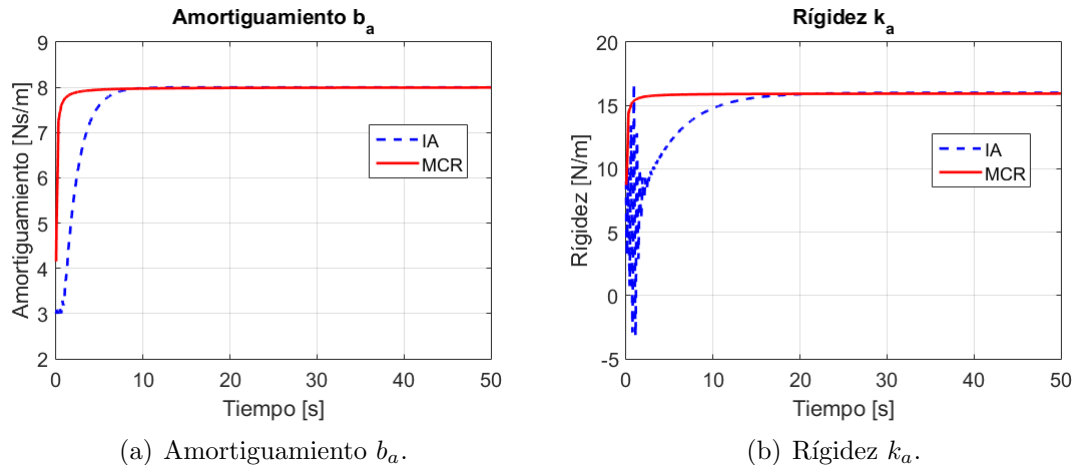


Figura 2.6: Resultados en simulación de la estimación de rigidez y amortiguamiento

En la Figura 2.6 se muestra los resultados de estimación de amortiguamiento y rigidez.

El algoritmo de IA converge un poco más lento, el cual puede modificarse con condiciones iniciales más cercanas al valor real y aumentar las ganancias de Γ . El algoritmo de MCR tiene una convergencia más rápida y precisión, además que requiere poca sintonización.

2.3. Modelo Cartesiano del Exoesqueleto

El modelo dinámico de un robot manipulador provee una relación entre las fuerzas generalizadas que actúan en el manipulador y su movimiento resultante. El modelo Lagrangiano (1.41) se reescribe como:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau - J^T(q)\mathcal{F} \quad (2.41)$$

donde $\mathcal{F} \in \mathbb{R}^n$ es la fuerza externa aplicada en el órgano terminal del manipulador, la cual tiene los siguientes posibles componentes de fuerza y par, $\mathcal{F} = \begin{bmatrix} F_x & F_y & F_z & \tau_x & \tau_y & \tau_z \end{bmatrix}^T$. Si se considera la transformación de coordenadas articulares al Cartesiano $q \rightarrow x$ se tiene

$$x = f(q) \quad (2.42)$$

$$\dot{x} = \frac{\partial f(q)}{\partial q} \dot{q} = J(q)\dot{q} \quad (2.43)$$

$$\ddot{x} = J(q)\ddot{q} + \dot{J}(q)\dot{q} \quad (2.44)$$

donde x es el vector de posición del órgano terminal (posición y orientación) en coordenadas Cartesianas. Esta transformación reescribe el modelo (2.41) en el espacio Cartesiano como:

$$M_x(q)\ddot{x} + C_x(q, \dot{x})\dot{x} + G_x(q) = f_\tau - \mathcal{F} \quad (2.45)$$

donde

$$M_x(q) = J^{-T}(q)M(q)J^{-1}(q) \quad (2.46)$$

$$C_x(q, \dot{x}) = J^{-T}(q)C(q, \dot{q})J^{-1}(q) - M_x(q)\dot{J}(q)J^{-1}(q) \quad (2.47)$$

$$G_x(q) = J^{-T}(q)G(q) \quad (2.48)$$

$$f_\tau = J^{-T}(q)\tau \quad (2.49)$$

Las fuerzas de interacción actúan en coordenadas mundo, cualquier ley de control que busque controlarlas deben ser obtenidas y analizadas en coordenadas Cartesianas. En el

2.4. ESQUEMAS TRADICIONALES POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

modelo (2.45), el comportamiento de la dinámica del manipulador está desacoplada en todas las direcciones Cartesianas. Por lo tanto, es una elección frecuente para el control por impedancia que utiliza una linealización por realimentación en el espacio Cartesiano.

2.4. Esquemas Tradicionales por Impedancia y Admitancia

El propósito del control por impedancia es alcanzar la impedancia deseada de la posición del órgano terminal y la interacción de la fuerza, dado por:

$$M_d(\ddot{x} - \ddot{x}_d) + B_d(\dot{x} - \dot{x}_d) + K_d(x - x_d) = \mathcal{F} \quad (2.50)$$

donde $x, \dot{x}, \ddot{x} \in \mathbb{R}^n$ denotan la posición, velocidad y aceleración del espacio Cartesiano, respectivamente; $x_d, \dot{x}_d, \ddot{x}_d \in \mathbb{R}^n$ denotan la trayectoria Cartesiana deseada y sus derivadas; y $M_d, B_d, K_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ denotan la masa, el amortiguamiento y rigidez de la impedancia deseada, respectivamente.

2.4.1. Solución al Comando de Impedancia

La solución del modelo de Impedancia de segundo orden (2.50) se obtuvo mediante el uso de la transformada de Laplace. Primero únicamente se considera la impedancia deseada y se iguala a cero, con el fin de encontrar las raíces características:

$$Z_d(s) = M_d s^2 + B_d s + K_d = 0 \quad (2.51)$$

Mediante cálculos algebraicos matriciales se obtiene que las raíces de la impedancia deseada viene dadas por:

$$s_{1,2} I = \frac{-M_d^{-1} B_d \pm \sqrt{M_d^{-2} B_d^2 - 4M_d^{-1} K_d}}{2} \quad (2.52)$$

Como las matrices M_d, B_d Y K_d son matrices diagonales positivas definidas, se obtiene que las soluciones serán estables con un comportamiento sobreamortiguado, críticamente amortiguado o subamortiguado.

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

Retomando (2.73) se tiene que:

$$x_r(s) = x_d(s) + Z_d^{-1}(s)\mathcal{F}(s) = x_d(s) + (M_d s^2 + B_d s + K_d)^{-1} \mathcal{F}(s) \quad (2.53)$$

La impedancia deseada puede ser escrita como el producto de los factores encontrados:

$$x_r(s) = x_d(s) + [(sI - s_1 I)(sI - s_2 I)]^{-1} \mathcal{F}(s) = [W(sI - s_1 I)^{-1} + V(sI - s_2 I)^{-1}] \mathcal{F}(s) \quad (2.54)$$

Donde W y V son matrices que se obtienen al resolver las fracciones parciales. Las matrices son:

$$W = \left(\sqrt{M_d^{-2} B_d^2 - 4M_d^{-1} K_d} \right)^{-1}, \quad V = -W = - \left(\sqrt{M_d^{-2} B_d^2 - 4M_d^{-1} K_d} \right)^{-1} \quad (2.55)$$

Por lo tanto la solución del comando de referencia es:

$$x_r(t) = x_d(t) + W \int_0^t (\exp^{s_1(t-\sigma)} - \exp^{s_2(t-\sigma)}) \mathcal{F}(\sigma) d\sigma \quad (2.56)$$

Las raíces características pueden ser expresadas por:

$$s_{1,2} I = -r \pm p \quad (2.57)$$

donde $r = \frac{M_d^{-1} B_d}{2}$ y $p = \frac{\sqrt{M_d^{-2} B_d^2 - 4M_d^{-1} K_d}}{2}$. Entonces (2.56) se reescribe como

$$x_r(t) = x_d(t) + W \int_0^t \exp^{-r(t-\sigma)} (\exp^{p(t-\sigma)} - \exp^{-p(t-\sigma)}) \mathcal{F}(\sigma) d\sigma \quad (2.58)$$

Recordando que la función seno hiperbólico tiene la siguiente estructura:

$$\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (2.59)$$

Finalmente, la solución del comando de impedancia viene dado por:

$$x_r(t) = x_d(t) + 2W \int_0^t \exp^{-r(t-\sigma)} \sinh(p(t-\sigma)) \mathcal{F}(\sigma) d\sigma \quad (2.60)$$

Otra forma para encontrar solución al comando de referencia es mediante la representación

2.4. ESQUEMAS TRADICIONALES POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

en espacios de estado. Si se define:

$$x_1 = x_r - x_d \quad (2.61)$$

$$\dot{x}_1 = \dot{x}_r - \dot{x}_d = x_2 \quad (2.62)$$

$$\dot{x}_2 = M_d^{-1} [\mathcal{F} - B_d x_2 - K_d x_1] \quad (2.63)$$

En forma matricial se tiene:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ -M_d^{-1} K_d & -M_d^{-1} B_d \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ M_d^{-1} \end{bmatrix}}_B \mathcal{F} \quad (2.64)$$

El sistema anterior corresponde a un sistema lineal en su representación de espacio de estado, cuya solución considerando condiciones iniciales cero es:

$$x(t) = \int_0^t \exp^{A(t-\sigma)} B \mathcal{F}(\sigma) d\sigma \quad (2.65)$$

El problema de esta solución es su generalidad y la poca información que brinda del modelo de impedancia.

2.4.2. Control de Impedancia Basado en Modelo (CI-BD)

El método original propuesto por Hogan [33], compensa la dinámica del robot usando el modelo dinámico. A este tipo de control se le conoce como *Control por impedancia basado en dinámica* (CI-BD) y es sensible al error de modelado. Consideraré la dinámica de un manipulador expresada de la siguiente forma:

$$M(q)J^{-1}(q) \left(\ddot{x} - \dot{J}(q)\dot{q} \right) + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau - J^T(q)\mathcal{F} \quad (2.66)$$

recordar que $\ddot{q} = J^{-1}(q) \left(\ddot{x} - \dot{J}(q)\dot{q} \right)$. La ley de control CI-BD viene dada por:

$$\tau = M(q)J^{-1}(q) \left(u - \dot{J}(q)\dot{q} \right) + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + J^T(q)\mathcal{F} \quad (2.67)$$

con

$$u = \ddot{x}_d + M_d^{-1} [\mathcal{F} - B_d(\dot{x} - \dot{x}_d) - K_d(x - x_d)] \quad (2.68)$$

ó en el dominio de Laplace como:

$$u(s) = M_d^{-1}Z_d(s)x_d(s) - M_d^{-1}\mathcal{F}(s) - M_d^{-1}(sB_d + K_d)x(s) \quad (2.69)$$

CI-BD se basa en el método de par calculado, cuyo resultado en lazo cerrado es el seguimiento de la impedancia deseada al tener cancelación exacta de los términos no lineales del manipulador.

En la mayoría de los casos y aplicaciones no se cuenta con un modelo exacto del manipulador debido a las consideraciones que se tiene al modelar, además de la existencia de incertidumbres. Debido a ello la ley de control (2.67) se reescribe como:

$$\tau = \hat{M}(q)J^{-1}(q) \left(u - \dot{J}(q)\dot{q} \right) + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) + J^T(q)\mathcal{F} \quad (2.70)$$

siendo $\hat{M}, \hat{C}, \hat{G}$ estimados de la matriz de inercia, Coriolis y el vector de fuerzas gravitacionales, respectivamente.

2.4.3. Control de Impedancia basado en Posición (CI-BP)/Control por Admitancia

El modelo de impedancia deseada modifica la trayectoria deseada mediante el uso de la fuerza de interacción medida. La trayectoria modificada es impuesta como un comando del lazo interno de control de posición. El comando de posición del lazo interno es la solución al modelo de impedancia deseado:

$$M_d(\ddot{x}_r - \ddot{x}_d) + B_d(\dot{x}_r - \dot{x}_d) + K_d(x_r - x_d) = \mathcal{F} \quad (2.71)$$

donde $x_r, \dot{x}_r, \ddot{x}_r \in \mathbb{R}^n$ denotan el comando de posición y sus respectivas derivadas del lazo interno, respectivamente.

$$\ddot{x}_r = \ddot{x}_d + M_d^{-1} (\mathcal{F} - B_d(\dot{x}_r - \dot{x}_d) - K_d(x_r - x_d)) \quad (2.72)$$

Escrito en términos de la transformada de Laplace

$$M_d s^2(x_r(s) - x_d(s)) + B_d s(x_r(s) - x_d(s)) + K_d(x_r(s) - x_d(s)) = \mathcal{F}(s)$$

2.4. ESQUEMAS TRADICIONALES POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

$$x_r(s) = x_d(s) + Z_d^{-1}(s)\mathcal{F}(s) \quad (2.73)$$

donde $Z_d(s) = s^2M_d + sB_d + K_d$. De (2.73) se observa claramente que al no existir la fuerza de contacto, la posición de referencia x_r es equivalente a la deseada x_d , es decir, $x_r = x_d$.

Cualquier ley de control de posición puede ser utilizada para el lazo interno. Se utiliza la misma compensación (2.70), la diferencia es que u ahora es:

$$u = \ddot{x}_r - K_v(\dot{x} - \dot{x}_r) - K_p(x - x_r) \quad (2.74)$$

donde $K_p, K_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ denotan las ganancias desacopladas proporcional y derivativa (PD), que puede ser diseñadas independientemente de los parámetros de la impedancia deseada.

2.4.4. Problema de precisión y robustez en el Control por Impedancia/ Admitancia

La dinámica (2.66) puede ser reescrita de forma equivalente:

$$\begin{aligned} \tau - J^T(q)\mathcal{F} &= \hat{M}(q)J^{-1}(q) \left(\ddot{x} - \dot{J}(q)\dot{q} \right) + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \hat{G}(q) \\ &\quad + \underbrace{\left(M(q) - \hat{M}(q) \right)}_{-\tilde{M}(q)} J^{-1}(q) \left(\ddot{x} - \dot{J}(q)\dot{q} \right) + \underbrace{\left(C(q, \dot{q})\dot{q} - \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q} \right)}_{-\tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q}} \\ &\quad + \underbrace{\left(G(q) - \hat{G}(q) \right)}_{-\tilde{G}(q)} \end{aligned} \quad (2.75)$$

Si se utiliza la ley de control CI-BD (2.70) en la dinámica (2.75) se obtiene

$$\hat{M}(q)J^{-1}(u - \ddot{x}) = -\tilde{M}(q)J^{-1}(q) \left(\ddot{x} - \dot{J}(q)\dot{q} \right) - \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q} - \tilde{G}(q) \quad (2.76)$$

Se observa que (2.76) es una representación común tanto para CI-BD y el control por Admitancia, donde u dependerá del controlador a utilizar.

Si se premultiplica por $\left(\hat{M}(q)J^{-1}(q) \right)^{-1}$ en ambos lados de (2.76), se define el lado derecho como el error de estimación de la dinámica, $\eta \in \mathbb{R}^6$:

$$\eta \triangleq -J(q)\hat{M}^{-1}(q) \left[\tilde{M}(q)J^{-1}(q) \left(\ddot{x} - \dot{J}(q)\dot{q} \right) + \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q} + \tilde{G}(q) \right] \quad (2.77)$$

De (2.76) y (2.77) se tiene:

$$\eta = u - \ddot{x} \quad (2.78)$$

De (2.78) se interpreta que u y x tiene una dinámica lineal de segundo orden:

$$u(s) = s^2x(s) + \eta(s) \quad (2.79)$$

2.4.4.1. Precisión y Robustez del CI-BD

La ley de control (2.69) se divide en dos partes:

$$u(s) = v(s) - M_d^{-1}(sB_d + K_d)x(s) \quad (2.80)$$

donde $v \in \mathbb{R}^n$ se define como:

$$v(s) \triangleq M_d^{-1}Z_d(s)x_d(s) - M_d^{-1}\mathcal{F}(s) \quad (2.81)$$

$v(s)$ representa la combinación de la referencia de entrada y la fuerza de interacción, y la otra parte es la retroalimentación de posición de salida. Si se sustituye (2.80) en (2.79) se tiene:

$$x(s) = Z_d^{-1}(s)M_d(v(s) - \eta(s)) \quad (2.82)$$

v_d puede ser reescrito sustituyendo (2.73) en (2.81):

$$v(s) = M_d^{-1}Z_d(s)x_r(s) \quad (2.83)$$

Si se sustituye (2.83) en (2.82) se obtiene:

$$\begin{aligned} x_r(s) - x(s) &= Z_d^{-1}(s)M_d\eta(s) \\ &= (s^2I + sM_d^{-1}B_d + M_d^{-1}K_d)^{-1}\eta(s) \end{aligned} \quad (2.84)$$

El seguimiento preciso de la impedancia deseada es perturbada por η derivada al error de modelado. Más aún, excepto de los parámetros de la impedancia deseada, no hay parámetros ajustables para reducir el efecto de η . Entonces, CI-BD es vulnerable y sensible al error por modelado. Especialmente cuando se tiene rigidez pequeña y grandes masas deseadas, la sensibilidad es mayor.

2.4. ESQUEMAS TRADICIONALES POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

2.4.4.2. Precisión y Robustez del Control por Admitancia

De forma similar, la entrada de control (2.74) se divide en dos partes:

$$u(s) = w(s) - (sK_v + K_p)x(s) \quad (2.85)$$

donde $w \in \mathbb{R}^6$ se define como:

$$w(s) \triangleq (s^2I + sK_v + K_p)x_r(s) = C(s)x_r(s) \quad (2.86)$$

La primera parte representa la entrada de referencia y la segunda la retroalimentación de entrada. Si se sustituye (2.85) en (2.79) se obtiene:

$$x(s) = C^{-1}(s)(w(s) - \eta(s)) \quad (2.87)$$

Substituyendo (2.86) en (2.87) se obtiene:

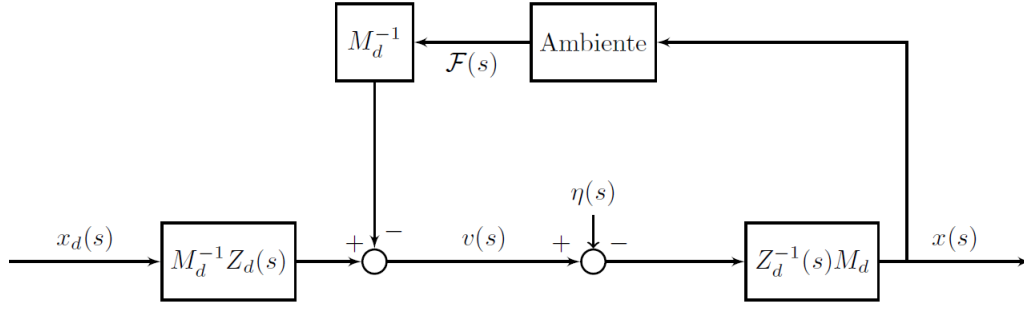
$$\begin{aligned} x_r(s) - x(s) &= C^{-1}(s)\eta(s) \\ &= (s^2I + sK_v + K_p)^{-1}\eta(s) \end{aligned} \quad (2.88)$$

Si se compara (2.84) y (2.88) muestra que $C^{-1}(s)$ contiene ganancias K_p y K_v libres, y que al incrementarlas o disminuirlas atenuará el efecto de η . Esto es, el control por Admitancia tiene mayor robustez en comparación al CI-BD. Sin embargo la dinámica de $C^{-1}(s)$, que se supone debe ser cancelada por $C(s)$, es excitada por η y evita que se realice con precisión la impedancia deseada. Entonces, la falta de precisión se relaciona a la dinámica del lazo interno $C^{-1}(s)$. En el peor caso, el robot pierde contacto y oscila. En la Figura 2.7 se ilustra con mayor detalle el diagrama a bloques de cada controlador con el fin de observar los detalles de precisión y robustez [36].

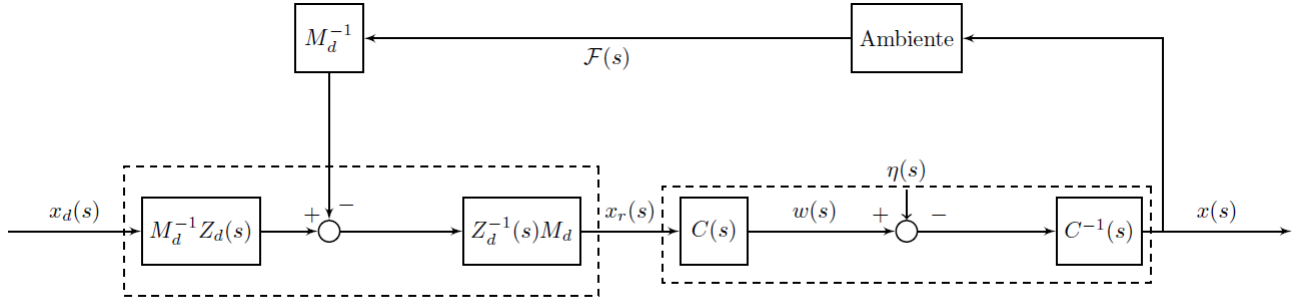
2.4.5. Ejemplos

Se realizaron las simulaciones de los esquemas tradiciones CI-BD y Admitancia en Matlab-Simulink, considerando el conocimiento exacto de la dinámica del exoesqueleto. El tiempo de simulación es de 20 segundos usando el método de Runge Kutta de 4to orden con un paso de integración fijo de 0.001 segundos.

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA



(a) Diagrama a bloques CI-BD



MODELO DE IMPEDANCIA DESEADA LAZO DE CONTROL INTERNO Y MANIPULADOR

(b) Diagrama a bloques Control por Admitancia.

Figura 2.7: Diagramas a bloques de los esquemas tradicionales por Impedancia/Admitancia

El ambiente se modeló como un modelo resorte-amortiguador de Kelvin Voigt, donde se consideran los componentes de fuerza y el par τ_x del vector de fuerzas externas \mathcal{F} , es decir, no se consideran los pares τ_y y τ_z , reduciendo el Jacobiano a una matriz cuadrada, $J(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$. El modelo de impedancia deseada es $M_d = \text{diag}\{1\}_{4 \times 4}$, $B_d = \text{diag}\{20\}_{4 \times 4}$, $K_d = \text{diag}\{100\}_{4 \times 4}$.

La tarea de seguimiento consiste en la siguiente trayectoria articular:

$$q_1(t) = 0.5 \sin(\omega t) \quad (2.89)$$

$$q_2(t) = \frac{\pi}{2} + 0.1 \cos(\omega t) \quad (2.90)$$

$$q_3(t) = 0.5 \sin(\omega t) \quad (2.91)$$

$$q_4(t) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} \cos(\omega t) \quad (2.92)$$

donde ω es la velocidad angular con valor $\omega = 2\pi f$, siendo f la frecuencia. Recordando

2.4. ESQUEMAS TRADICIONALES POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

que $f = 1/T$, donde T es el periodo con valor de 12 s. Se escogió la trayectoria de tal modo que estuviese dentro del rango de movimiento establecido en la Tabla A.1.

Las ganancias del controlador por Admitancia se proporciona en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Ganancias del controlador por Admitancia

Ganancia	Valor
K_p	$\text{diag}\{50\}_{4 \times 4}$
K_v	$\text{diag}\{10\}_{4 \times 4}$

Las condiciones iniciales del exoesqueleto son $q(0) = [0, \pi/2, 0, \pi/4]^T$ y $\dot{q}(0) = [0, 0, 0, 0]^T$.

Ejemplo 1

El ambiente se encuentra situado en $x_a = [0, 0, 0.59]^T$, con un amortiguamiento de $b_{a_z} = 100$ Ns/m y una rigidez de $k_{a_z} = 20000$ N/m. Los resultados se proporcionan en la Figura 2.8-2.9.

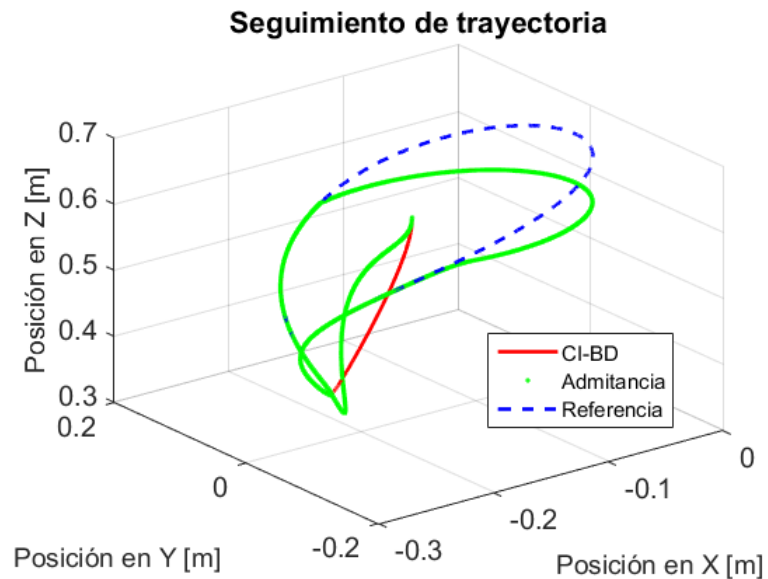


Figura 2.8: Ejemplo 1: Seguimiento de Trayectoria

Como el ambiente presenta una rigidez mayor a la rigidez deseada, la posición del exoesqueleto se aproxima a la posición del ambiente, $x \approx x_a$, debido a la contribución de

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

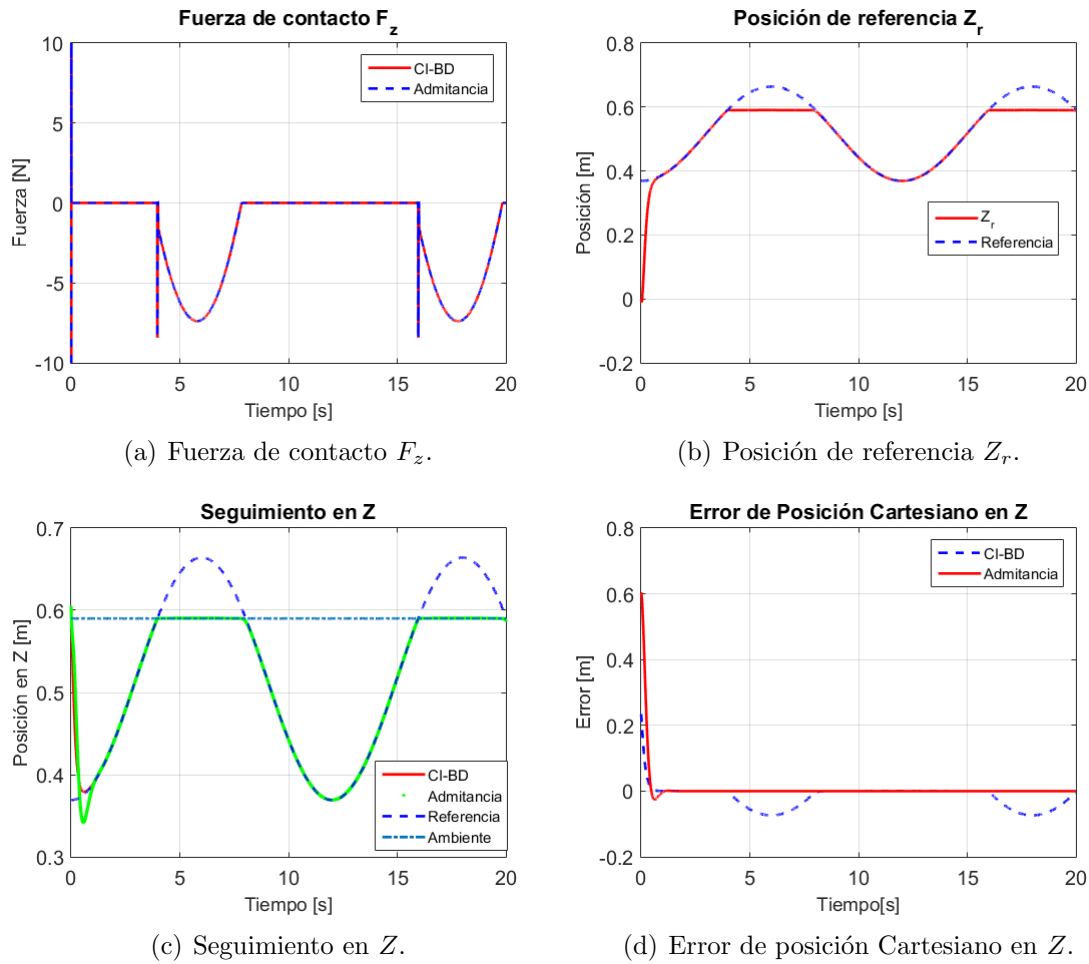


Figura 2.9: Resultados del Ejemplo 1

la posición de referencia del modelo de impedancia x_r . En otras palabras, el modelo de impedancia modifica la posición deseada debido a la interacción con el ambiente provocando que el objetivo de control sea el seguimiento de x_r , que en este caso no es exactamente x_d .

La frecuencia natural y el amortiguamiento son:

$$\omega_n = \sqrt{100 + 20000} = 141.77 \text{ rad/s} \quad (2.93)$$

$$\zeta = \frac{20 + 100}{2\omega_n} = 0.42 \quad (2.94)$$

el cual corresponde a un comportamiento subamortiguado.

2.4. ESQUEMAS TRADICIONALES POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

Ejemplo 2

El ambiente se encuentra situado en la misma posición que la anterior con la diferencia que el ambiente presenta ahora un amortiguamiento de $b_{az} = 0.5 \text{ Ns/m}$ y una rigidez de $k_{az} = 5 \text{ N/m}$. Los resultados se observan en las Figuras 2.10-2.11.

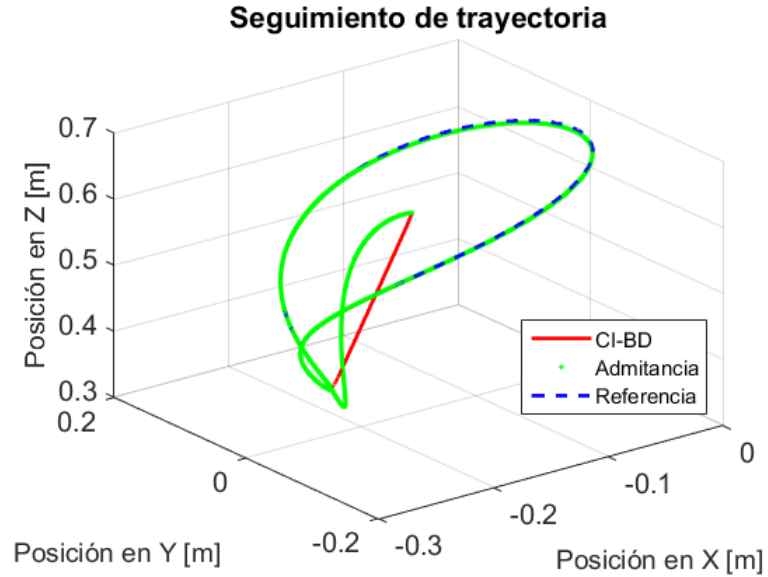


Figura 2.10: Ejemplo 2: Seguimiento de Trayectoria

Ahora se presenta el caso contrario al anterior, es decir, la rigidez del ambiente ahora es menor a la rigidez deseada, entonces la posición del exoesqueleto se aproxima a la posición deseada, $x \approx x_d$. Físicamente se tendría que el órgano terminal/herramienta del exoesqueleto atraviesa el ambiente para aproximarse a la posición deseada, ya que la fuerza de contacto es bastante pequeña y es considerada como una perturbación del sistema.

La frecuencia natural y el amortiguamiento son:

$$\omega_n = \sqrt{100 + 5} = 10.25 \text{ rad/s} \quad (2.95)$$

$$\zeta = \frac{20 + 0.5}{2\omega_n} \approx 1 \quad (2.96)$$

que corresponde a un comportamiento amortiguado.

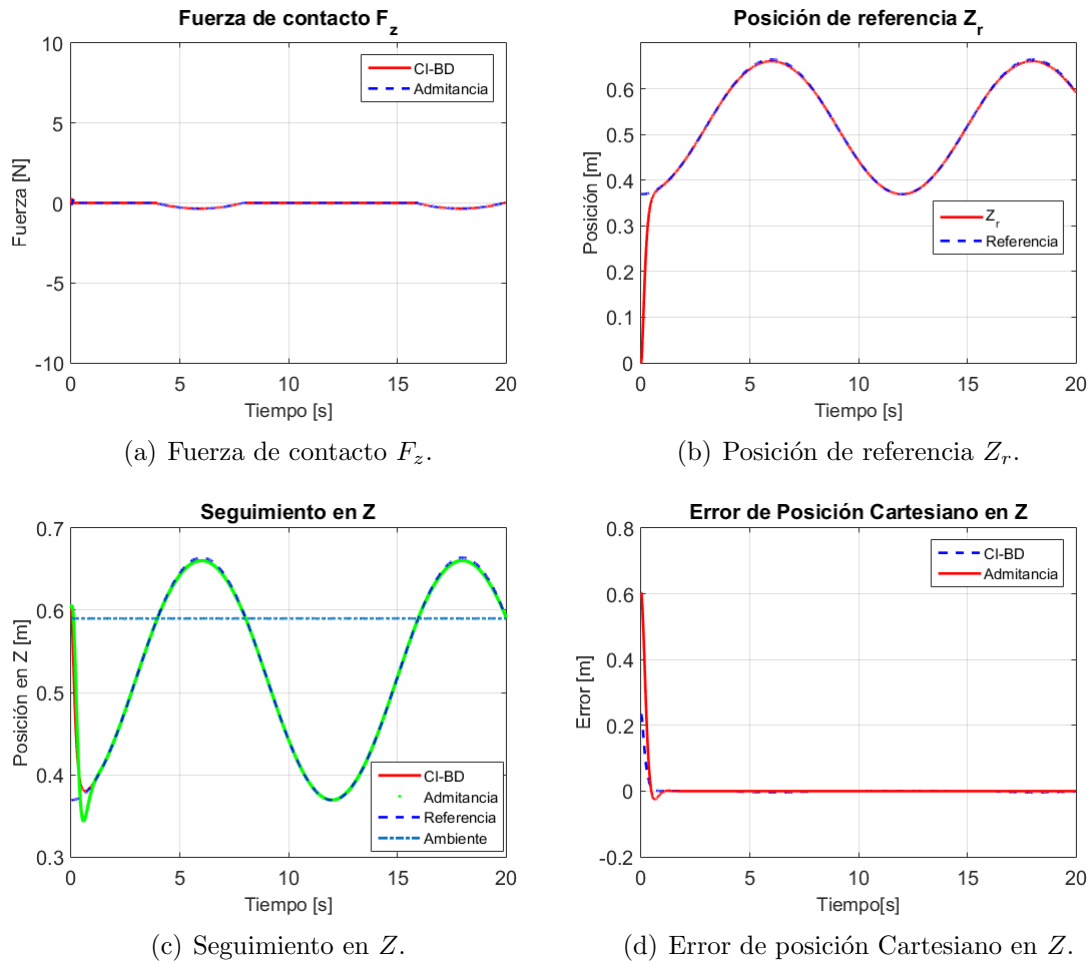


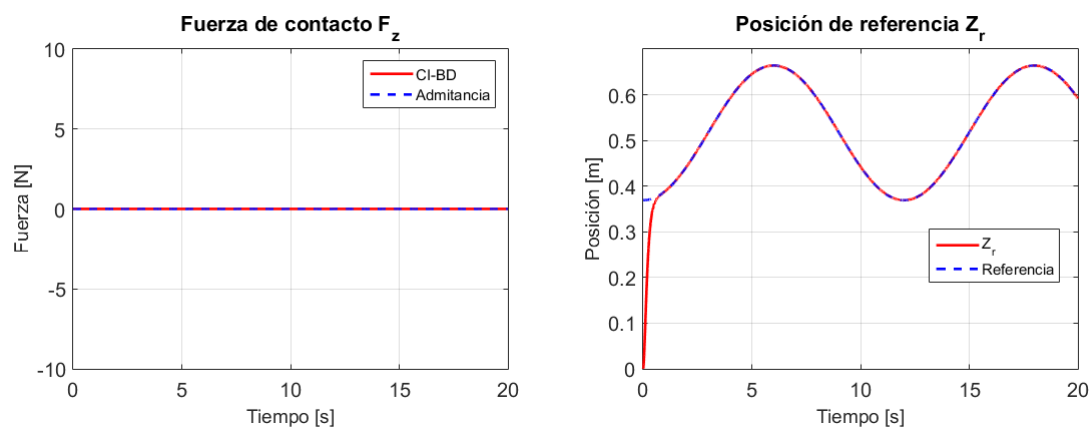
Figura 2.11: Resultados del Ejemplo 2

Ejemplo 3

Se considera el ambiente fuera del alcance del robot en una posición $x_a = [0, 0, 0.7]^T$, con el fin de evitar fuerza de contacto y sea un control de posición únicamente. Los resultados se observan en la Figuras 2.12.

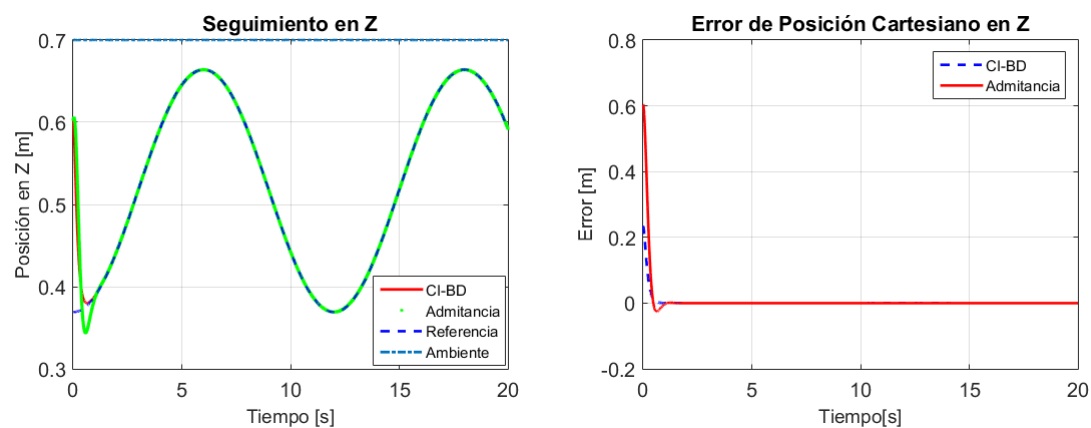
En este caso al no existir fuerza de contacto, la posición de referencia del modelo de impedancia es equivalente a la posición deseada, $x_r = x_d$, y la tarea de control es meramente de posición la cual se cumple por el conocimiento exacto de la dinámica. En el caso particular del CI-BD, las ganancias del modelo de impedancia se consideran como un controlador PD siendo K_d la ganancia proporcional y B_d la ganancia derivativa.

2.4. ESQUEMAS TRADICIONALES POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA



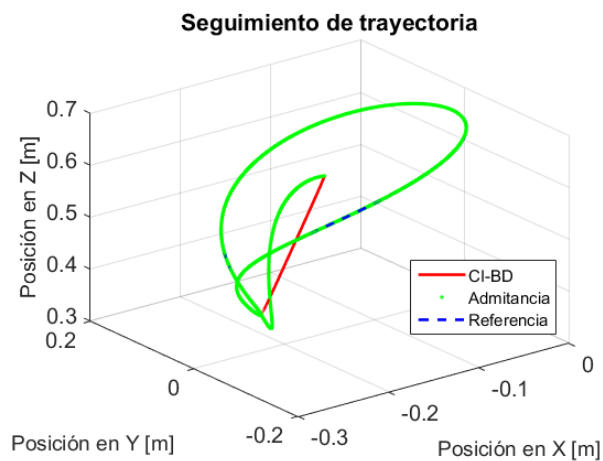
(a) Fuerza de contacto F_z .

(b) Posición de referencia Z_r .



(c) Seguimiento en Z.

(d) Error de posición Cartesiano en Z.



(e) Seguimiento de Trayectoria.

Figura 2.12: Resultados del Ejemplo 3

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

De aquí se nota la debilidad de los esquemas de control tradicionales. El conocimiento exacto de la dinámica es difícil de obtener y generalmente se tiene una aproximación del mismo, lo que provoca que exista una cierta discrepancia en el momento de la cancelación de los términos, dando como resultado que no se cumpla de forma adecuada la interacción del robot-ambiente y la tarea de seguimiento.

Debido a ello se proponen tres esquemas de control que eviten usar la dinámica del robot o utilice parcialmente una parte de ella para solucionar la pérdida de precisión y robustez de los esquemas tradicionales, buscando cumplir con el objetivo de interacción robot-ambiente y la tarea de seguimiento.

El modelo dinámico de un manipulador puede ser parametrizado linealmente mediante el uso de un regresor, como se muestra a continuación:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \mathbf{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q})\Theta \quad (2.97)$$

donde $\mathbf{Y}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \in \mathbb{R}^{4 \times p}$ es el regresor que contiene funciones no lineales y un vector $\Theta \in \mathbb{R}^p$ que representa parámetros desconocidos y constantes del manipulador.

Los esquemas de control propuestos se basan en el control por Admitancia mencionado anteriormente. Es decir, se utiliza un comando de posición con el uso del modelo de impedancia deseada, similar a (2.72).

$$M_d(\ddot{x}_r - \ddot{x}_d) + B_d(\dot{x}_r - \dot{x}_d) + K_d(x_r - x_d) = \mathcal{F} \quad (2.98)$$

$$\ddot{x}_r = \ddot{x}_d + M_d^{-1}[\mathcal{F} - B_d(\dot{x}_r - \dot{x}_d) - K_d(x_r - x_d)] \quad (2.99)$$

Retomando (2.43):

$$\dot{q} = J^{-1}(q)\dot{x} \quad (2.100)$$

Si se escribe (2.100) en términos de una referencia nominal \dot{q}_s :

$$\dot{q}_s = J^{-1}(q)\dot{x}_s \quad (2.101)$$

donde \dot{x}_s es una referencia nominal Cartesiana. Restando (2.101) a (2.100) se obtiene el

2.5. CONTROL POR ADMITANCIA CON COMPENSACIÓN ADAPTABLE DE GRAVEDAD

error de referencia nominal:

$$\Omega = J^{-1}(q) (\dot{x} - \dot{x}_s) \quad (2.102)$$

donde \dot{x}_s dependerá de cada controlador.

2.5. Control por Admitancia con Compensación Adaptable de Gravedad

El control PD (Proporcional-Derivativo) es el el esquema más simple utilizado para robots manipuladores. Sin embargo, la estabilidad asintótica no es garantizada cuando la dinámica del manipulador contiene pares gravitacionales, fricción u otras incertidumbres.

Como se analizó en los esquemas tradicionales, la ley de control requiere conocer la dinámica para el correcto seguimiento de la impedancia deseada, además si no se cuenta con un modelo exacto se tiene la problemática de precisión y robustez.

El exoesqueleto será utilizado por un usuario por lo que las velocidades serán pequeñas al realizar la tarea deseada. Está consideración reduce el efecto de la matriz de Coriolis y de Inercia al grado de poder despreciarlas.

El modelo dinámico de un robot manipulador puede ser parametrizado linealmente como en (2.97) utilizando una referencia nominal:

$$M(q)\ddot{q}_s + C(q, \dot{q})\dot{q}_s + G(q) = \mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta \quad (2.103)$$

Como no se cuenta con un modelo dinámico exacto, la expresión anterior se expresa como sigue:

$$\hat{M}(q)\ddot{q}_s + \hat{C}(q, \dot{q})\dot{q}_s + \hat{G}(q) = \mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\hat{\Theta} \quad (2.104)$$

donde $\hat{M}, \hat{C}, \hat{G}$ son estimados de la matriz de Inercia, Coriolis y el vector de Fuerzas Gravitacionales. Considerando la ley de control $\tau = u + \mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\hat{\Theta}$ y substituyendo en (2.41) se obtiene

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\Omega} + C(q, \dot{q})\Omega &= u - J^T(q)\mathcal{F} + \tilde{M}(q)\ddot{q}_s + \tilde{C}(q, \dot{q})\dot{q}_s + \tilde{G}(q) \\ &= u - J^T(q)\mathcal{F} + \mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\tilde{\Theta} \end{aligned} \quad (2.105)$$

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

donde $\tilde{M} = \hat{M} - M$, $\tilde{C} = \hat{C} - C$, $\tilde{G} = \hat{G} - G$ y $\tilde{\Theta} = \hat{\Theta} - \Theta$. Como el controlador a diseñar únicamente requiere la parte gravitacional entonces $\hat{M} = \hat{C} = 0$, modificando la expresión anterior a lo siguiente:

$$\begin{aligned} M(q)\dot{\Omega} + C(q, \dot{q})\Omega &= u - J^T(q)\mathcal{F} + \tilde{G}(q) - M(q)\ddot{q}_s - C(q, \dot{q})\dot{q}_s \\ &= u - J^T(q)\mathcal{F} + \mathbf{Y}_{s_1}(q)\tilde{\Theta} - M(q)\ddot{q}_s - C(q, \dot{q})\dot{q}_s \\ &= u - J^T(q)\mathcal{F} + \mathbf{Y}_{s_1}(q)\tilde{\Theta} - \mathbf{Y}_{s_2}(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta \end{aligned} \quad (2.106)$$

donde $\mathbf{Y}_{s_1}(q)\tilde{\Theta}$ corresponde al error de estimación del vector de gravedad escrito en forma de regresor, y $\mathbf{Y}_{s_2}(\cdot)\Theta$ corresponde a los componentes de la matriz de Inercia y Coriolis con base a la referencia nominal q_s escrito en forma de regresor. Usando la siguiente ley de control:

$$u = J^T(q)\mathcal{F} - K_s\Omega \quad (2.107)$$

donde $K_s \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ es una matriz de ganancia, diagonal-simétrica y positiva definida. La referencia nominal Cartesiana \dot{x}_s para este controlador es:

$$\dot{x}_s = \dot{x}_r - \Lambda\Delta x \quad (2.108)$$

donde $\Lambda \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz de ganancia, diagonal-simétrica y positiva definida, y $\Delta x = x - x_r$ es el error de posición Cartesiano. Se observa que el error se encuentra definido entre la posición Cartesiana del robot y la posición de referencia dada por el modelo de impedancia. La ley de control es:

$$\tau = J^T(q)\mathcal{F} - K_s J^{-1}(q) (\Delta\dot{x} + \Lambda\Delta x) + \mathbf{Y}_{s_1}(q)\tilde{\Theta} \quad (2.109)$$

donde $\Delta\dot{x} = \dot{x} - \dot{x}_r$ es el error en velocidad Cartesiana. La solución de x_r (ver Sección 2.4.1) viene dada por:

$$x_r(t) = x_d(t) + 2W \int_0^t \exp^{-r(t-\sigma)} \sinh(p(t-\sigma)) \mathcal{F}(\sigma) d\sigma \quad (2.110)$$

Se observa claramente que x_r se aproxima a x_d cuando $t \rightarrow \infty$, o en el caso que no exista fuerza de interacción con el ambiente. El sistema en lazo cerrado es:

$$M(q)\dot{\Omega} + (C(q, \dot{q}) + K_s)\Omega = \mathbf{Y}_{s_1}(q)\tilde{\Theta} - \mathbf{Y}_{s_2}(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta \quad (2.111)$$

2.5. CONTROL POR ADMITANCIA CON COMPENSACIÓN ADAPTABLE DE GRAVEDAD

2.5.1. Propiedades de la referencia nominal y Regresor

El comando de posición x_r tiene estabilidad Entrada-estado [80] al satisfacer:

$$\begin{aligned} \|x_r\| &\leq \|x_d\| + 2\|W\| \int_0^t \exp^{-\lambda_M(r)(t-\sigma)} \sinh(\lambda_M(p)(t-\sigma)) \|\mathcal{F}(\sigma)\| d\sigma \\ &\leq \|x_d\| + \frac{2\lambda_M(W)\lambda_M(p)}{\lambda_M^2(r) - \lambda_M^2(p)} \sup_{0 \leq \sigma \leq t} \|\mathcal{F}(\sigma)\| \end{aligned} \quad (2.112)$$

Como $r > p$ debido a que M_d, B_d, K_d son positivas definidas, x_r se encuentra acotado por arriba. Con este resultado se tiene que:

$$\|\dot{x}_r\| \leq \|\dot{x}_d\| + \frac{2\lambda_M(W)\lambda_M(p)}{\lambda_M^2(r) - \lambda_M^2(p)} \sup_{0 \leq \sigma \leq t} \|\mathcal{F}(\sigma)\| \quad (2.113)$$

$$\|\ddot{x}_r\| \leq \|\ddot{x}_d\| + \frac{2\lambda_M(W)\lambda_M(p)}{\lambda_M^2(r) - \lambda_M^2(p)} \sup_{0 \leq \sigma \leq t} \|\mathcal{F}(\sigma)\| \quad (2.114)$$

$\|\mathcal{F}\|$ se encuentra acotado debido a los rangos de operación máximos del sensor que será explicado en la Sección 3.1.3. La referencia nominal Cartesiana se encuentra acotada por:

$$\|\dot{x}_s\| \leq \|\dot{x}_r\| + \lambda_M(\Lambda)\|\Delta x\| \quad (2.115)$$

$$\|\ddot{x}_s\| \leq \|\ddot{x}_r\| + \lambda_M(\Lambda)\|\Delta \dot{x}\| \quad (2.116)$$

Además de (1.53) se cumple que:

$$\|\dot{q}_s\| \leq \|J^{-1}(q)\| \|\dot{x}_s\| \leq \rho_2 \|\dot{x}_s\| \quad (2.117)$$

$$\begin{aligned} \|\ddot{q}_s\| &\leq \|J^{-1}(q)\| \left\{ \|\ddot{x}_s\| + \|\dot{J}(q)\| \|\dot{q}_s\| \right\} \\ &\leq \rho_2 \left\{ \|\ddot{x}_s\| + \rho_1 \rho_2 \|\dot{x}_s\| \right\} \end{aligned} \quad (2.118)$$

De (1.42),(1.43),(2.117) y (2.118) se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_{s_2}(q, \dot{q}, \ddot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta &\leq \|M(q)\| \|\ddot{q}_s\| + \|C(q, \dot{q})\| \|\dot{q}_s\| \\ &\leq \beta_1 \rho_2 \left\{ \|\ddot{x}_s\| + \rho_1 \rho_2 \|\dot{x}_s\| \right\} + \beta_2 \rho_2 \|\dot{q}\| \|\dot{x}_s\| \\ &\leq \chi(t) \end{aligned} \quad (2.119)$$

donde $\chi(t) = f(\ddot{x}_s, \dot{x}_s, \dot{q}, \beta_i, \rho_i)$ es una función de estado dependiente.

2.5.2. Estabilidad

Se considera la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V(\Omega, \Theta) = \frac{1}{2}\Omega^T M(q)\Omega + \frac{1}{2}\tilde{\Theta}^T K_{\Theta}\tilde{\Theta} \quad (2.120)$$

donde el primer término es la energía cinética del manipulador en términos del error de referencia nominal, y el segundo término corresponde al error de los parámetros, siendo K_{Θ} una matriz positiva definida y diagonal de ganancias con dimensión $p \times p$. La derivada de V a lo largo de (2.111) es:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \Omega^T M(q)\dot{\Omega} + \frac{1}{2}\Omega^T \dot{M}(q)\Omega + \tilde{\Theta}^T K_{\Theta}\dot{\tilde{\Theta}} \\ &= -\Omega^T \left(-\mathbf{Y}_{s_1}(q)\tilde{\Theta} + \mathbf{Y}_{s_2}(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta + \left(C(q, \dot{q}) + K_s - \frac{1}{2}\dot{M}(q) \right) \Omega \right) + \tilde{\Theta}^T K_{\Theta}\dot{\tilde{\Theta}} \end{aligned} \quad (2.121)$$

Por la propiedad de anti simetría dada por 2, la expresión anterior se reduce a:

$$\dot{V} = -\Omega^T K_s \Omega + \tilde{\Theta}^T \left(K_{\Theta}\dot{\tilde{\Theta}} + \mathbf{Y}_{s_1}^T(q)\Omega \right) - \Omega^T \mathbf{Y}_{s_2}(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta \quad (2.122)$$

De (2.122) se obtiene la siguiente ley de adaptación:

$$\dot{\tilde{\Theta}} = -K_{\Theta}^{-1}\mathbf{Y}_{s_1}^T(q)\Omega \quad (2.123)$$

La derivada total se reduce a:

$$\dot{V} = -\Omega^T K_s \Omega - \Omega^T \mathbf{Y}_{s_2}(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta \quad (2.124)$$

Usando (2.119) en (2.124) se obtiene:

$$\dot{V} \leq -\lambda_m(K_s)\|\Omega\|^2 + \|\Omega\|\chi(t) \quad (2.125)$$

Para que \dot{V} de (2.125) sea negativa semi-definida (2.125) se debe cumplir que:

$$\|\Omega\| \geq \frac{\chi(t)}{\lambda_m(K_s)} \quad (2.126)$$

la expresión anterior indica que existe una ganancia K_s suficientemente grande tal que

2.6. CONTROL PID DE ADMITANCIA

$K_s \geq \|\chi(t)\|$. Bajo esta consideración \dot{V} se puede reescribir como:

$$\dot{V} \leq -\lambda_m(K_s)\|\Omega\|^2 < 0 \quad (2.127)$$

Se tiene que \dot{V} es semi definida negativa. Integrando se obtiene:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \dot{V} d\sigma &= \int_0^\infty \dot{V} d\sigma \leq - \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \lambda_m(K_s)\|\Omega\|^2 d\sigma = \int_0^\infty \lambda_m(K_s)\|\Omega\|^2 d\sigma \\ V(\infty) - V(0) &\leq -\lambda_m(K_s) \int_0^\infty \|\Omega\|^2 d\sigma \\ V(0) &\geq V(0) - V(\infty) \geq \lambda_m(K_s) \int_0^\infty \|\Omega\|^2 d\sigma \\ \int_0^\infty \|\Omega\|^2 d\sigma &\leq \frac{V(0)}{\lambda_m(K_s)} < \infty \end{aligned} \quad (2.128)$$

La expresión indica que $\Omega \in \mathcal{L}_2$ y además $\Omega \in \mathcal{L}_\infty$ debido a que está acotada y no crece con el tiempo. De (2.123) se observa que:

$$\left\| \dot{\tilde{\Theta}} \right\| \leq - \underbrace{K_\Theta^{-1}}_{\in \mathcal{L}_\infty} \underbrace{\mathbf{Y}_{s_1}^T(q)}_{\in \mathcal{L}_\infty} \underbrace{\|\Omega\|}_{\in \mathcal{L}_\infty} \quad (2.129)$$

entonces $\dot{\tilde{\Theta}} \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$ por el Lema de Barbalat [81]. Además $\tilde{\Theta} \in \mathcal{L}_\infty$ debido a que el error de los parámetros se obtiene mediante un vector constante $\Theta \in \mathcal{L}_\infty$ y un vector estimado $\hat{\Theta} \in \mathcal{L}_\infty$ proporcionado por la ley de adaptación. De (2.111) se tiene que:

$$\dot{\Omega} = \underbrace{M^{-1}(q)}_{\in \mathcal{L}_\infty} \underbrace{(\mathbf{Y}_{s_1}(q))}_{\in \mathcal{L}_\infty} \cdot \underbrace{\tilde{\Theta}}_{\in \mathcal{L}_\infty} - \underbrace{\mathbf{Y}_{s_2}(q, \dot{q}, \ddot{q}_s)}_{\in \mathcal{L}_\infty} \Theta - \underbrace{(C(q, \dot{q}))}_{\in \mathcal{L}_\infty} + \underbrace{K_s}_{\in \mathcal{L}_\infty} \quad (2.130)$$

Por lo tanto $\dot{\Omega} \in \mathcal{L}_\infty$. Esto implica que por el Lema de Barbalat [81], Ω converge en una bola de radio $\mu = \frac{\chi(t)}{\lambda_m(K_s)}$ cuando $t \rightarrow \infty$, y $\dot{\tilde{\Theta}}$ converge en un conjunto acotado ϵ mientras $\Omega \rightarrow \mu$ cuando $t \rightarrow \infty$. \square

2.6. Control PID de Admitancia

La estructura del control PID de Admitancia es similar al esquema anterior, con la diferencia que no existe la compensación Adaptable de gravedad, y la referencia nominal

Cartesiana se reescribe como:

$$\dot{x}_s = \dot{x}_r - \Lambda \Delta x - \xi, \quad \dot{\xi} = \Psi \Delta x \quad (2.131)$$

donde $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es una matriz de ganancia diagonal. La ley de control es:

$$\tau = J^T(q)\mathcal{F} - K_s J^{-1}(q) \left(\Delta \dot{x} + \Lambda \Delta x + \Psi \int_0^t \Delta x d\sigma \right) \quad (2.132)$$

El sistema en lazo cerrado del modelo (2.41) bajo la ley de control (2.132) es:

$$M(q)\dot{\Omega} + (C(q, \dot{q}) + K_s)\Omega = -\mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta \quad (2.133)$$

La referencia nominal Cartesiana se encuentra acotado por :

$$\|\dot{x}_s\| \leq \|\dot{x}_r\| + \lambda_M(\Lambda)\|\Delta x\| + \|\xi\| \quad (2.134)$$

$$\|\ddot{x}_s\| \leq \|\ddot{x}_r\| + \lambda_M(\Lambda)\|\Delta \dot{x}\| + \lambda_M(\Psi)\|\Delta x\| \quad (2.135)$$

y el regresor se encuentra acotado por (1.42),(1.43),(1.46), (2.117) y (2.118):

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta &\leq \|M(q)\|\|\ddot{q}_s\| + \|C(q, \dot{q})\|\|\dot{q}_s\| + \|G(q)\| \\ &\leq \beta_1 \rho_2 \{\|\ddot{x}_s\| + \rho_1 \rho_2 \|\dot{x}_s\|\} + \beta_2 \rho_2 \|\dot{q}\|\|\dot{x}_s\| + \beta_3 \\ &\leq \chi(t) \end{aligned} \quad (2.136)$$

2.6.1. Estabilidad

Se considera la siguiente función candidata de Lyapunov:

$$V(\Omega) = \frac{1}{2}\Omega^T M(q)\Omega \quad (2.137)$$

que corresponde a la energía cinética del manipulador en lazo cerrado. La derivada de V a lo largo de (2.133) es:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \Omega^T M(q)\dot{\Omega} + \frac{1}{2}\Omega^T \dot{M}(q)\Omega \\ &= -\Omega^T \left(\mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \dot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta + \left(C(q, \dot{q}) + K_s - \frac{1}{2}\dot{M}(q) \right) \Omega \right) \end{aligned} \quad (2.138)$$

2.6. CONTROL PID DE ADMITANCIA

Por la propiedad de anti simetría dada por 2, la expresión anterior se reduce a:

$$\dot{V} = -\Omega^T K_s \Omega - \Omega^T \mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \ddot{q}_s, \dot{q}_s) \Theta \quad (2.139)$$

Usando (2.136) en (2.139):

$$\dot{V} \leq -\lambda_m(K_s) \|\Omega\|^2 + \|\Omega\| \chi(t) \quad (2.140)$$

Para que \dot{V} sea negativa definida se debe cumplir que:

$$\|\Omega\| \geq \frac{\chi(t)}{\lambda_m(K_s)} \triangleq \mu \quad (2.141)$$

lo cual indica que existe una ganancia K_s suficientemente grande tal que $K_s \geq \|\chi(t)\|$. Más aún, se tiene lo siguiente:

$$\frac{1}{2} \lambda_m(M(q)) \|\Omega\|^2 \leq V(\Omega) \leq \frac{1}{2} \lambda_M(M(q)) \|\Omega\|^2 \quad (2.142)$$

entonces se define $\varphi_1(r) = \frac{1}{2} \lambda_m(M(q)) r^2$ y $\varphi_2(r) = \frac{1}{2} \lambda_M(M(q)) r^2$. La cota última es:

$$b = \varphi_1^{-1}(\varphi_2(\mu)) = \frac{\chi(t)}{\lambda_m(K_s)} \sqrt{\frac{\lambda_M(M(q))}{\lambda_m(M(q))}} \leq \frac{\chi(t)}{\lambda_m(K_s)} \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_0}} \quad (2.143)$$

que implica que Ω se encuentra acotado por:

$$\frac{\chi(t)}{\lambda_m(K_s)} \leq \|\Omega\| \leq \frac{\chi(t)}{\lambda_m(K_s)} \sqrt{\frac{\beta_1}{\beta_0}} \quad (2.144)$$

Con lo anterior, se puede concluir que las soluciones de Ω son últimamente uniformemente acotadas. Además si se considera que se tiene una ganancias K_s suficientemente grande tal que $K_s \geq \|\chi(t)\|$, \dot{V} se puede reescribir como:

$$\dot{V} \leq -\lambda_m(K_s) \|\Omega\|^2 \quad (2.145)$$

De forma similar al Control por Admitancia con compensación Adaptable de Gravedad, el error nominal $\Omega \in \mathcal{L}_2$ y además $\Omega \in \mathcal{L}_\infty$ debido a que está acotada y no crece con el

tiempo. De (2.133) se observa que:

$$\dot{\Omega} = \underbrace{M^{-1}(q)}_{\in \mathcal{L}_\infty} \underbrace{(-\mathbf{Y}_s(q, \dot{q}, \ddot{q}_s, \ddot{q}_s)\Theta)}_{\in \mathcal{L}_\infty} - \underbrace{(C(q, \dot{q}) + K_s)}_{\in \mathcal{L}_\infty} \underbrace{\Omega}_{\in \mathcal{L}_\infty} \quad (2.146)$$

lo que implica que $\dot{\Omega} \in \mathcal{L}_\infty$ y por lo tanto del Lema de Barbalat [81], Ω converge a una bola de radio μ cuando $t \rightarrow \infty$. \square

2.7. Control PID deslizante de Admitancia

Se considera la siguiente referencia nominal Cartesiana [63] [73]

$$\dot{x}_s = \dot{x}_r - \Lambda \Delta x - \xi \quad (2.147)$$

$$\dot{\xi} = \Psi \text{sgn}(S_x) \quad (2.148)$$

$$S_x = \Delta \dot{x} + \Lambda \Delta x \quad (2.149)$$

S_x es la superficie de deslizamiento que depende del error Cartesiano y su derivada. La función $\text{sgn}(x) = [\text{sgn}(x_1) \text{sgn}(x_2) \dots \text{sgn}(x_n)]^T$ corresponde a la función discontinua signo de $x \in \mathbb{R}^n$. La ley de control viene dada por:

$$\tau = J^T(q)\mathcal{F} - K_s J^{-1}(q) \left(\Delta \dot{x} + \Lambda \Delta x + \Psi \int_0^t \text{sgn}(\Delta \dot{x} + \Lambda \Delta x) d\sigma \right) \quad (2.150)$$

La referencia nominal Cartesiana se encuentra acotada por

$$\|\dot{x}_s\| \leq \|\dot{x}_r\| + \lambda_M(\Lambda)\|\Delta x\| + \|\xi\| \quad (2.151)$$

$$\|\ddot{x}_s\| \leq \|\ddot{x}_r\| + \lambda_M(\Lambda)\|\Delta \dot{x}\| + \lambda_M(\Psi) \quad (2.152)$$

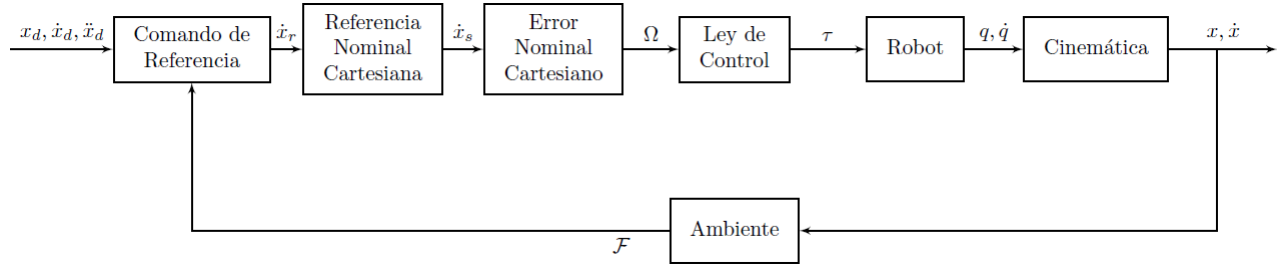


Figura 2.13: Diagrama a bloques del Sistema en lazo cerrado

2.8. CONTROL POR ADMITANCIA CON USUARIO EN LAZO CERRADO

El sistema en lazo cerrado y su análisis de estabilidad es idéntico al Control PID de Admitancia de la sección anterior. En la Figura 2.13 se muestra el diagrama a bloques general para los esquemas de control propuestos en lazo cerrado.

2.8. Control por Admitancia con Usuario en lazo cerrado

El control por Admitancia con usuario en lazo cerrado es una variación en el esquema tradicional por Admitancia y en los controladores propuestos.

En los esquemas de control anteriores, el sensor de fuerza se encuentra situado en el órgano terminal del manipulador y realiza su función al interactuar con un ambiente. En este esquema el sensor se encuentra fuera del manipulador y se utiliza como un “*joystick*” por el usuario, es decir, el usuario efectúa una cierta fuerza en el sensor hacia una cierta dirección, y por definición del problema de Admitancia generará una cierta cantidad de movimiento.

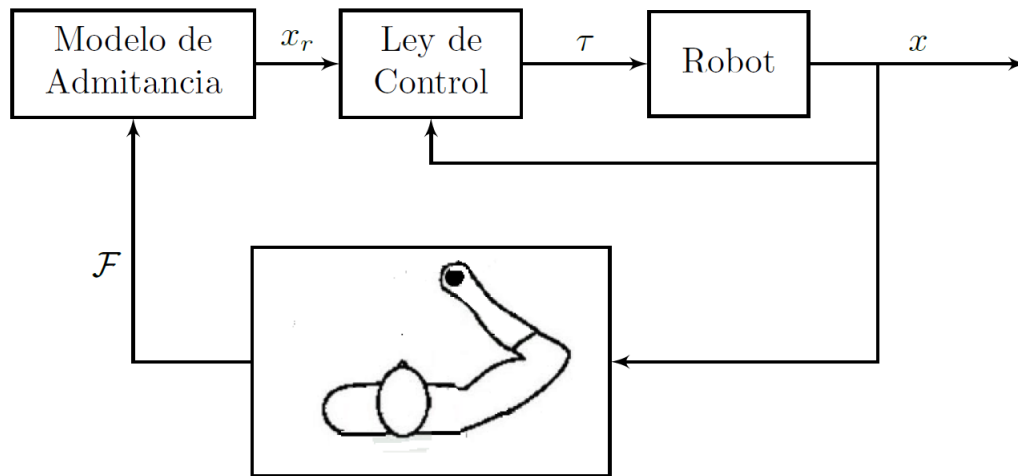


Figura 2.14: Diagrama en lazo cerrado

El algoritmo tiene la particularidad que $x_d = x_r$ simplificando el esquema tradicional y los propuestos, siendo el modelo de impedancia deseada el siguiente:

$$M_d \ddot{x}_r + B_d \dot{x}_r + K_d x_r = \mathcal{F} \quad (2.153)$$

y expresado en el dominio de la frecuencia y expresado como Admitancia:

$$x_r(s) = \frac{1}{M_d s^2 + B_d s + K_d} \mathcal{F}(s) \quad (2.154)$$

En este caso el modelo de admitancia restringirá la cantidad de movimiento que pueda tener el manipulador, es decir, si se aplica una fuerza en el sensor y la impedancia deseada es pequeña (en comparación con la fuerza) se tendrá mayor movimiento, y si se tiene una impedancia muy alta (en comparación con la fuerza) entonces se tendrá menor cantidad de movimiento.

El diagrama en lazo cerrado del control por Admitancia con Usuario se observa en la Figura 2.14, en el cual el usuario genera una fuerza que es medida por el sensor y enviada al modelo de admitancia para generar una cierta cantidad de movimiento x_r . El movimiento generado se envía a la ley de control (algún esquema de control por Admitancia) para generar el par necesario y posicionar al robot. El esquema cierra el lazo mediante el uso de la vista del usuario, que es quien seguirá efectuando una fuerza hasta posicionar el manipulador donde desee.

La principal desventaja del esquema es el uso de la visión del usuario, debido a que no tiene la precisión que un manipulador controlado de forma automática pudiera realizar.

2.9. Ejemplos

Se realizaron las simulaciones de los controladores propuestos en Matlab/Simulink. El tiempo de simulación fue de 20 segundos usando el método de Runge Kutta de 4to orden con un paso de integración fijo de 0.001 segundos. Al igual que en las simulaciones de los esquemas tradicionales, se considera únicamente los componentes de fuerza y el par τ_x de \mathcal{F} y se reduce el Jacobiano a una matriz cuadrada, $J(q) \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$. La impedancia deseada tiene los siguientes valores $M_d = \text{diag}\{1\}_{4 \times 4}$, $B_d = \text{diag}\{20\}_{4 \times 4}$, $K_d = \text{diag}\{100\}_{4 \times 4}$. En el caso particular del controlador de compensación Adaptable de Gravedad se estimaron las masas m_3 y m_4 , ya que en el modelo obtenido son las que intervienen en el vector de fuerzas gravitacionales. La tarea de seguimiento consiste en la siguiente trayectoria articular dada por (2.89)-(2.92).

2.9. EJEMPLOS

Las ganancias de cada controlador se proporciona en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Ganancias de los Controladores Propuestos

Ganancias	Gravedad	PID	PID deslizante
Λ	$\text{diag}\{10\}_{4 \times 4}$	$\text{diag}\{15\}_{4 \times 4}$	$\text{diag}\{10\}_{4 \times 4}$
Ψ	-	$\text{diag}\{20\}_{4 \times 4}$	$\text{diag}\{15\}_{4 \times 4}$
K_s	$\text{diag}\{5\}_{4 \times 4}$	$\text{diag}\{8\}_{4 \times 4}$	$\text{diag}\{6\}_{4 \times 4}$
K_Θ	$\text{diag}\{0.01\}_{2 \times 2}$	-	-

Las condiciones iniciales del exoesqueleto son $q(0) = [0, \pi/2, 0, \pi/4]^T$ y $\dot{q}(0) = [0, 0, 0, 0]^T$. El regresor para el Control por Admitancia con compensación Adaptable de Gravedad es:

$$Y(q) = \frac{1}{2}g \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \\ y_{31} & y_{32} \\ y_{41} & y_{42} \end{bmatrix} \quad (2.155)$$

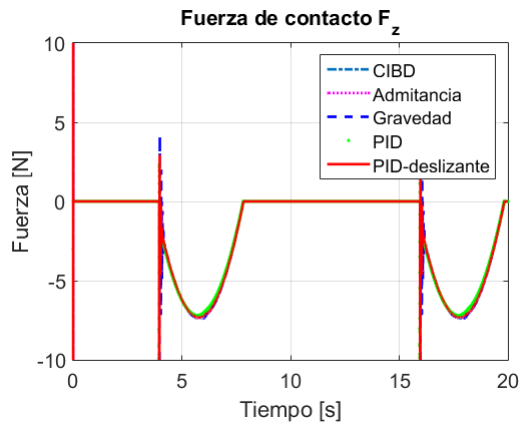
donde

$$\begin{aligned} y_{11} &= l_3 (c_1 c_2 c_3 - s_1 s_3) \\ y_{12} &= -(2l_3 + l_4 c_4) s_1 s_3 + c_1 (c_2 c_3 (2l_3 + l_4 c_4) - l_4 s_2 s_4) \\ y_{21} &= -l_3 c_3 s_1 s_2 \\ y_{22} &= -s_1 (c_3 (2l_3 + l_4 c_4) s_2 + l_4 c_2 s_4) \\ y_{31} &= l_3 (c_1 c_3 - c_2 s_1 s_3) \\ y_{32} &= (2l_3 + l_4 c_4) (c_1 c_3 - c_2 s_1 s_3) \\ y_{41} &= 0 \\ y_{42} &= -l_4 (c_4 s_1 s_2 + (c_2 c_3 s_1 + c_1 s_3) s_4) \end{aligned} \quad (2.156)$$

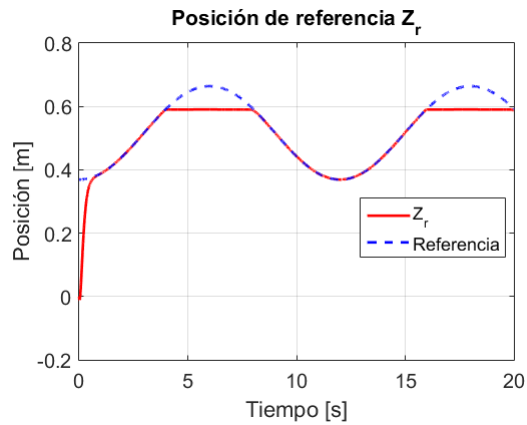
Ejemplo 4

El ambiente se encuentra situado en $x_a = [0, 0, 0.59]^T$ con un amortiguamiento $b_{a_z} = 100$ Ns/m y una rigidez $k_{a_z} = 20000$ N/m. Los resultados se observan en la Figura 2.15.

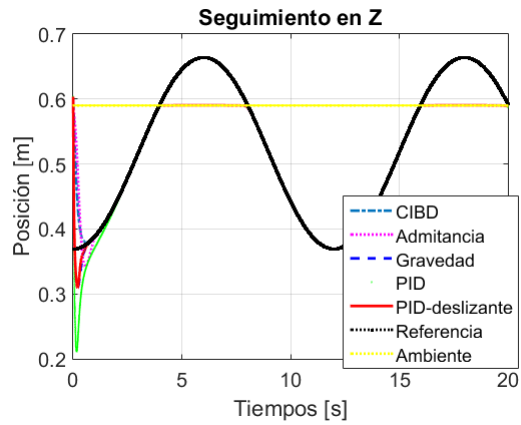
CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA



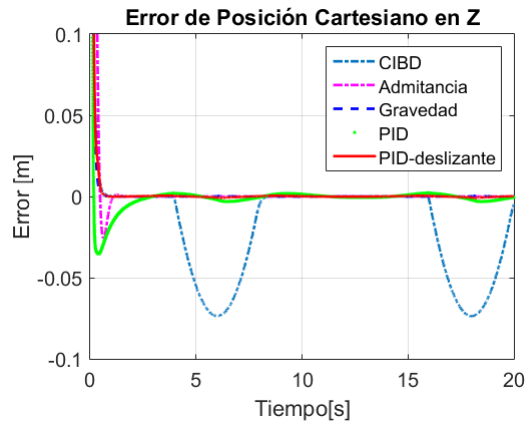
(a) Fuerza de contacto F_z .



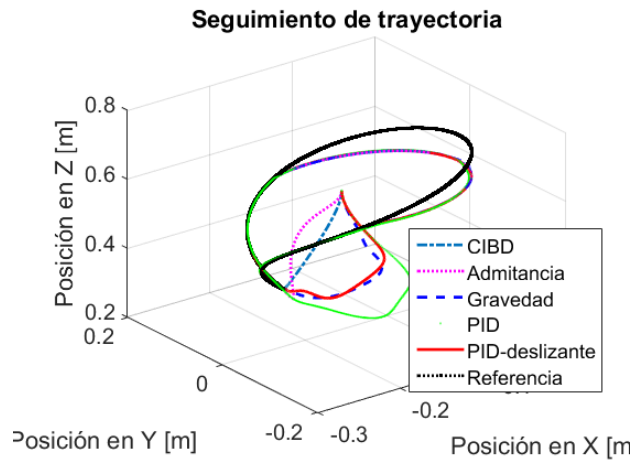
(b) Posición de referencia Z_r .



(c) Seguimiento en Z .



(d) Error de posición Cartesiano en Z .



(e) Seguimiento de trayectoria.

Figura 2.15: Resultados del Ejemplo 4

2.9. EJEMPLOS

De forma equivalente que en los esquemas tradicionales, al tener un ambiente con mayor rigidez, la posición del exoesqueleto se aproxima a la posición del ambiente, $x \approx x_a$.

El detalle principal de los controladores propuestos es que no requieren un modelo exacto de la dinámica, manteniendo la función del modelo de impedancia y la tarea de seguimiento con base a la referencia x_r . La frecuencia natural del modelo de interacción es $\omega_n = 141.77$ rad/s y el amortiguamiento $\zeta = 0.42$, que corresponde a un comportamiento subamortiguado.

Ejemplo 5

El ambiente se encuentra situado en la misma posición que la anterior con la diferencia que el ambiente presenta ahora un amortiguamiento de $b_{a_z} = 0.5$ Ns/m y una rigidez de $k_{a_z} = 5$ N/m. Los resultados se observan en la Figura 2.16-2.17.

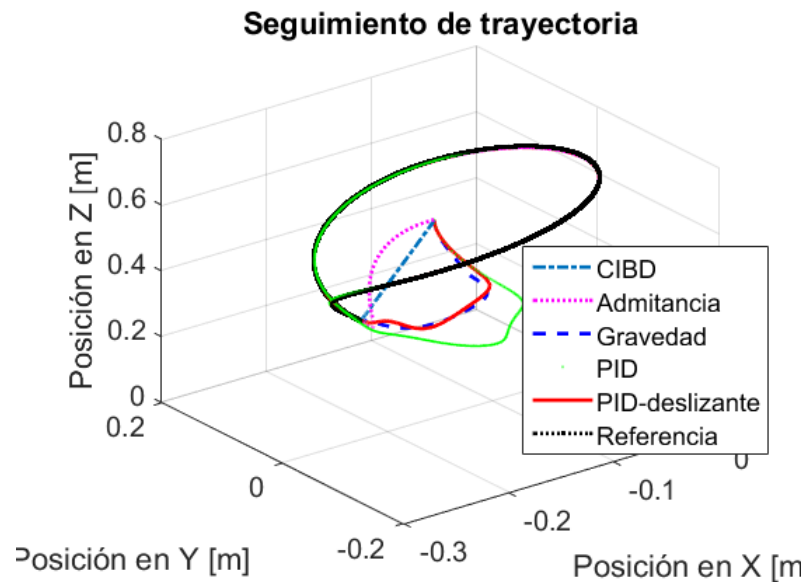


Figura 2.16: Ejemplo 5: Seguimiento de trayectoria

Como el ambiente tiene rigidez menor a la rigidez deseada, el manipulador atraviesa el ambiente y se aproxima a la posición deseada, $x \approx x_d$.

La frecuencia natural del modelo de interacción es $\omega_n = 10.25$ rad/s y el amortiguamiento $\zeta \approx 1$, el cual corresponde a un comportamiento amortiguado.

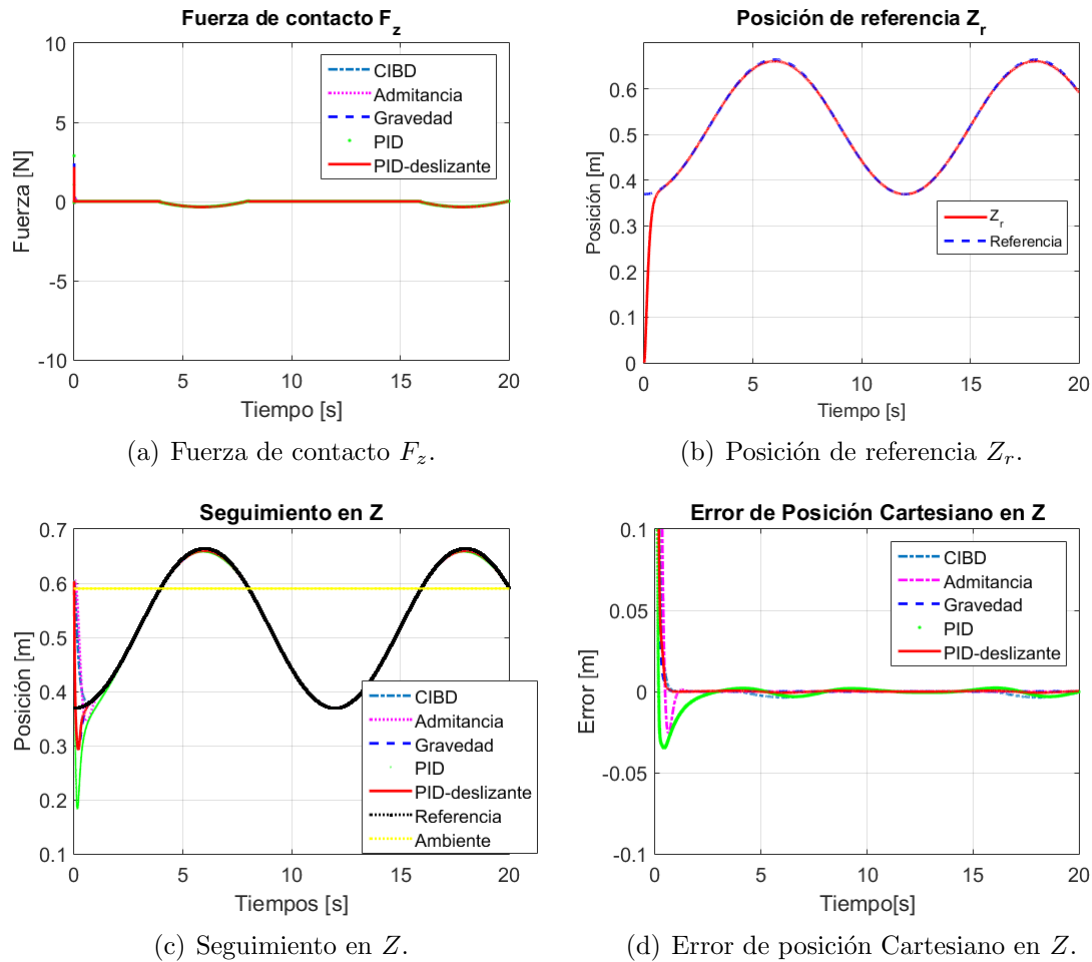


Figura 2.17: Resultados del Ejemplo 5

Ejemplo 6

Se considera el ambiente fuera del alcance del robot en una posición $x_a = [0, 0, 0.7]^T$, con el fin de evitar fuerza de contacto y sea un control de posición únicamente. Los resultados se observan en la Figura 2.18.

Al no existir fuerza de contacto, la posición del modelo de impedancia es equivalente a la deseada, $x_r = x_d$, y los esquemas propuestos solo realizan la tarea de seguimiento de la posición. Con ello se observa que los parámetros de impedancia no afectan al sistema en lazo cerrado al no existir una interacción con el ambiente.

2.9. EJEMPLOS

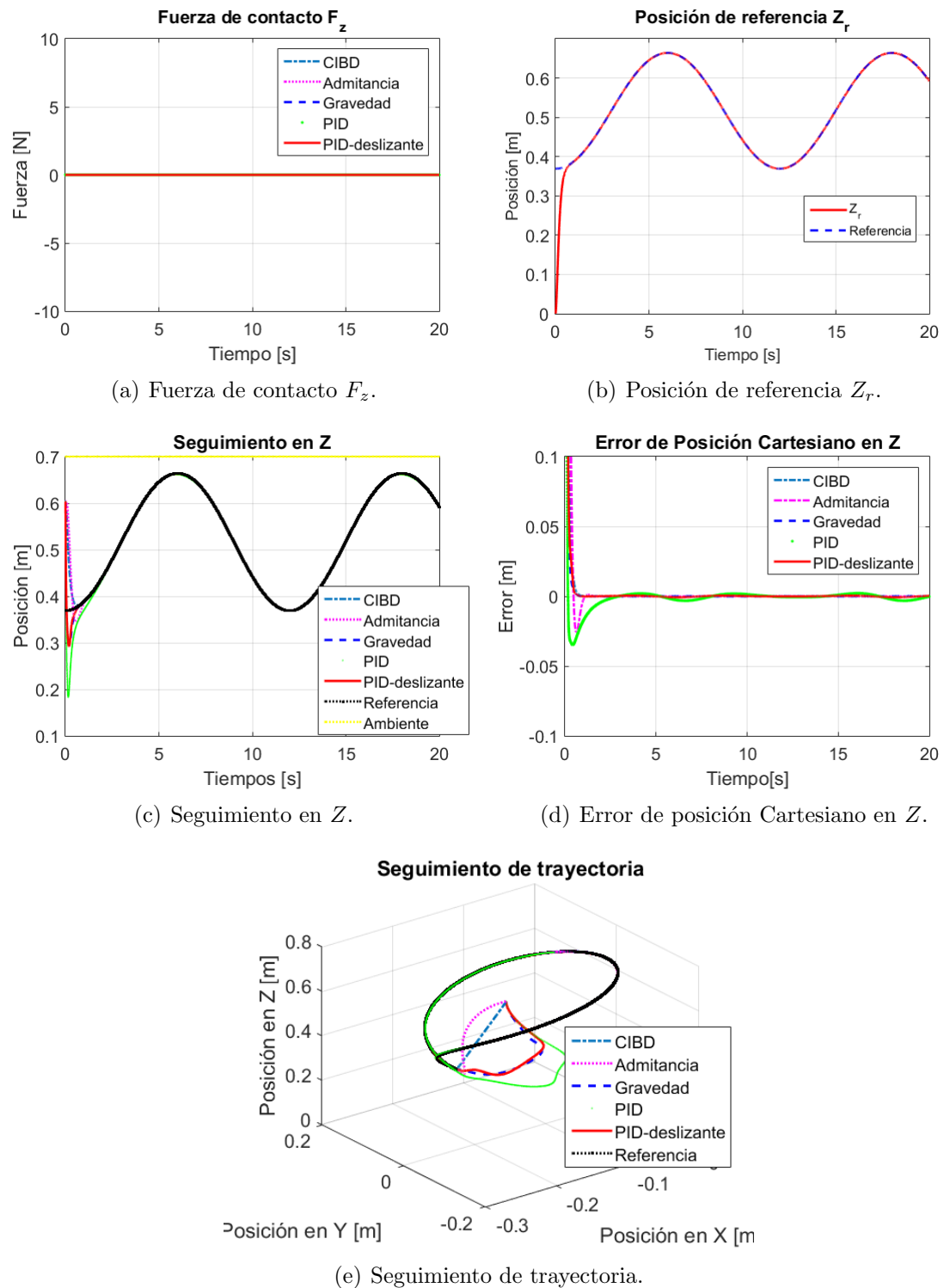


Figura 2.18: Resultados del Ejemplo 6

Ejemplo 7

En este ejemplo se muestra el funcionamiento del Control por Admitancia con Usuario en lazo cerrado. Como caso contrario a los ejemplos anteriores, se utilizarán los componentes del par del sensor de Fuerza/Par. La problemática de utilizar los pares es el Jacobiano de velocidad angular, ya que éste es singular, es decir,

$$\det(J_\omega^T(q)J_\omega(q)) = 0 \quad (2.157)$$

Se observa que la orientación del exoesqueleto es una combinación lineal de las variables articulares, entonces es posible cambiar los controladores que se encuentran en el espacio Cartesiano al espacio Articular, recordando lo siguiente:

- La orientación γ es proporcional a la posición articular q_1 .
- La orientación β es una combinación lineal de q_2 y q_4 , i.e., $\beta = -q_2 - q_4$.
- La orientación α es proporcional a q_3 , i.e. $\alpha = \pi/2 - q_3$.

El problema radica en β debido a que depende de dos variables articulares y si se desea conocer el valor de alguna de ellas es necesario dejar la otra variable con un valor constante. Para evitar ello se aprovecha los componentes de fuerza sin utilizar, en este caso F_y , entonces se define la siguiente transformación de par/fuerza-posición:

$$\tau_x \longrightarrow \alpha = \pi/2 - q_3 \quad (2.158)$$

$$\tau_y \longrightarrow \beta_1 = -q_2 \quad (2.159)$$

$$F_y \longrightarrow \beta_2 = -q_4 \quad (2.160)$$

$$\tau_z \longrightarrow \gamma = q_1 \quad (2.161)$$

donde la suma de β_1 y β_2 corresponde a la orientación β . La transformación anterior es un mapeo 1-1 de los pares/fuerza a posiciones articulares, que no afectará al controlador debido a que ya no es necesario utilizar el Jacobiano. Es importante mencionar que la fuerza debe ser escalada al rango de operación de los componentes de par. Por simplicidad esta solución es factible, sin embargo, otra solución sería incluir un componente del Jacobiano lineal para evitar la singularidad y continuar utilizando los esquemas de control en el espacio Cartesiano. Se programaron los pares y fuerza de la siguiente forma:

2.9. EJEMPLOS

$$\tau_x(t) = \begin{cases} -0.05|\cos(t)| & t \leq 5 \\ 0.01 \cos(t) & 5 < t \leq 10 \\ 0.05|\cos(t)| & 10 < t \leq 15 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad \tau_y(t) = \begin{cases} -0.08|\cos(t)| & t \leq 5 \\ 0.02 \cos(t) & 5 < t \leq 10 \\ 0.08|\cos(t)| & 10 < t \leq 15 \\ 0.1 \sin(t) & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.162)$$

$$F_y(t) = \begin{cases} -0.01|\cos(t)| & t \leq 5 \\ 0.05 \cos(t) & 5 < t \leq 10 \\ 0.01|\cos(t)| & 10 < t \leq 15 \\ 0.05 \sin(t) & \text{otro caso} \end{cases} \quad \tau_z(t) = \begin{cases} -0.02|\cos(t)| & t \leq 5 \\ 0.06 \cos(t) & 5 < t \leq 10 \\ 0.02|\cos(t)| & 10 < t \leq 15 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (2.163)$$

Con un modelo de Admitancia escrita de la forma:

$$Z_d^{-1}(s) = \frac{1}{M_d s^2 + B_d s + K_d} = \frac{1}{s^2 + 90s + 2000} \quad (2.164)$$

El modelo de Admitancia se debe plantear como una función de transferencia debido a que la posición/orientación de referencia x_r depende de su valor pasado, es decir, $x_r(t) = x_r(t) + x_r(t-h)$ donde h es el período de muestreo. Las ganancias de los controladores son iguales proporcionan en las Tablas 2.1 y 2.2. Debido a que el manipulador no se encuentra en contacto con el ambiente, la ley de control no requiere compensar el término $J^T \mathcal{F}$ ya que no existe en el modelo del robot. Los resultados se observan en las Figuras 2.19- 2.20.

CAPÍTULO 2. CONTROL DEL EXOESQUELETO POR IMPEDANCIA Y ADMITANCIA

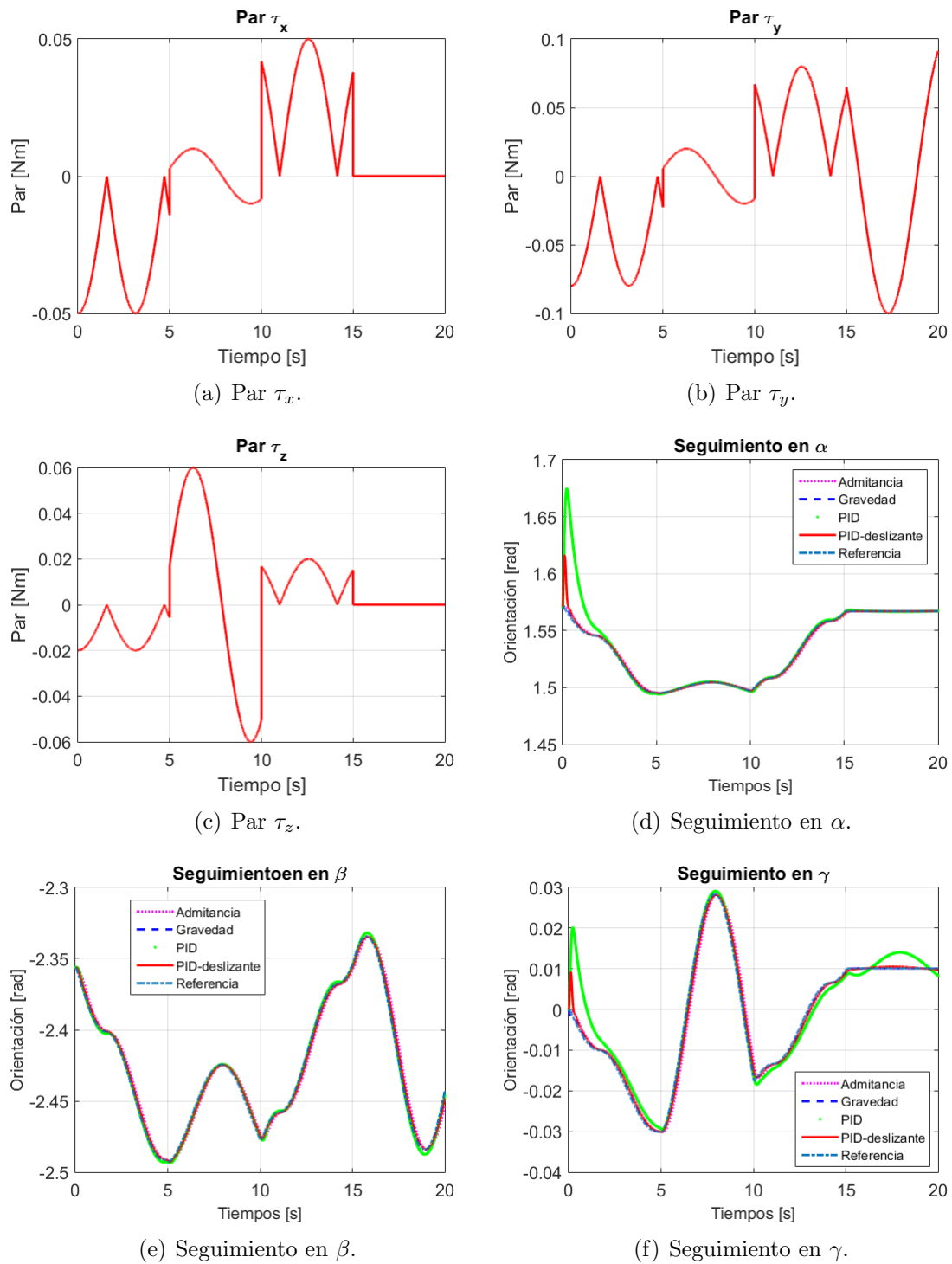
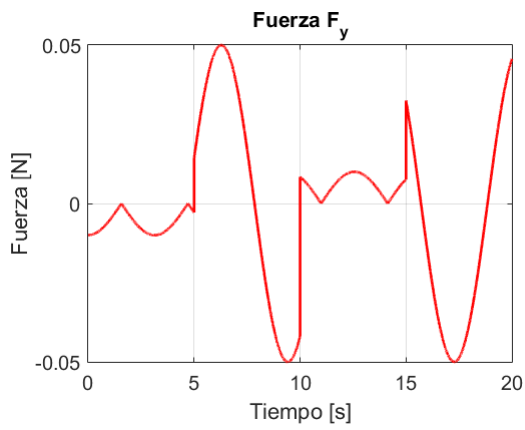
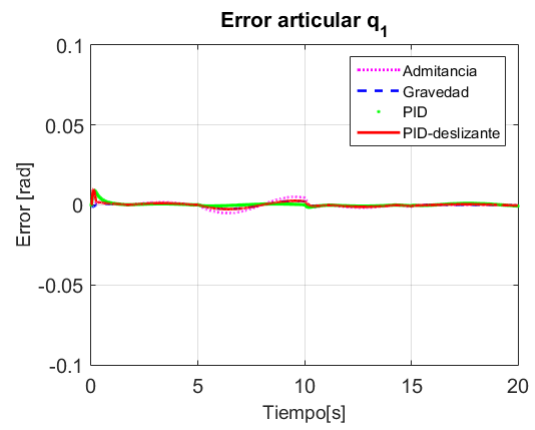


Figura 2.19: a) Resultados Ejemplo 7

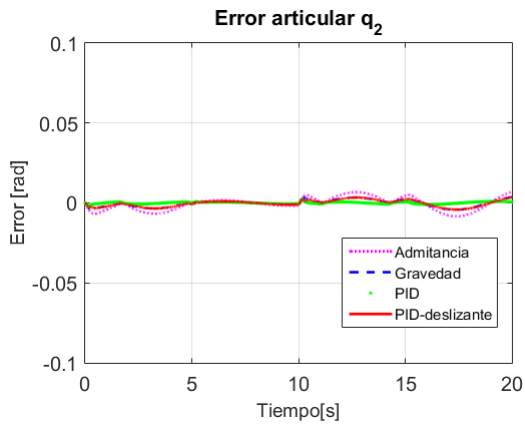
2.9. EJEMPLOS



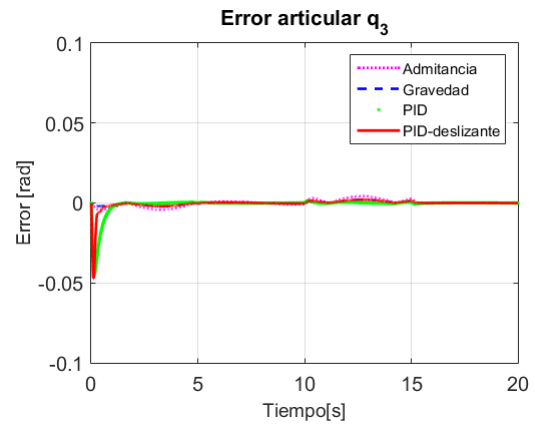
(a) Fuerza F_y .



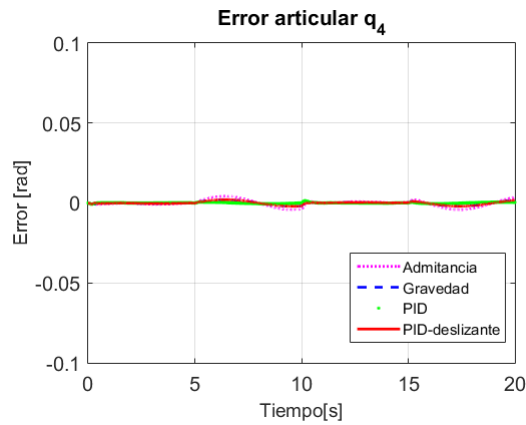
(b) Error articular q_1 .



(c) Error articular q_2 .



(d) Error articular q_3 .



(e) Error articular q_4 .

Figura 2.20: b) Resultados Ejemplo 7

Capítulo 3

Resultados Experimentales

En este capítulo se presenta los detalles de la puesta a punto de los algoritmos de control por impedancia y admitancia en el exoesqueleto a utilizar y en un Robot Pan y Tilt, así como características del Hardware y Software.

3.1. Características de Hardware y Software

Los elementos en la morfología del exoesqueleto se proporcionan en el Apéndice B, En esta sección se mencionan las características del software y hardware a utilizar, enfocándose en el equipo con el que se realizará la etapa de control y el sensor de Fuerza/Par.

3.1.1. Características de la PC

El ordenador personal es el encargado de realizar los cálculos algorítmicos necesarios para establecer la comunicación entre máquina y usuario. Las características del sistema operativo de la PC a utilizar vienen dados por la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Características de PC

Sistema operativo	Windows 10
Versión de Matlab	Matlab 2012
Procesador	Intel Core 2 250 GHz
Memoria RAM	2 GB

Cabe mencionar que las características antes mencionadas contribuyen a la restricción

del tiempo de muestreo máximo.

3.1.2. Protocolo de Comunicación CAN

CAN (Controller Area Network) es un protocolo abierto para uso automotriz y de alta confiabilidad, apropiado para aplicaciones en tiempo real distribuidas, como una red de dispositivos de vuelo. Fue desarrollado por Bosch en 1985 para redes en vehículos [74].

CAN es una red duradera y económica que permite a varios dispositivos comunicarse entre sí. Un beneficio que permite a las unidades de control electrónico (ECUs) tener una sola interfaz CAN, en lugar de diferentes entradas analógicas y digitales para cada dispositivo en el sistema.

CAN tiene diferentes capas físicas que puede utilizar. Estas capas físicas clasifican ciertos aspectos de la red, como los son los niveles eléctricos, esquemas de señales, impedancia en los cables, tasa máxima de transmisión y más. Las capas físicas más ampliamente utilizadas son:

- **CAN de Alta Velocidad.** Es la capa física más común. Las redes de CAN de alta velocidad están implementadas con dos cables y permiten la comunicación con tasas de transferencia de hasta 1 Mb/s. Otros nombres para CAN de alta velocidad incluye CAN C e ISO 11898-2. Los dispositivos típicos CAN de alta velocidad incluyen los sistemas de frenos anti-bloqueo, módulos de control del motor y sistemas de emisiones.
- **Hardware CAN de Baja Velocidad/Tolerante a Fallas.** Las redes de CAN de baja velocidad/tolerante a fallas también están implementadas con dos cables, pueden comunicarse con dispositivos a una tasa de hasta 125 kb/s, y cuenta con transceptores con capacidades de tolerancia a fallas. Otros nombres para esta versión de CAN son CAN B e ISO 11898-3. Algunos ejemplos de dispositivos típicos en automóviles que incluyen esta versión del protocolo son dispositivos de confort o la luz de frenos.
- **Hardware CAN de Un Solo Cable.** Las interfaces CAN de un solo cable pueden comunicarse con dispositivos a una tasa de hasta 33.3 kb/s (88.3 kb/s en modo de alta velocidad). Otros nombres para CAN de un solo cable incluyen SAE-J2411,

3.1. CARACTERÍSTICAS DE HARDWARE Y SOFTWARE

CAN A, y GMLAN. Los dispositivos de un solo cable típicos dentro de un automóvil no requieren de un alto desempeño, como por ejemplo los ajustadores de asientos y espejos.

CAN es una red uno a uno. Esto significa que no hay un maestro que controle el acceso de lectura o escritura de datos en el bus por parte de los nodos individuales. Cuando un nodo CAN está listo para transmitir datos, verifica si el bus se encuentra ocupado, y después simplemente escribe un marco de CAN en la red. Los marcos de CAN transmitidos no contienen direcciones del nodo transmisor o de ninguno de los probables nodos receptores. Sólo se cuenta con un número de identificación único. Todos los nodos en la red reciben el marco, y dependiendo del número de ID cada nodo decide si aceptar o no el marco.

Si varios nodos intentan transmitir un mensaje al bus al mismo tiempo, el nodo con la mayor prioridad (número de ID menor) automáticamente tendrá acceso al bus. Los nodos con menor prioridad deben esperar hasta que el bus vuelva a estar disponible antes de iniciar nuevamente su transmisión. De esta manera, es posible implementar redes CAN con comunicación determinista entre nodos [75].

Para hacer la interface entre el maestro y los módulos PowerCube se utiliza una tarjeta con un DSPIC 30f4012 (ver Figura 3.1). Para la transferencia de datos de la tarjeta con el control maestro se usa una Interfaz USB; para la comunicación entre la tarjeta y los módulos PowerCube se realiza a través del protocolo CAN. Las prioridades de los mensajes y el manejo de errores se realizan con ayuda de las librerías propias del DSPIC [61].

Toda la programación del DSPIC se realizó en lenguaje C, el cual realiza lo siguiente:

1. Cuando se energiza la tarjeta, el primer paso es detener los módulos PowerCube mediante la función Stop y posicionarlos en su posición inicial(Home).
2. El siguiente paso es iniciar un ciclo donde se leen las posiciones generadas por el control Maestro (PC) y se envían a cada módulo PowerCube, enseguida se leen las posiciones actuales de los PowerCube y se envían a la PC, esto continua de forma iterativa hasta que el usuario detenga el ciclo.
3. Al detener el ciclo, se llama a la función Stop para regresar nuevamente a la posición de Home [61].

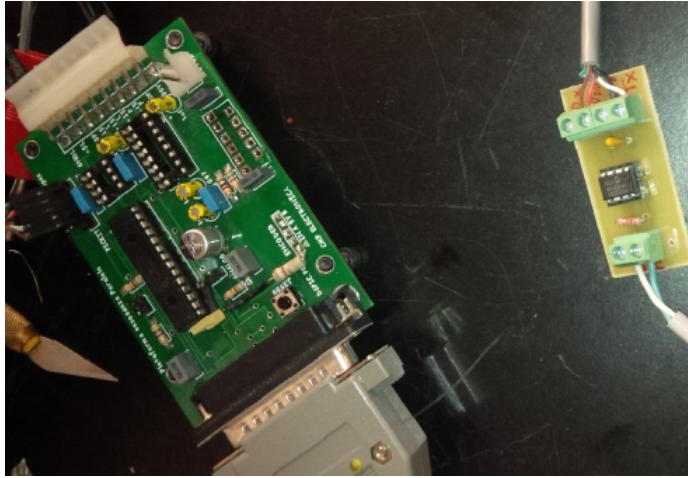


Figura 3.1: Tarjeta de Interfaz de protocolo USB a CAN

3.1.3. Sensor de Fuerza-Par

Se utiliza un sensor de Fuerza-par tipo FTC/FTCL del proveedor Schunk[®], el cual es un sistema de medición de fuerza/par en los seis ejes. El sensor fue diseñado para abordar la demanda de la industria para desarrollar sistemas automatizados para tareas más sofisticadas.



Figura 3.2: Sensor de Fuerza FTC/FTCL

La función principal del sensor de Fuerza/Par (ver Figura 3.2) es convertir información de deformación en componentes de fuerza/par Cartesianas.

3.1. CARACTERÍSTICAS DE HARDWARE Y SOFTWARE

3.1.3.1. Descripción mecánica

La propiedad de fuerzas fue establecida inicialmente por Newton en su tercera ley de movimiento “*A cada acción existe siempre una reacción igual y opuesta*” o “*La acción mutua de dos cuerpos uno sobre el otro son siempre iguales, y dirigida en direcciones contrarias*”. El transductor reacciona a las fuerzas y pares aplicados usando la tercera ley de Newton.

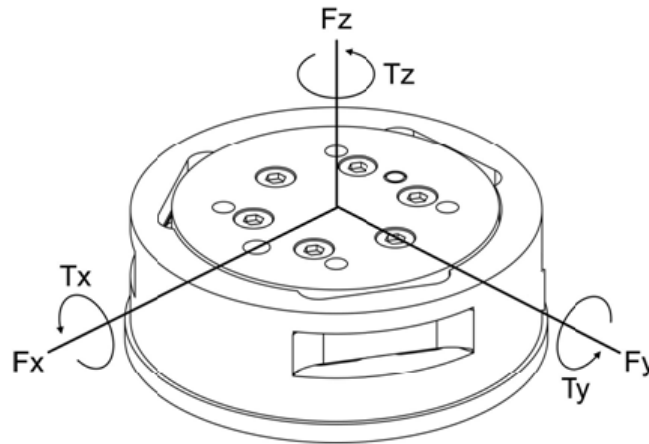


Figura 3.3: Dirección de fuerzas y par en el sensor

La fuerza aplicada en el transductor flexiona tres vigas simétricamente colocadas usando la ley de Hooke.

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (3.1)$$

donde

- σ = Esfuerzo aplicado en la viga (σ es proporcional a la fuerza)
- E = Módulo de elasticidad de la viga
- ε = Tensión aplicado en la viga

La medida de deformación del semiconductor están asociadas a las vigas y son consideradas como resistores sensibles a la tensión. La resistencia cambia en función a la tensión aplicada, como sigue:

$$\Delta R = S_a \cdot R_o \cdot \varepsilon \quad (3.2)$$

CAPÍTULO 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Tabla 3.2: Especificaciones del sensor FTC-050-80

Característica	FTC-050-80
Peso muerto [kg]	1.56
Temperatura permisible [°C]	+5 a +55
Área de movimiento traslacional (X, Y, Z) [mm]	± 1.4
Área de movimiento rotacional (α, β, γ) [°C]	± 1.4
Rango de medición traslacional (X, Y, Z) [mm]	± 1.0
Rango de medición rotacional (α, β, γ) [°C]	± 1.0
Tensión máxima F_x, F_y [N]	400
Tensión máxima F_z [N]	350
Par máximo τ_x, τ_y [Nm]	14
Par máximo τ_z [Nm]	25
Frecuencia de muestreo [kHz]	1
Voltaje de alimentación [VCC]	10 a 26
Interfaces eléctricas	RS232 y CAN

donde

ΔR = Cambio de resistencia en las galgas extensiométricas

S_a = Factor de deformación

R_o = Resistencia sin deformar

El hardware electrónico mide el cambio en la resistencia y el software convierte este cambio en componentes de fuerza y par [76].



- | | |
|--------------|-------------|
| 1. 12-24V | 6. RS232:Rx |
| 2. GND | 7. RS485:A |
| 3. Can_H | 8. RS485:B |
| 4. Can_L | |
| 5. RS232: Tx | |

Figura 3.4: Asignación de pines

3.1. CARACTERÍSTICAS DE HARDWARE Y SOFTWARE

3.1.3.2. Datos técnicos

El sensor utilizado es el FTC-050-80, el cual tiene las siguientes especificaciones de acuerdo a la Tabla 3.2. Las conexiones estándares son RS232, CANbus, RS485 y DEVNet. En nuestro caso se utiliza la conexión CANbus. Los pines de conexión vienen dados en la Figura 3.4.

El LED de operación se encuentra localizado cerca del cable de alimentación (ver Figura 3.5).

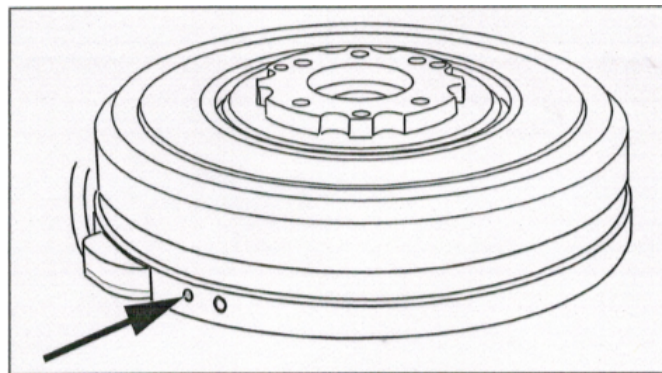


Figura 3.5: LED de operación

El LED de operación puede mostrar los estados proporcionados por la Tabla 3.3.

Tabla 3.3: Estados del LED de operación

Verde	El sensor está listo para funcionar
Rojo	Una falla existe. Esta es la salida para todas las interfaces
Parpadeo rítmico verde-rojo	Una de las dos interfaces no está trabajando apropiadamente
Parpadeo irregular verde-rojo	Firmware defectuoso del sensor
Parpadeo irregular verde	Datos son transferidos
No hay visualización	El sensor está apagado o en modo FLASH

3.1.3.3. Control/Programación

Los comandos del sensor son divididos en cuatro áreas:

1. **Comandos para datos.** El comando enviado al sensor se incrementa inmediatamente por 1 (Comando:F, Respuesta: G) y enviado de vuelta, seguido por los datos solicitados.
2. **Comandos de información.** El comando enviado al sensor se incrementa inmediatamente por 1 y enviado de vuelta, seguido por el número de los bytes subsecuentes como un valor de 16 bits, y después los datos solicitados.
3. **Comandos de ajustes** El comando enviado al sensor se incrementa inmediatamente por 1 y enviado de vuelta, seguido por el número de bytes esperados como un valor de 16 bits. El sensor espera por una entrada externa hasta que el número esperado de bytes sea recibido. Un análisis exitoso de los parámetros es reconocido con un “OK”, y un análisis fracasado con un “WP”.
4. **Otros comandos.** Se encuentran comandos para operaciones ciclicas, resetear, detener, etc., por mencionar algunos de ellos.

Existen varios comandos para el manejo de los datos, en nuestro caso se utilizan únicamente los proporcionados por la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Comandos para datos

	DEC	HEX	ASCII
Comando	68	0x44	D
	69	0x45	E
Respuesta	valores flotantes de 6x32 bit de acuerdo a IEEE754 $F_x, F_y, F_z, \tau_x, \tau_y, \tau_z$ Palabra de estatus de 1x16 bit		
Nota	Fuerzas y pares son representados en N y Nm		

3.2. ROBOT PAN Y TILT

3.2. Robot Pan y Tilt

Para las primeras pruebas de los algoritmos de control por impedancia y admitancia, se utiliza un módulo PowerCube de Pan y Tilt (ver Figura 3.6) del proveedor Schunk®. El robot es de 2 GDL y trabaja bajo las especificaciones dadas en la Sección B.2.



Figura 3.6: Robot Pan y Tilt

En la Tabla 3.5 se proporcionan los datos cinemáticos y dinámicos del robot.

Tabla 3.5: Parámetros cinemáticos y dinámicos

Parámetro	Símbolo	Valor
Longitud 1	l_1	0.0951 m
Longitud 2	l_2	0.07 m
Masa 1	m_1	1 kg
Masa 2	m_2	0.8 kg

3.2.1. Cinemática y Dinámica

En la Figura 3.6 se tiene la asignación de los referenciales para la obtención de la cinemática y dinámica del robot.

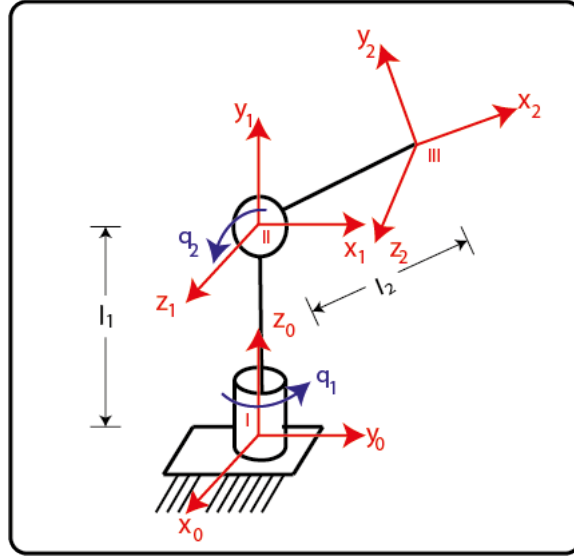


Figura 3.7: Asignación de marcos referenciales, distancias y ángulos de ensamblaje

Mediante la asignación de referenciales de la Figura anterior, se obtiene las siguientes matrices de transformación homogénea:

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & 0 & \sin(q_1) & 0 \\ \sin(q_1) & 0 & -\cos(q_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & l_2 \cos(q_2) \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & l_2 \sin(q_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$T = A_0^2 = A_0^1 A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos(q_1) \cos(q_2) & -\cos(q_1) \sin(q_2) & \sin(q_1) & l_2 \cos(q_1) \cos(q_2) \\ \sin(q_1) \cos(q_2) & -\sin(q_1) \sin(q_2) & -\cos(q_1) & l_2 \sin(q_1) \cos(q_2) \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & l_1 + l_2 \sin(q_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

La cinemática directa del Robot Pan y Tilt es la siguiente:

$$X = l_2 \cos(q_1) \cos(q_2) \quad (3.5)$$

$$Y = l_2 \sin(q_1) \cos(q_2) \quad (3.6)$$

$$Z = l_1 + l_2 \sin(q_2) \quad (3.7)$$

3.2. ROBOT PAN Y TILT

Si se iguala la matriz de orientación de T con la matriz de orientación RPY de Euler se obtiene que la orientación del manipulador es:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \quad (3.8)$$

$$\beta = -q_2 \quad (3.9)$$

$$\gamma = q_1 \quad (3.10)$$

El Jacobiano viene dado por lo siguiente:

$$J(q) = \begin{bmatrix} z_0 \times (o_2 - o_0) & z_1 \times (o_2 - o_1) \\ z_0 & z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_2 \sin(q_1) \cos(q_2) & -l_2 \cos(q_1) \sin(q_2) \\ l_2 \cos(q_1) \cos(q_2) & -l_2 \sin(q_1) \sin(q_2) \\ 0 & l_2 \cos(q_2) \\ 0 & \sin(q_1) \\ 0 & -\cos(q_1) \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Para la dinámica se considera un tensor de inercia diagonal y además los momentos principales de inercia se consideran barras delgadas y simétricas $I_{xx_i} = I_{yy_i} = I_{zz_i} = \frac{m_i l_i^2}{12}$. La dinámica de acuerdo a la forma de (1.41) es:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix}, \quad C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} C_1 \dot{q}_2 & C_1 \dot{q}_1 \\ -C_1 \dot{q}_1 & C_2 \dot{q}_2 \end{bmatrix}, \quad G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ G_2 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

donde

$$\begin{aligned} M_{11} &= I_{yy_1} + \frac{1}{8} ((4I_{yy_2} - 4I_{xx_2} + m_2 l_2^2) + (4I_{yy_2} - 4I_{xx_2} + m_2 l_2^2) \cos(2q_2)) \\ M_{22} &= \frac{1}{4} (4I_{zz_2} + (l_1^2 + l_2^2)m_2 + 2l_1 l_2 m_2 \sin(2q_2)) \\ C_1 &= -\frac{1}{8} (4I_{yy_2} - 4I_{xx_2} + m_2 l_2^2) \sin(2q_2) \\ C_2 &= \frac{1}{4} l_1 l_2 m_2 \cos(q_2) \\ G_2 &= \frac{1}{2} m_2 g l_2 \cos(q_2) \end{aligned}$$

CAPÍTULO 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

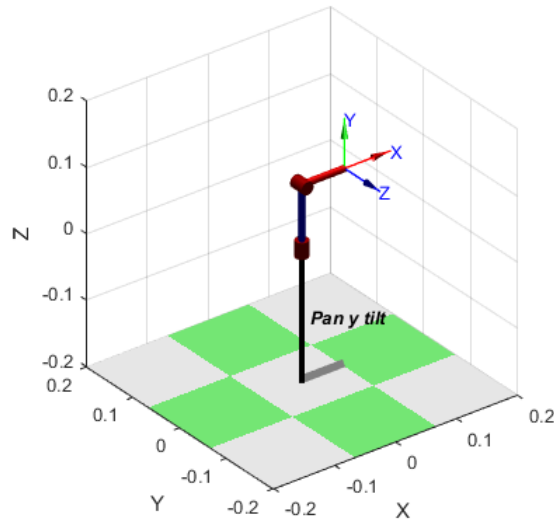


Figura 3.8: Robot Pan y Tilt en el Toolbox de Robótica

Se validó la cinemática y dinámica usando el Toolbox de Robótica (ver Figura 3.8) de Matlab/Simulink y las expresiones analíticas encontradas. El tiempo de simulación es de 20 segundos con un paso fijo de 0.001 segundos y el método de Runge-Kutta de 4to orden. Las condiciones iniciales son $q(0) = [q_1(0) \quad q_2(0)] = [\pi/4 \quad \pi/3]$ rad, $\dot{q}(0) = [\dot{q}_1(0) \quad \dot{q}_2(0)] = [0 \quad 0]$ rad/s; con una aceleración constante $\ddot{q}_1 = 0.2, \ddot{q}_2 = 0.1$ rad/s².

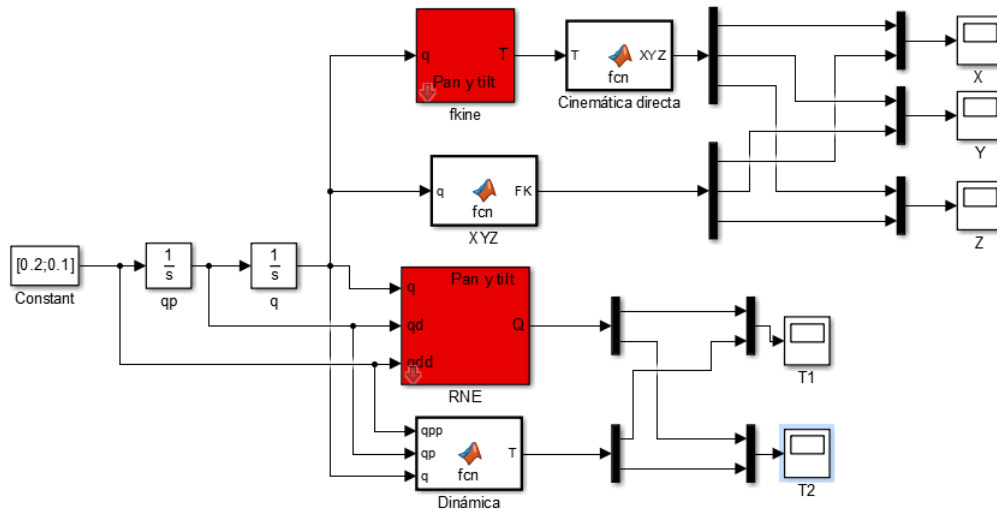


Figura 3.9: Diagrama a bloques para validación de cinemática y dinámica del Robot Pan y Tilt

3.2. ROBOT PAN Y TILT

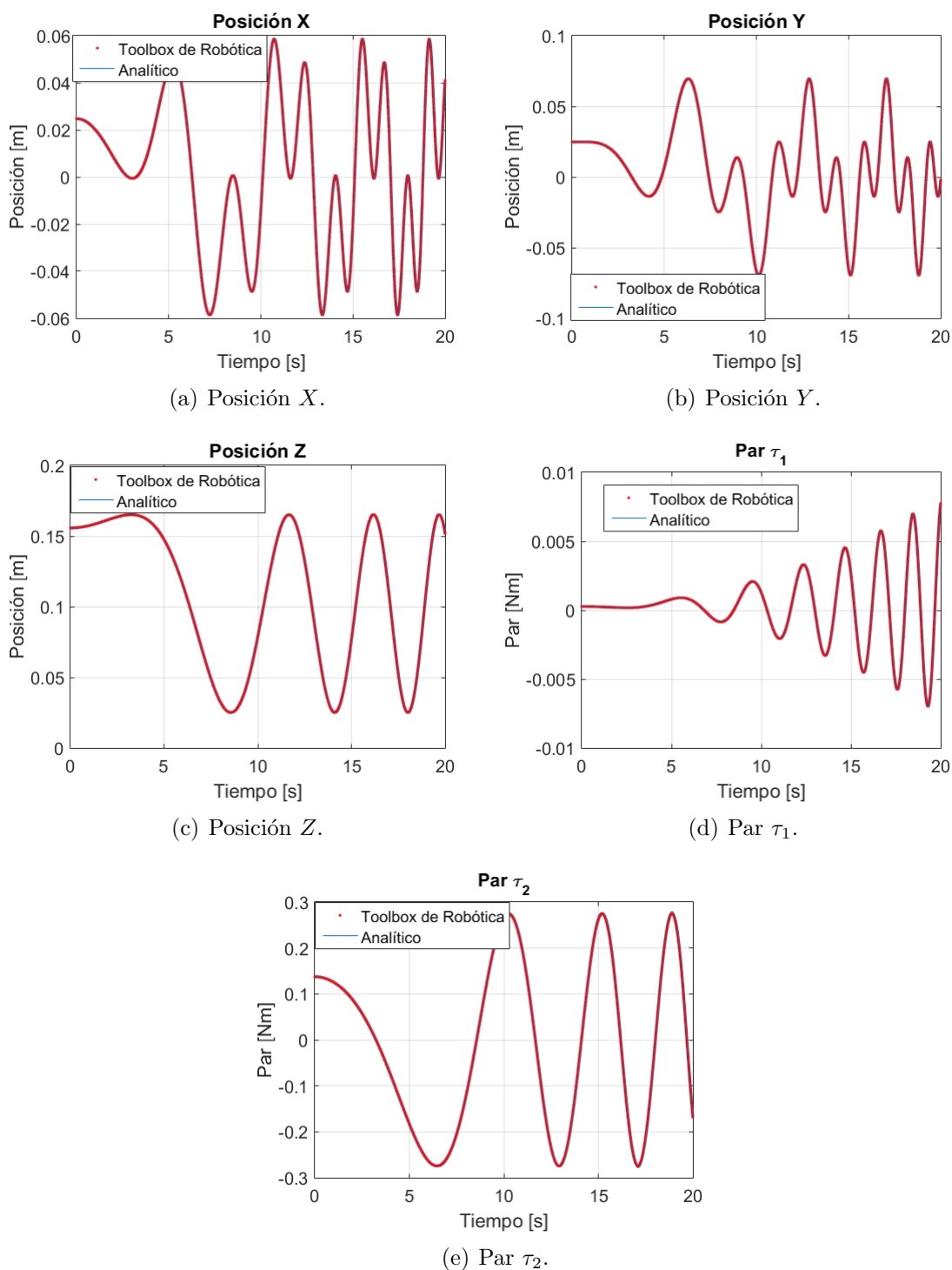


Figura 3.10: Validación del modelo cinemático del Robot Pan y Tilt

En la Figura 3.9 se tiene el diagrama a bloques en Simulink para la validación de la cinemática y dinámica del Robot Pan y Tilt, bajo las especificaciones de la simulación mencionadas anteriormente. Los resultados se observan en la Figura 3.10.

3.2.2. Control por Impedancia y Admitancia

Se realizaron las simulaciones para los esquemas de control tradicionales (CI-BD y Admitancia), los esquemas propuestos (Control por Admitancia:Compensación Adaptable de Gravedad, PID y PID deslizante) y el Control por Admitancia con Usuario en lazo cerrado utilizando los controladores anteriores con excepción del CI-BD.

Las simulaciones son realizadas con Matlab/Simulink en un tiempo de 20 segundos usando el método de Runge Kutta de 4to orden con un paso de integración fijo de 0.001 segundos. Únicamente se considera los componentes de Fuerza del vector \mathcal{F} y los componentes de velocidad lineal del Jacobiano y las posiciones Cartesianas de la cinemática.

La tarea de seguimiento para el Robot Pan Tilt viene dada por:

$$q_1(t) = \sin(\omega t) \quad (3.13)$$

$$q_2(t) = \cos(\omega t) \quad (3.14)$$

donde ω es la velocidad angular con un valor de $\pi/6$. Las ganancias de cada controlador se proporciona en la Tabla 3.6.

Tabla 3.6: Ganancias de los controladores: Tarea de seguimiento

Ganancia	Admitancia	Gravedad	PID	PID-deslizante
K_p	$\text{diag}\{20\}_{3 \times 3}$	-	-	-
K_v	$\text{diag}\{15\}_{3 \times 3}$	-	-	-
Λ	-	$\text{diag}\{4\}_{3 \times 3}$	$\text{diag}\{10\}_{3 \times 3}$	$\text{diag}\{4\}_{3 \times 3}$
Ψ	-	-	$\text{diag}\{.5\}_{3 \times 3}$	$\text{diag}\{3\}_{3 \times 3}$
K_Θ	-	0.01	-	-
K_s	-	$\text{diag}\{2\}_{2 \times 2}$	$\text{diag}\{4\}_{2 \times 2}$	$\text{diag}\{2\}_{2 \times 2}$

3.2. ROBOT PAN Y TILT

Las condiciones iniciales son $q(0) = [0, \pi/2 - 0.1]^T$ y $\dot{q}(0) = [0, 0]^T$. El regresor para el control de Admitancia con compensación Adaptable de Gravedad es $Y(q_2) = [0, \frac{1}{2}gl_2 \cos(q_2)]^T$.

3.2.2.1. Simulación 1

El ambiente se encuentra situado en $x_a = [0.039, 0, 0]^T$, con un amortiguamiento de $b_{a_x} = 100$ Ns/m y una rigidez de $k_{a_x} = 20000$ N/m. Los resultados se proporcionan en las Figuras 3.11-3.12.

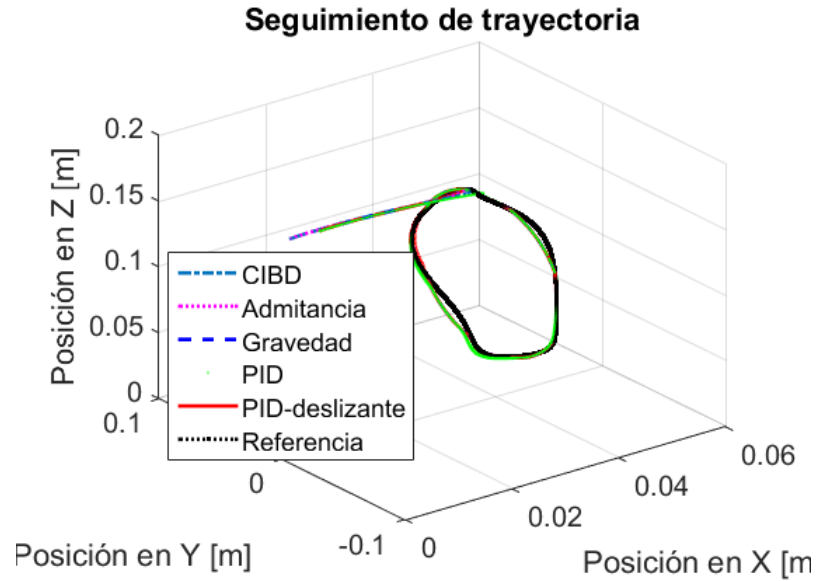


Figura 3.11: Simulación 1: Seguimiento de trayectorias

Como el ambiente presenta una rigidez mayor a la rigidez deseada, la posición del Robot Pan y Tilt se aproxima a la posición del ambiente, $x \approx x_a$. A pesar de ser una distancia muy corta del ambiente a la posición deseada, el controlador restringe la posición a una cantidad igual o menor a la de ambiente. La frecuencia natural del modelo de interacción es $\omega_n = 141.77$ rad/s y el amortiguamiento $\zeta = 0.42$, correspondiente a un sistema subamortiguado.

3.2.2.2. Simulación 2

El ambiente se encuentra situado en la misma posición que la anterior con la diferencia que el ambiente presenta ahora un amortiguamiento de $b_{a_z} = 0.5$ Ns/m y una rigidez de $k_{a_z} = 5$ N/m. Los resultados se observan en la Figura 3.13.

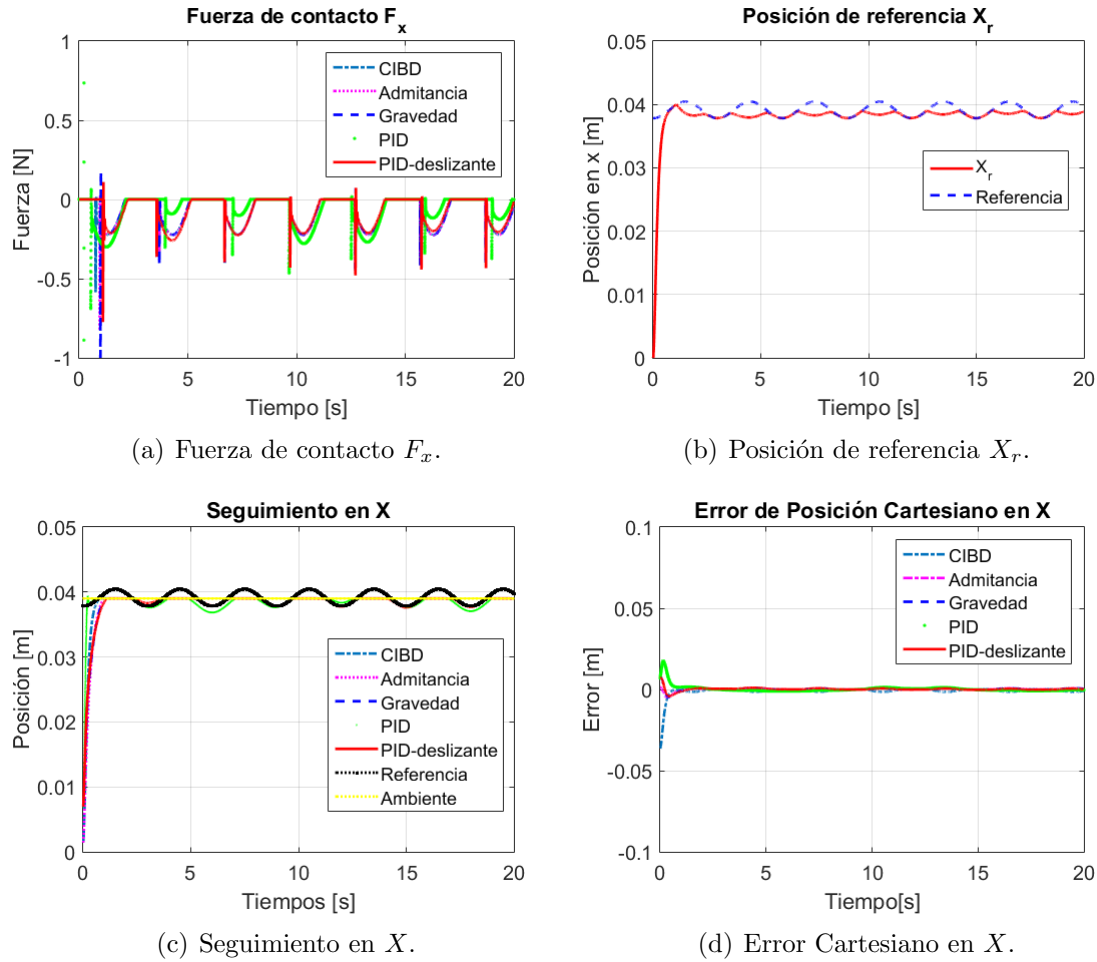


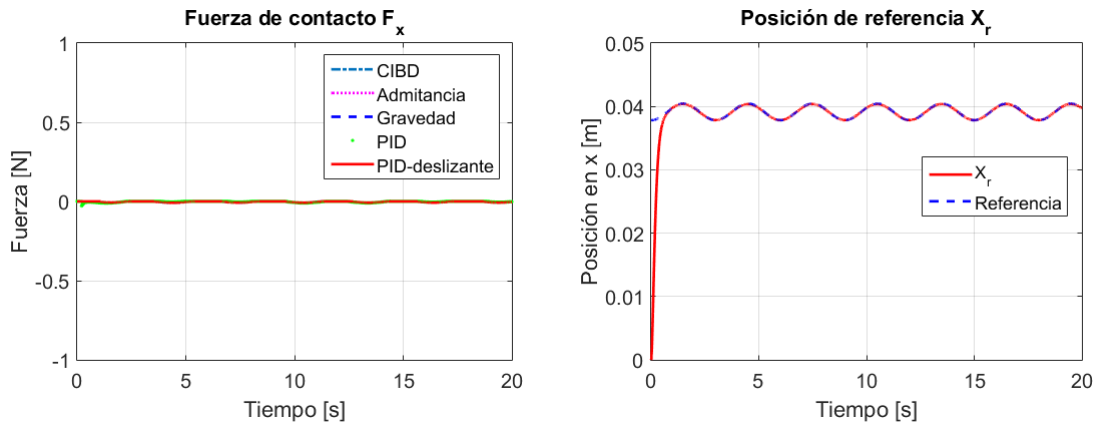
Figura 3.12: Resultados de la Simulación 1

Como el ambiente presenta una rigidez menor a la rigidez deseada, la posición del Robot Pan y Tilt se aproxima a la posición deseada, $x \approx x_d$. La frecuencia natural del modelo de interacción es $\omega_n = 10.25\text{rad/s}$ y el amortiguamiento $\zeta \approx 1$, correspondiente a un sistema amortiguado.

3.2.2.3. Simulación 3

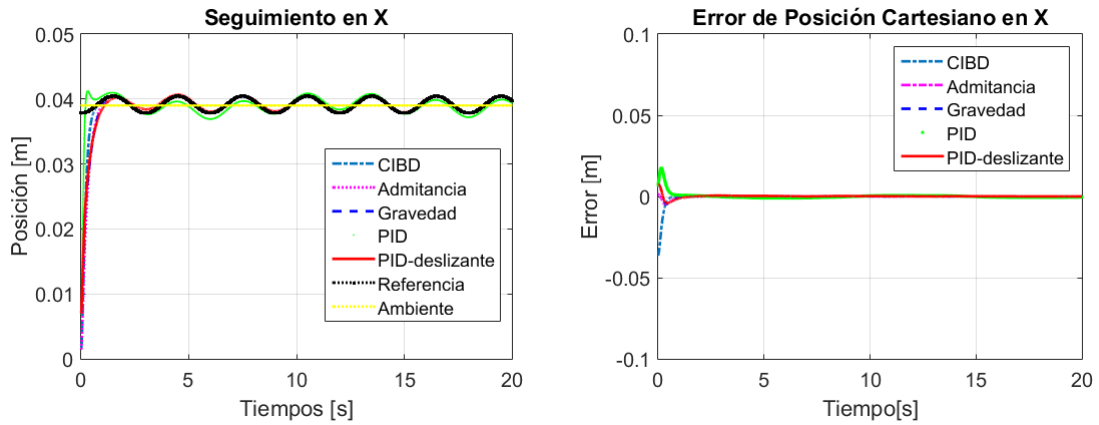
Se considera el ambiente fuera del alcance del robot en una posición $x_a = [0.042, 0, 0]^T$, con el fin de evitar fuerza de contacto y sea un control de posición únicamente. Los resultados se observan en la Figura 3.14.

3.2. ROBOT PAN Y TILT



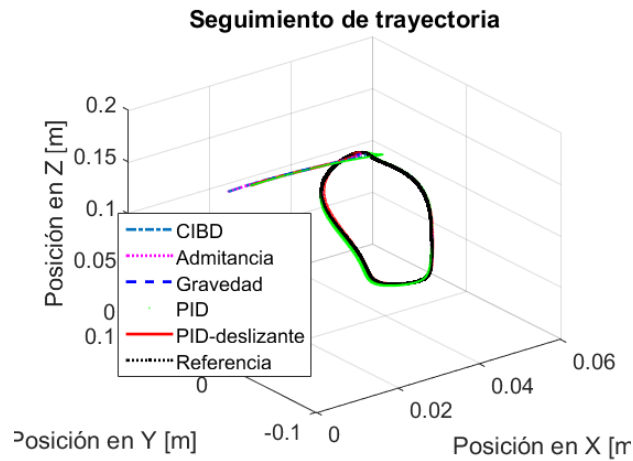
(a) Fuerza de contacto F_x .

(b) Posición de referencia X_r .



(c) Seguimiento en X .

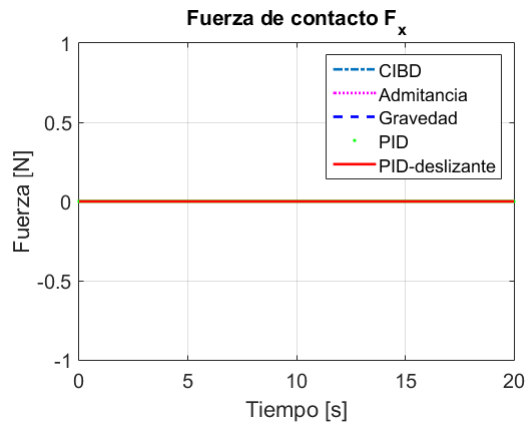
(d) Error Cartesiano en X .



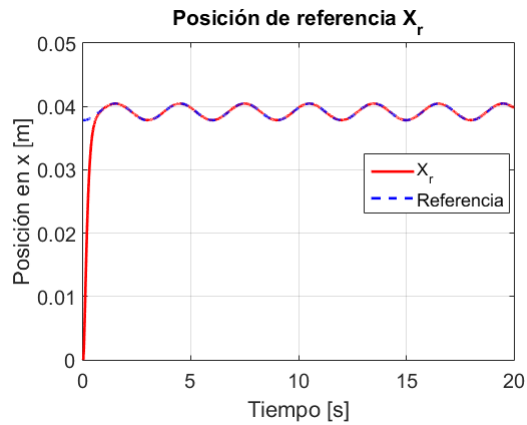
(e) Seguimiento de trayectoria.

Figura 3.13: Resultados de la Simulación 2

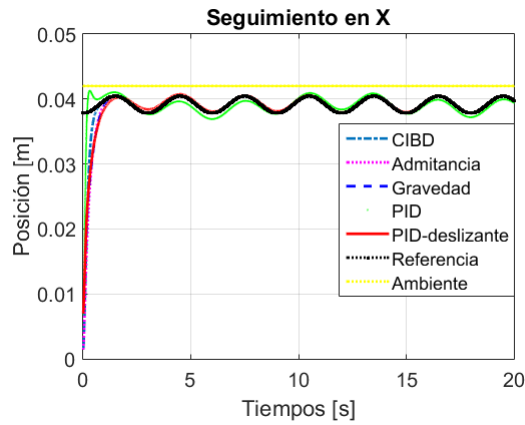
CAPÍTULO 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES



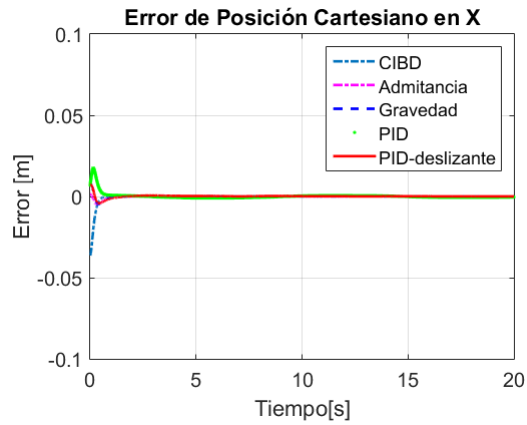
(a) Fuerza de contacto F_x .



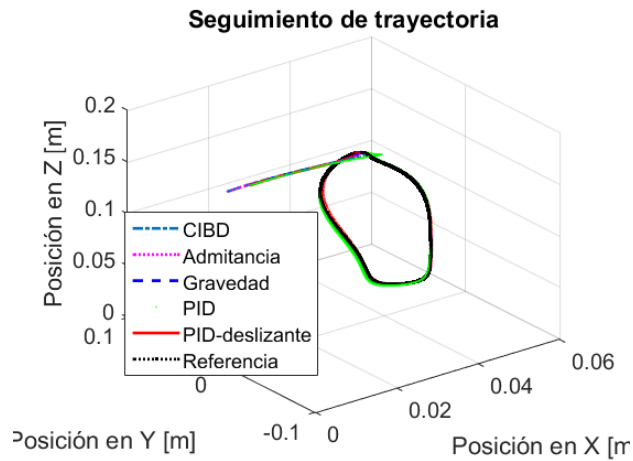
(b) Posición de referencia X_r .



(c) Seguimiento en X .



(d) Error Cartesiano en X .



(e) Seguimiento de trayectoria.

Figura 3.14: Resultados de la Simulación 3

3.2. ROBOT PAN Y TILT

Simulación 4 (Control de Admitancia con Usuario en lazo cerrado)

Por sencillez se utilizó los componentes de par del sensor y los componentes de velocidad angular del Jacobiano. Los pares se programaron como:

$$\tau_x(t) = 0, \quad \forall t$$

$$\tau_y(t) = \begin{cases} 0.5|\cos(t)| & t \leq 5 \\ 0.1 \cos(t) & 5 < t \leq 10 \\ -0.5|\cos(t)| & 10 < t \leq 15 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad \tau_z(t) = \begin{cases} -0.1|\cos(t)| & t \leq 5 \\ 0.05 \cos(t) & 5 < t \leq 10 \\ 0.1|\cos(t)| & 10 < t \leq 15 \\ 0 & \text{otro caso} \end{cases} \quad (3.15)$$

Con el modelo de Admitancia (2.164). Los resultados se observan en la Figura 3.15.

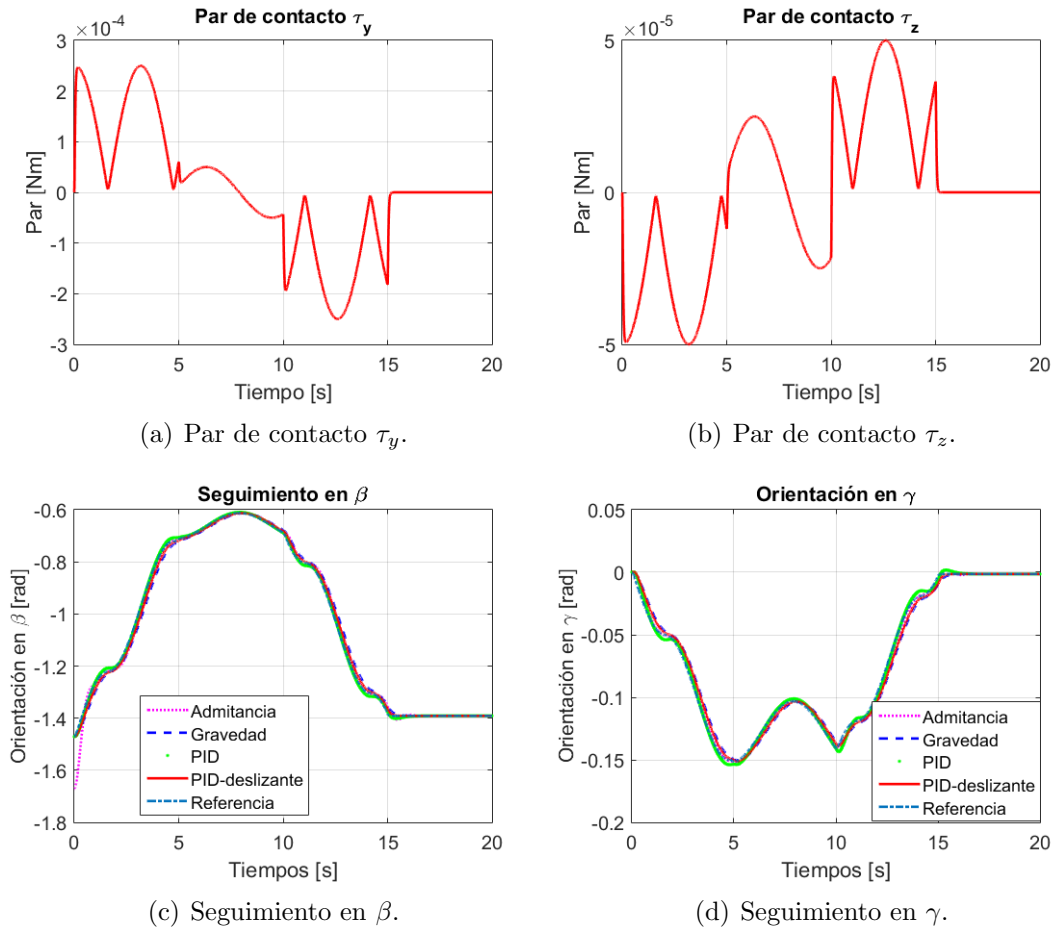


Figura 3.15: Resultados de la Simulación 4

3.3. Experimentos

Los experimentos se realizaron mediante el uso de Matlab/Simulink[®] junto con el exoesqueleto mostrado en la Figura 1.1 y el Robot Pan y Tilt de la Figura 3.6. El tiempo de muestreo para el exoesqueleto es de 2 ms y para el robot Pan y Tilt es de 1ms. Los experimentos se realizaron en un tiempo de 20 segundos para el caso de interacción con el ambiente y de 50 segundos para el caso cuando el usuario se encuentre en el lazo de control; el método de integración es el de Runge Kutta de 4to orden.

Para estimar la velocidad se utilizó un filtro pasa altas de la forma:

$$v(s) = \frac{bs}{s+b}x(s) \quad (3.16)$$

donde $x(s)$ es la posición y $v(s)$ es la velocidad estimada, b indica la frecuencia de corte del filtro. En los experimentos se utilizó el siguiente filtro:

$$v(s) = \frac{300s}{s+300}x(s) \quad (3.17)$$

además para suavizar y limpiar la señal de $v(s)$ se coloca un filtro pasa bajas de la forma:

$$\text{Filtro PB} = \frac{500}{s+500} \quad (3.18)$$

el cual también es utilizado para filtrar la señal arrojada por el sensor de Fuerza/Par.

En los experimentos se observó el punto débil de los esquemas tradicionales. Como el modelo utilizado se encuentra bastante idealizado, los componentes de la matriz de inercia $M(q)$ son muy pequeños y reducen el efecto del controlador (reducen el efecto por un factor de 1×10^{-3}), además el robot presenta bastante fricción la cual no se tiene contemplada en el modelo. En el caso especial del CI-BD pierde completamente su funcionalidad debido a que no existen ganancias para sintonizar, y sólo podría funcionar incrementando los parámetros de la impedancia deseada ó despreciar $M(q)$, y con base a experimentación encontrar un modelo de impedancia deseada que permita realizar el control de posición. Esto último no es conveniente porque se pierde el objetivo principal del controlador, es decir, la interacción del manipulador con el medio ambiente. Por ello no se reportan resultados del CI-BD.

3.3. EXPERIMENTOS

3.3.1. Resultados experimentales con el Robot Pan y Tilt

Se realizaron los experimentos con el robot Pan y Tilt con el transductor de Fuerza/Par ATI (ver Apéndice B) montado en el órgano terminal(ver Figura 3.16).

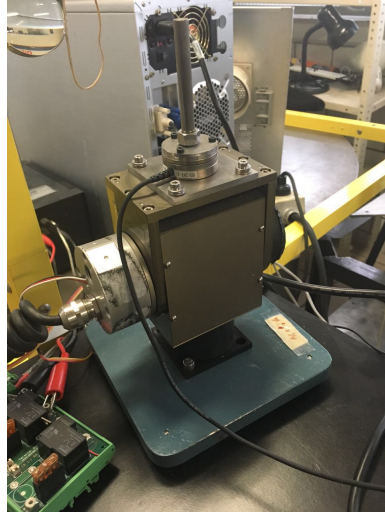


Figura 3.16: Robot Pan y Tilt con Transductor de Fuerza/Par montado

La trayectoria articular deseada viene dada por:

$$q_1(t) = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{8} \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 0.001 \sin(40t) \quad (3.19)$$

$$q_2(t) = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{8} \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 0.001 \sin(40t) \quad (3.20)$$

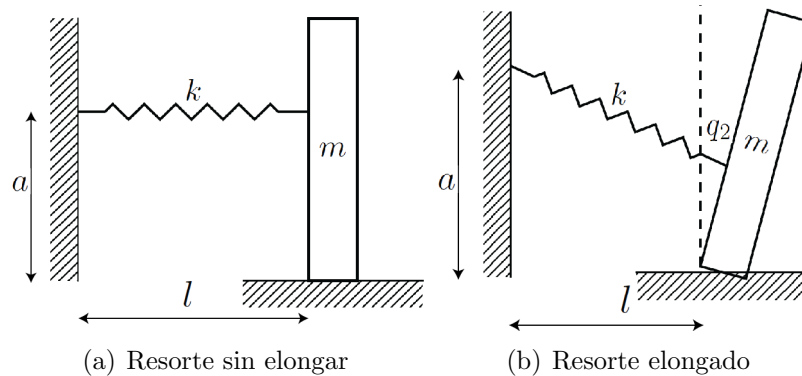


Figura 3.17: Modelo del ambiente

La trayectoria se diseñó de tal forma para evitar caer en singularidad y se añade un término pequeño en amplitud y alto contenido frecuencial para excitar el sistema. Se uti-

CAPÍTULO 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

lizó una liga con rigidez y amortiguamiento desconocidos sujeta al órgano terminal del manipulador. En la Figura 3.17 se modela la liga como un resorte con rigidez k , ubicado a una distancia l y altura a del órgano terminal.

Cuando el órgano terminal se mueve, el resorte se deforma a medida que q_2 cambie. La energía potencial del resorte viene dada por:

$$\mathcal{U}(x) = \frac{1}{2}kx^2 \quad (3.21)$$

donde la posición x del resorte se obtiene utilizando herramientas trigonométricas, resultando en:

$$x = \sqrt{2a^2 + l^2 - 2a\sqrt{a^2 + l^2} \cos(q_2 + q_{2_0})} \quad (3.22)$$

donde q_{2_0} es el ángulo inicial que presenta el resorte al estar en reposo dado por $q_{2_0} = \arctan(l/a)$. Es claro que para expresar el modelo en un espacio tridimensional, basta con realizar lo siguiente:

$$x = \sqrt{2a^2 + l^2 - 2a\sqrt{a^2 + l^2} \cos(q_2 + q_{2_0})} \cos(q_1) \quad (3.23)$$

Es decir, la deformación del resorte es también afectado en el giro de Pan del manipulador. De forma similar se modela el amortiguamiento de la liga.

Tabla 3.7: Ganancias de los controladores

Ganancia	Admitancia	Gravedad	PID	PID- deslizante
K_p	$\text{diag}\{50 \times 10^3\}_{3 \times 3}$	-	-	-
K_v	$\text{diag}\{100\}_{3 \times 3}$	-	-	-
Λ	-	$\text{diag}\{90\}_{3 \times 3}$		
Ψ	-	-	$\text{diag}\{0.5\}_{3 \times 3}$	$\text{diag}\{.15\}_{3 \times 3}$
K_Θ	-	1×10^{-3}	-	-
K_s	-	$\text{diag}\{0.9\}_{2 \times 2}$		

Con el fin de cuidar y no saturar el sensor de fuerza se escalo la fuerza obtenida dentro del modelo de Simulink, para observar como afecta en el correcto seguimiento de la trayectoria. Se utilizó el algoritmo de MCR para la identificación del modelo del

3.3. EXPERIMENTOS

ambiente con las condiciones iniciales de la matriz de covarianza $P_{(0)} = \text{diag}\{1e^5, 1e^5\}$ y del vector de parámetros estimados $\hat{\theta}_{(0)} = [0, 0]^T$. El modelo de impedancia deseada es $M_d = \text{diag}\{1\}_{3 \times 3}$, $B_d = \text{diag}\{140\}_{3 \times 3}$, $K_d = \text{diag}\{4000\}_{3 \times 3}$. Las ganancias de los controladores se observan en la Tabla 3.7.

3.3.1.1. Experimento 1

En el experimento 1, se tiene una fuerza de contacto cero por lo que los controladores son meramente de posición. Los resultados se observan en la Figura 3.18.

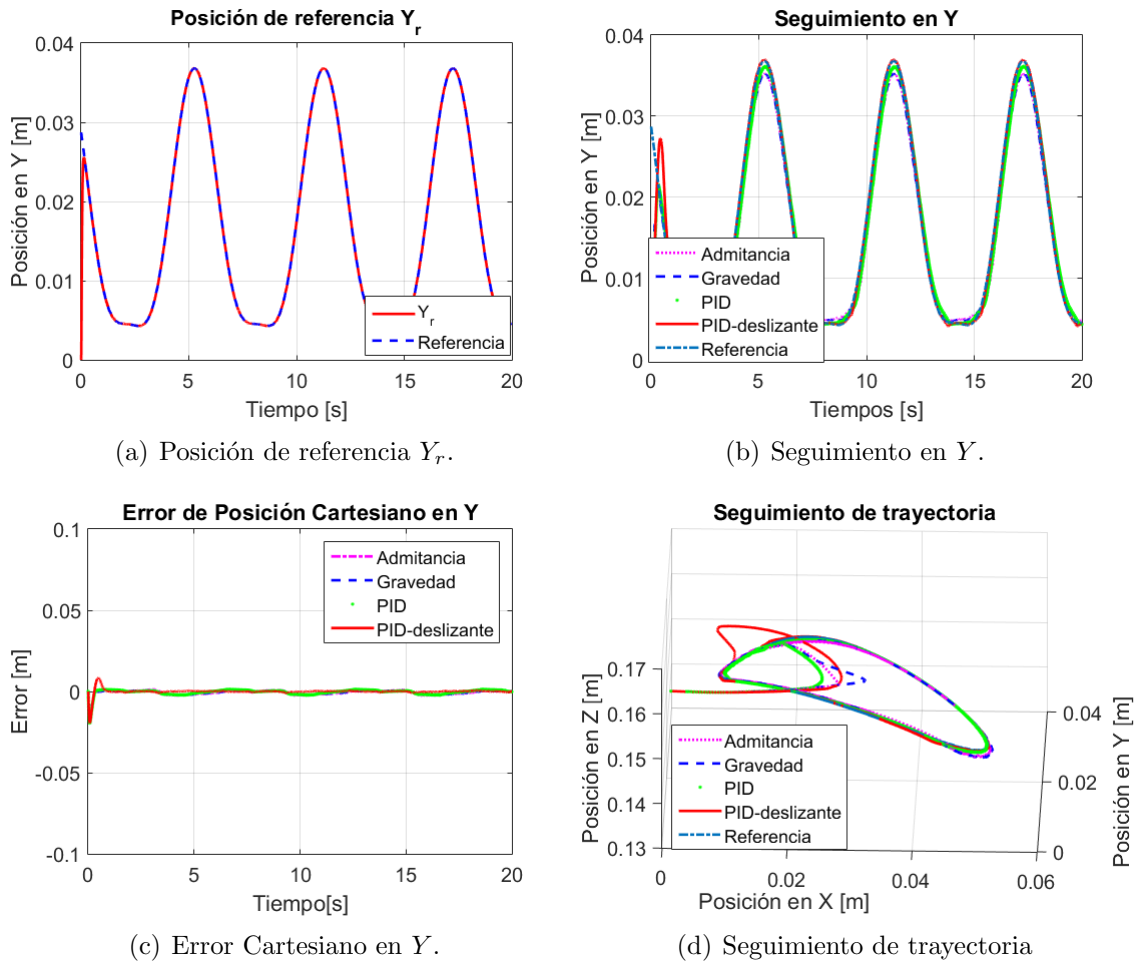


Figura 3.18: Resultados del Experimento 1

3.3.1.2. Experimento 2

Las fuerzas medidas por el sensor se escalan con un factor de 0.1. Como se tiene una fuerza muy pequeña y una impedancia deseada grande, se espera que la posición del órgano terminal $x \approx x_d$. Es claro que la liga no afecta el seguimiento de la trayectoria del robot, pero al manipular dicha fuerza vía software se observan comportamientos diferentes y además se protege el sensor. Los resultados se observan en la Figura 3.19-3.20.

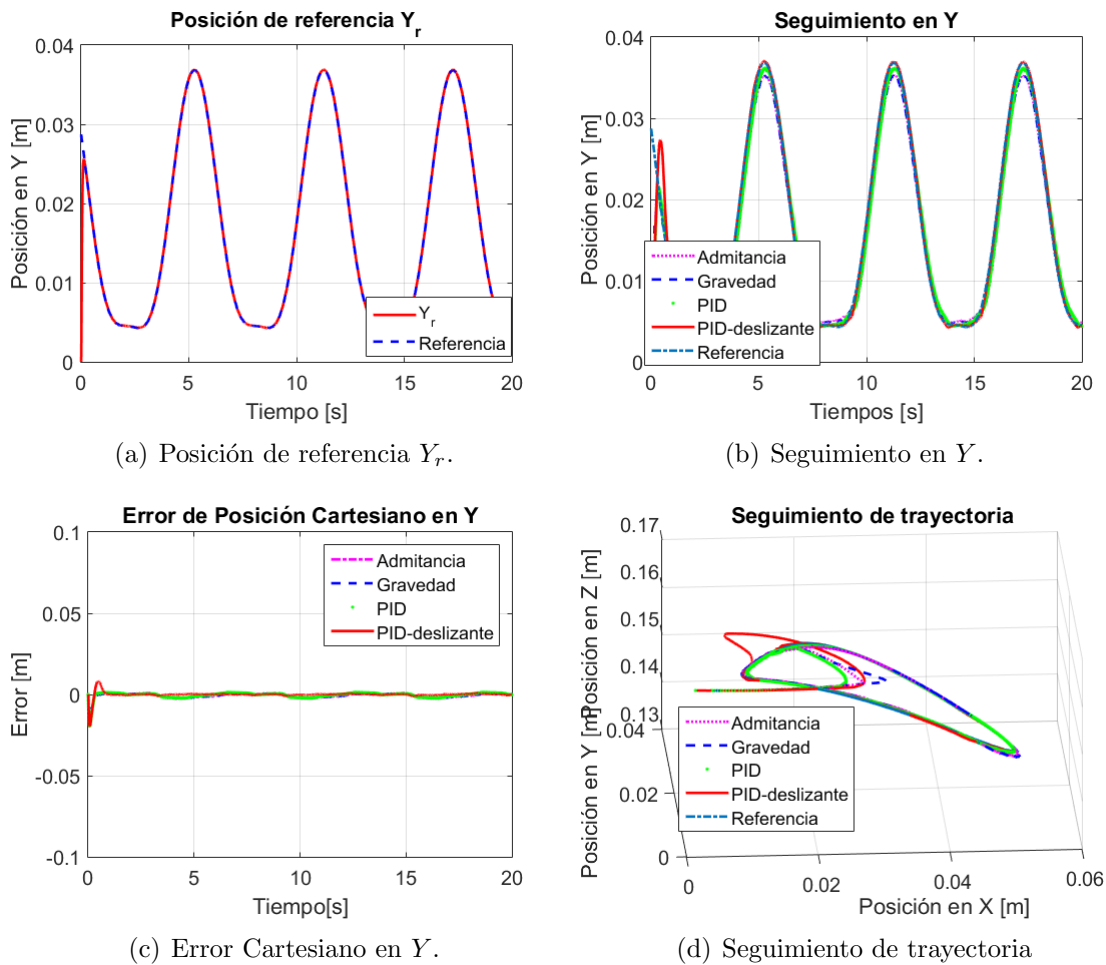


Figura 3.19: a) Resultados del Experimento 2

Como era de esperarse, la rigidez deseada equivale a $K_d=4000$ N/m mientras que la rigidez estimada del ambiente se encuentra alrededor de 4.5 N/m, es decir, $K_d \gg K_a$ lo que implica que $x \approx x_d$.

3.3. EXPERIMENTOS

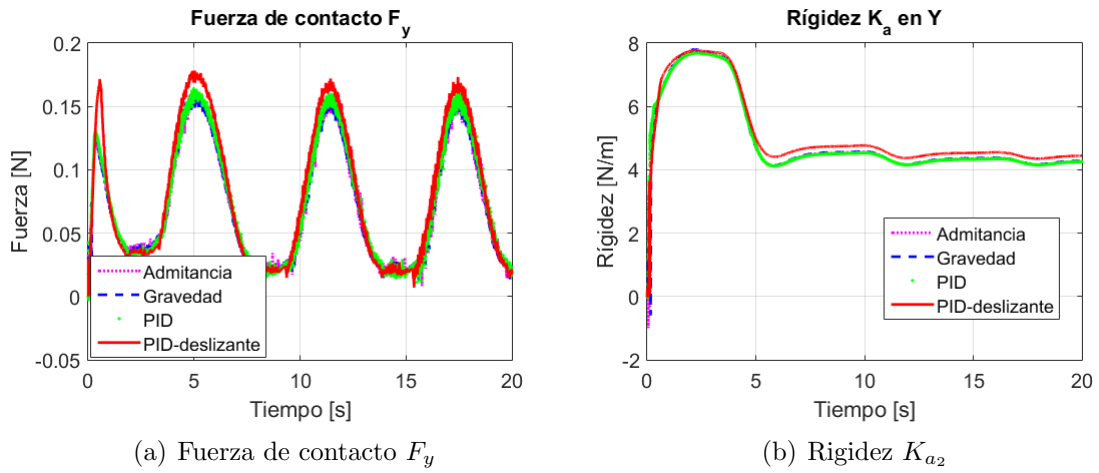


Figura 3.20: b) Resultados del Experimento 2

3.3.1.3. Experimento 3

Las fuerzas medidas por el sensor se escalan con un factor de 10. En este caso se incrementa el valor de la fuerza y se espera que al tener un ambiente virtualmente más rígido, la posición del órgano terminal será un poco diferente a la deseada. Los resultados se observan en la Figura 3.21-3.22.

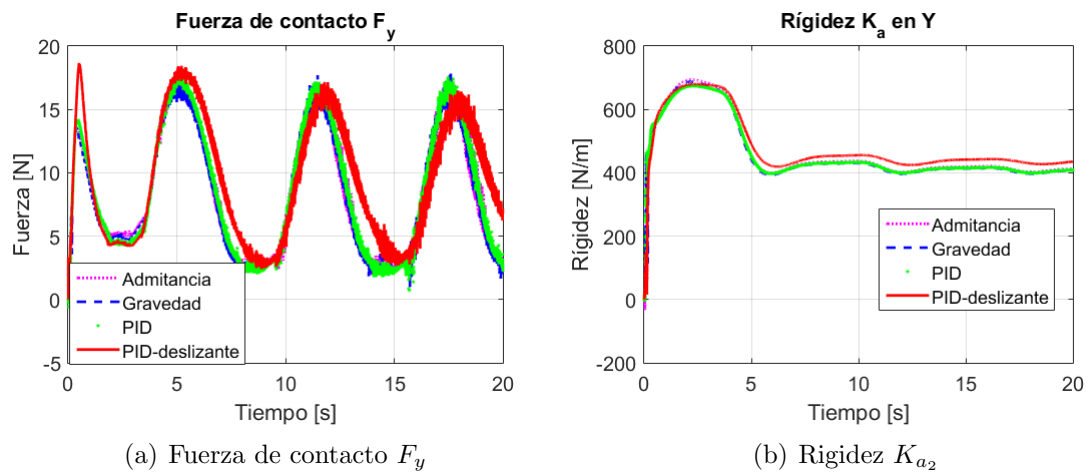
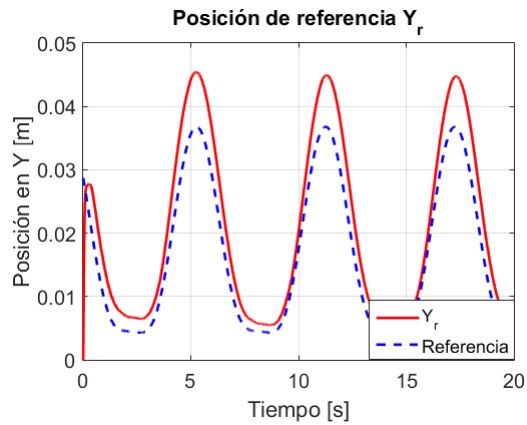


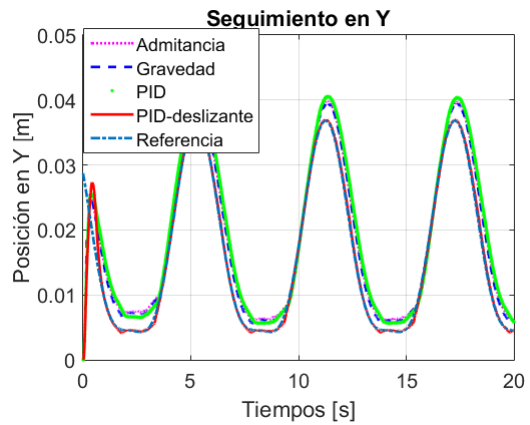
Figura 3.21: a) Resultados del Experimento 3

Al tener un ambiente virtualmente más rígido, el modelo de impedancia modifica un poco la trayectoria deseada evitando que el robot alcance la posición deseada x_d .

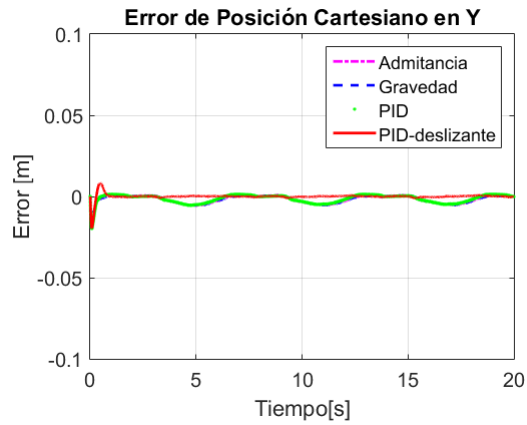
CAPÍTULO 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES



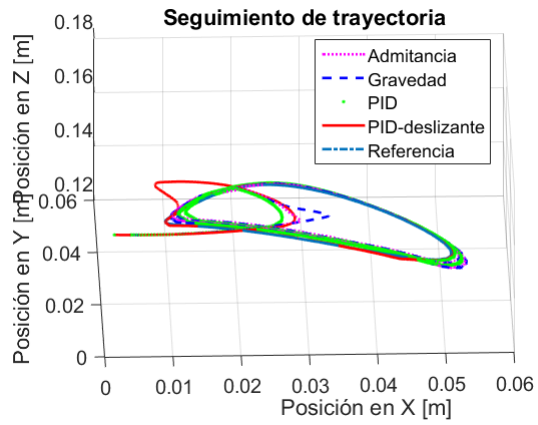
(a) Posición de referencia Y_r .



(b) Seguimiento en Y .



(c) Error Cartesiano en Y .



(d) Seguimiento de trayectoria

Figura 3.22: b) Resultados Experimento 3



Figura 3.23: Montaje de Robot y ambiente

3.3. EXPERIMENTOS

3.3.1.4. Experimento 4

Para este experimento se cambio el transductor de fuerza/par por el sensor FTCL y como ambiente se colocó una tabla de madera con rigidez desconocida situada en el eje Y del robot (ver Figura 3.23) a una distancia de $3.4 \text{ cm} \pm 0.1 \text{ cm}$ del órgano terminal.

Se utilizó la misma trayectoria y ganancias que en los experimentos anteriores. Los resultados se observan en la Figura 3.24-3.25.

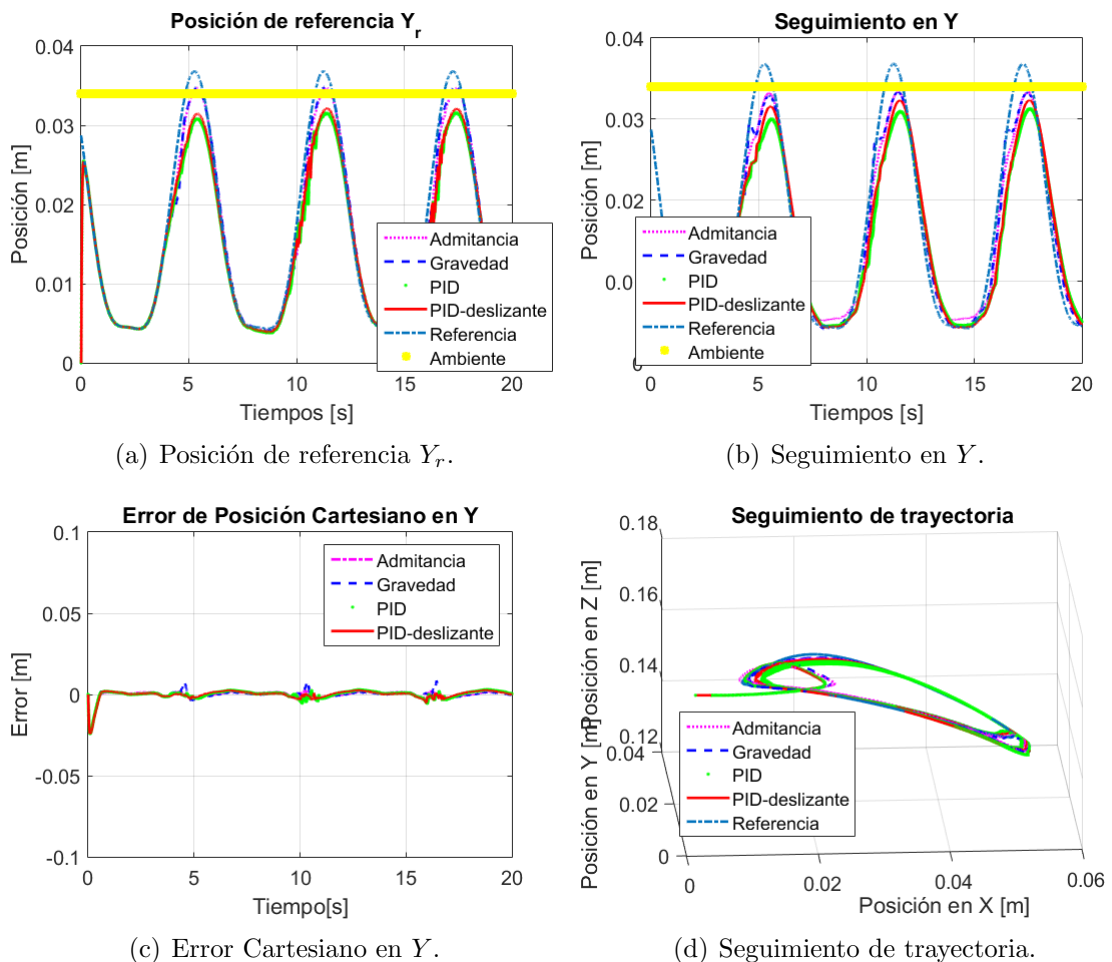


Figura 3.24: a) Resultados del Experimento 4

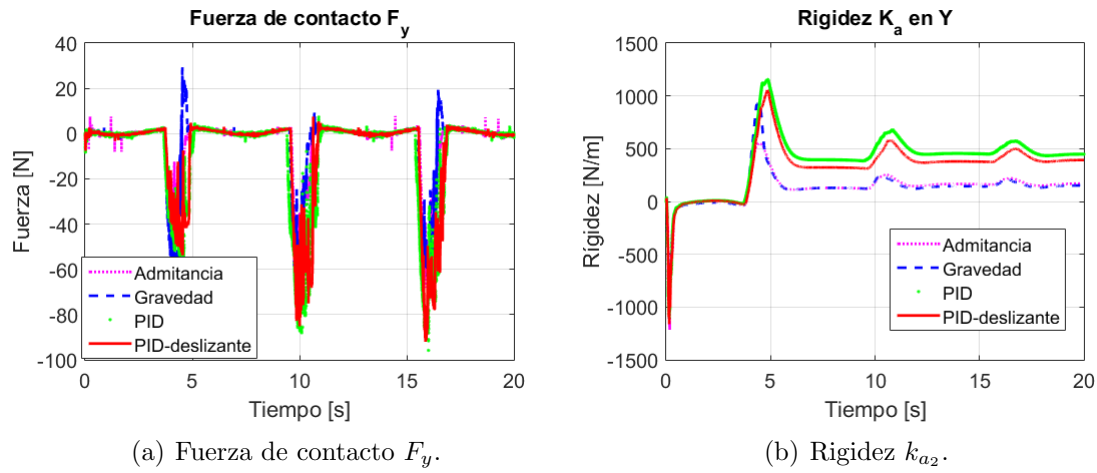


Figura 3.25: b) Resultados del Experimento 4

3.3.1.5. Experimento 5

Se realiza el experimento con sensor FTCL para el Control por Admitancia con el usuario en lazo cerrado (ver Figura 3.26). Se utilizan los pares del sensor para generar el movimiento del manipulador.

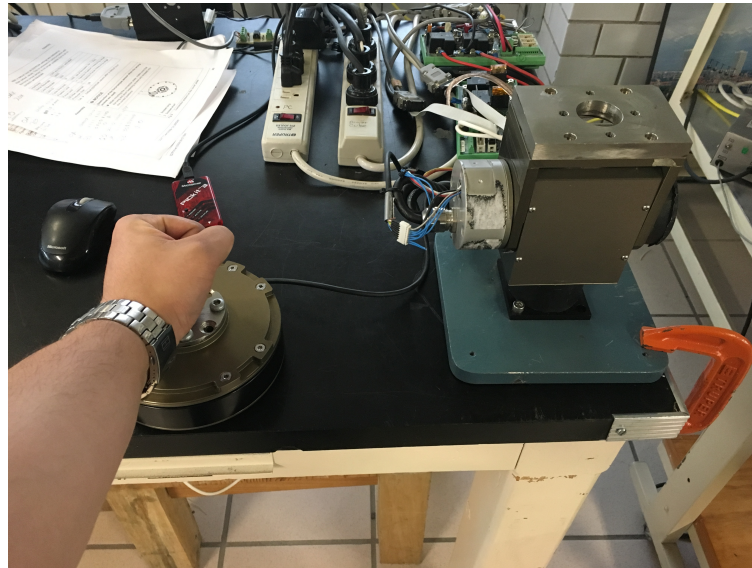


Figura 3.26: Implementación del Experimento 5

Como el sensor presenta una cierta cantidad de ruido, el cual podría afectar el experimento debido a que generaría pequeñas cantidades de movimiento que al irse acumulando

3.3. EXPERIMENTOS

se traduciría que el robot estuviese moviéndose sin existir par de aplicación. Para ello se programó la siguiente condición:

```

if Tx_sensor <= 0.1
    %Tx_sensor=Par en el eje x del Sensor
    Tx=0;
    %Tx=Variable auxiliar
else
    Tx=Tx_sensor;
end

```

Se utilizan las mismas ganancias para los controladores tradicionales y propuestos de la Tabla 3.7 y la misma impedancia deseada. Los resultados se observan en la Figura 3.27.

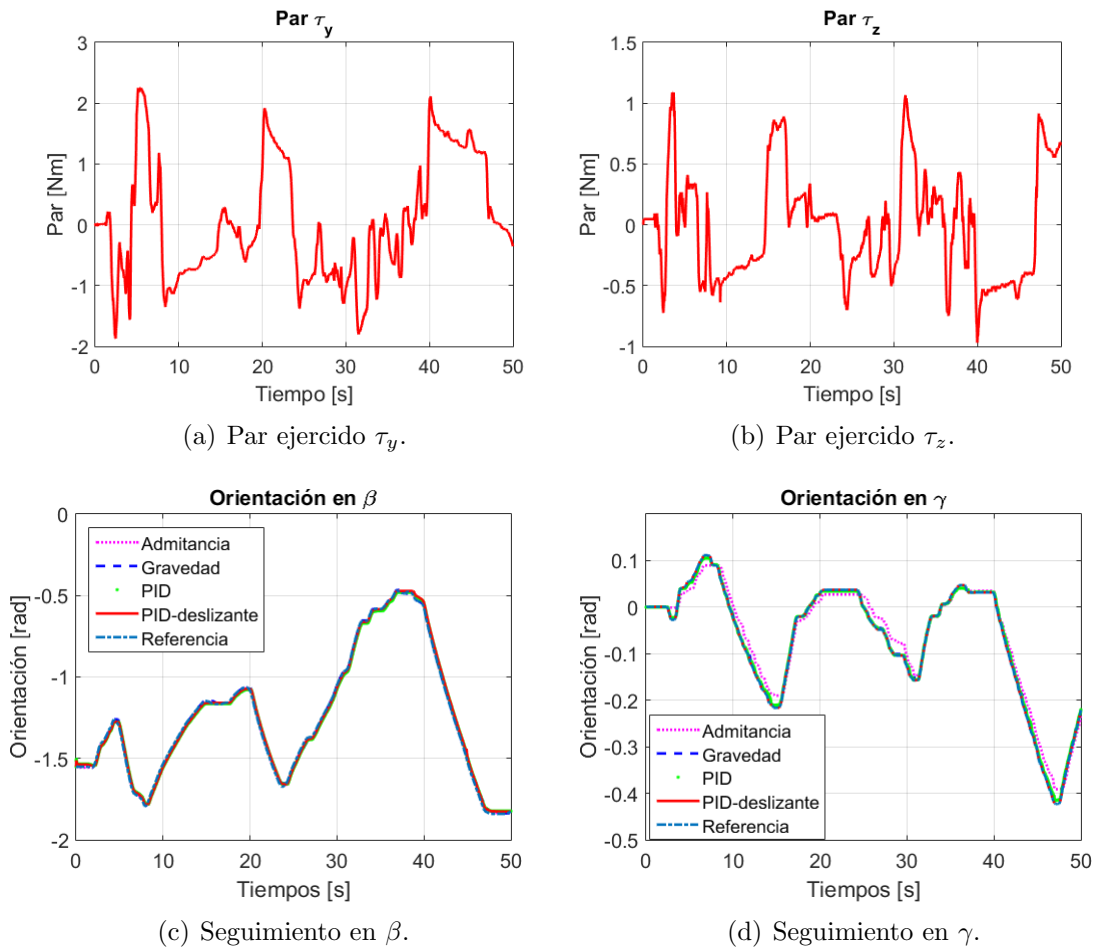


Figura 3.27: Resultados del Experimento 5

3.3.2. Resultados experimentales con el Exoesqueleto

La trayectoria articular deseada viene dada por:

$$q_1(t) = 0.3 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 0.001 \sin(40t) \quad (3.24)$$

$$q_2(t) = -0.4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 0.001 \sin(40t) \quad (3.25)$$

$$q_3(t) = -0.2 - 0.55 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 0.001 \sin(40t) \quad (3.26)$$

$$q_4(t) = 0.35 + 0.2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 0.001 \sin(40t) \quad (3.27)$$

La trayectoria se diseñó de tal forma para evitar caer en singularidad y se añade un término pequeño en amplitud y alto contenido frecuencial para excitar el sistema. En caso contrario a las simulaciones expuestas en la Sección 2.4.5 y 2.9, se utiliza las orientaciones β y γ en lugar de la orientación α debido que el sensor de fuerza/par se encuentra montado de forma lateral al exoesqueleto (ver Figura 3.28). Con esta consideración el Jacobiano es una matriz no cuadrada, i.e., $J(q) \in \mathbb{R}^{5 \times 4}$.

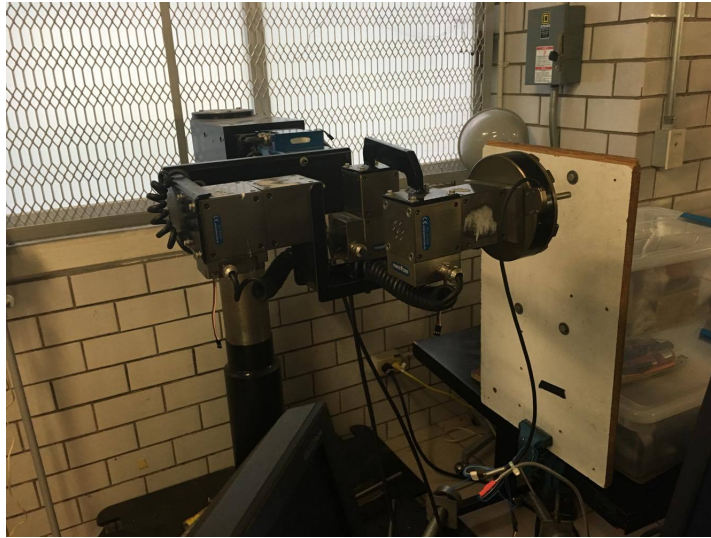


Figura 3.28: Exoesqueleto con sensor de fuerza/par montado

Se utilizó el algoritmo de MCR para la identificación de los parámetros del ambiente con las condiciones iniciales de la matriz de covarianza $P_{(0)} = \text{diag}\{1e^5, 1e^5\}$ y del vector de parámetros estimados $\hat{\theta}_{(0)} = [0, 0]^T$.

3.3. EXPERIMENTOS

Tabla 3.8: Ganancias de los controladores

Ganancia	Admitancia	Gravedad	PID	PID-deslizante
K_p	$\text{diag}\{4 \times 10^3\}_{5 \times 5}$	-	-	-
K_v	$\text{diag}\{10\}_{5 \times 5}$	-	-	-
Λ	-	$\text{diag}\{90\}_{5 \times 5}$		
Ψ	-	-	$\text{diag}\{5\}_{5 \times 5}$	$\text{diag}\{1\}_{5 \times 5}$
K_Θ	-	$\text{diag}\{0.1\}_{2 \times 2}$	-	-
K_s	-	$\text{diag}\{3\}_{4 \times 4}$	$\text{diag}\{2\}_{4 \times 4}$	$\text{diag}\{2\}_{4 \times 4}$

El modelo de impedancia deseada se dividió en dos partes: la primera para los componentes de Fuerza con los siguientes valores $M_d = \text{diag}\{1\}_{3 \times 3}$, $B_d = \text{diag}\{140\}_{3 \times 3}$, $K_d = \text{diag}\{2000\}_{3 \times 3}$, la segunda parte para los componentes de par con los siguientes valores: $M_d = \text{diag}\{1\}_{2 \times 2}$, $B_d = \text{diag}\{15\}_{2 \times 2}$, $K_d = \text{diag}\{56\}_{2 \times 2}$. Se dividió de esta forma debido a que los rangos de fuerza y par del sensor son distintos y no se puede colocar la misma impedancia ya que el par es muy pequeño, es decir, al tener una impedancia muy alta con un par externo pequeño no provocará ningún cambio en la posición de referencia aunque la fuerza sea muy grande evitando que se cumpla el control de posición/fuerza. Las ganancias de los controladores se observan en la Tabla 3.8.

Para los primeros dos experimentos se colocó en el eje X una tabla de madera (ver Figura 3.28) con rigidez y amortiguamiento desconocidos para ejemplificar un ambiente relativamente rígido con el que el exoesqueleto va a interactuar. Como el sensor FTCL se encuentra montado en el eje X , los componentes de fuerza y par no se encuentran en la misma dirección que el marco inercial del exoesqueleto; para solucionar dicho detalle basta con realizar la siguiente modificación en los experimentos:

$$F_x, \tau_x \implies Y, \beta$$

$$F_y, \tau_y \implies Z, \gamma$$

$$F_z, \tau_z \implies X, \alpha$$

3.3.2.1. Experimento 1

En el experimento 1, se tiene una fuerza de contacto cero por lo que los controladores son meramente de posición. Los resultados se observan en la Figura 3.29.

CAPÍTULO 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

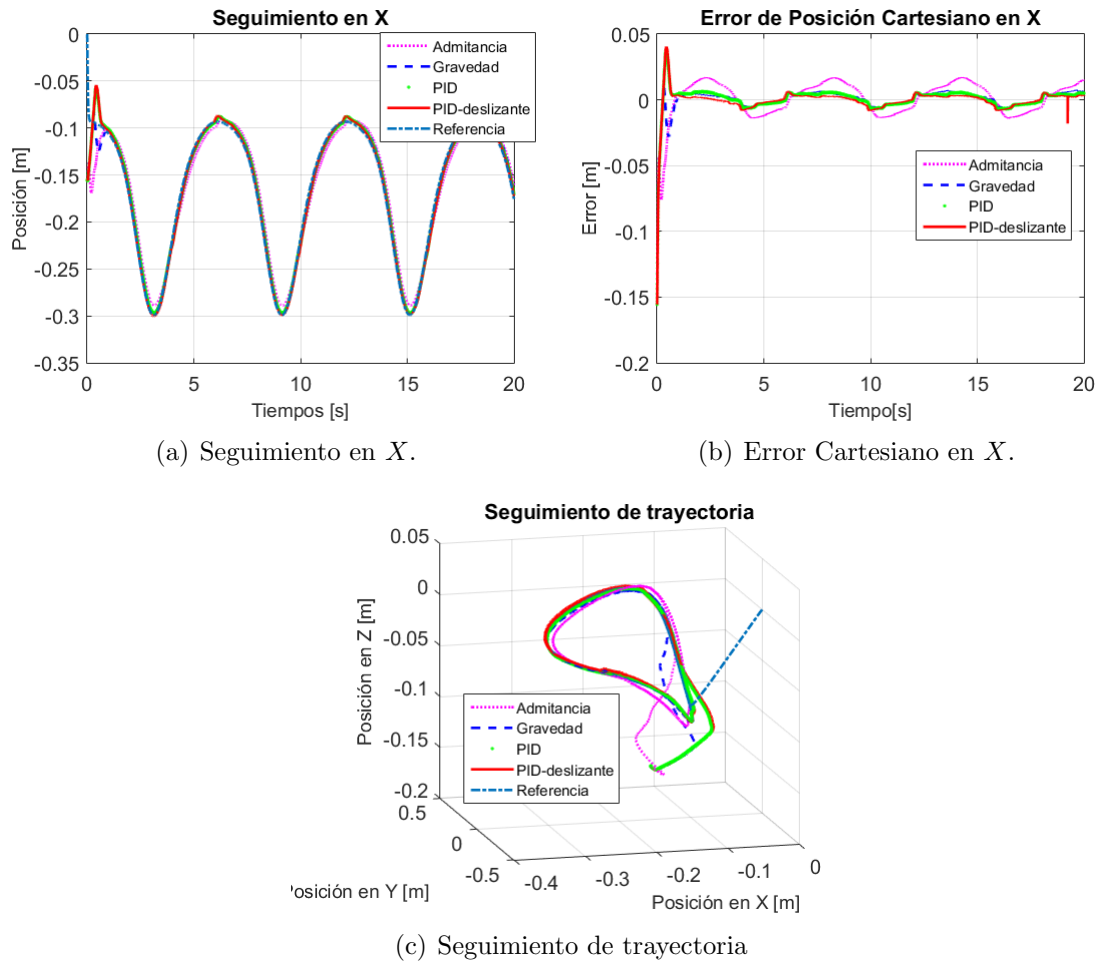


Figura 3.29: Resultados del Experimento 1

3.3.2.2. Experimento 2

Se sitúa la tabla de madera a una distancia de $28.5 \text{ cm} \pm 1 \text{ cm}$ del órgano terminal del exoesqueleto en el eje X . Como los actuadores presentan un alto par, se sitúa la tabla de tal forma que no vaya a dañar el sensor FTCL y exista un ligero contacto que permita ver el efecto del contacto. Los resultados se observan en la Figura 3.30.

La rigidez de la tabla es aproximadamente $K_a = 150 \text{ N/m}$. En las simulaciones se observaba que si la impedancia deseada es mayor a la del ambiente, el manipulador penetra y se aproxima a la posición deseada, pero no contempla la rigidez del manipulador. En el experimento se observa dicho fenómeno, la rigidez del exoesqueleto es mayor a la deseada, es decir, se le está solicitando que al contacto tenga una impedancia menor a la que el robot

3.3. EXPERIMENTOS

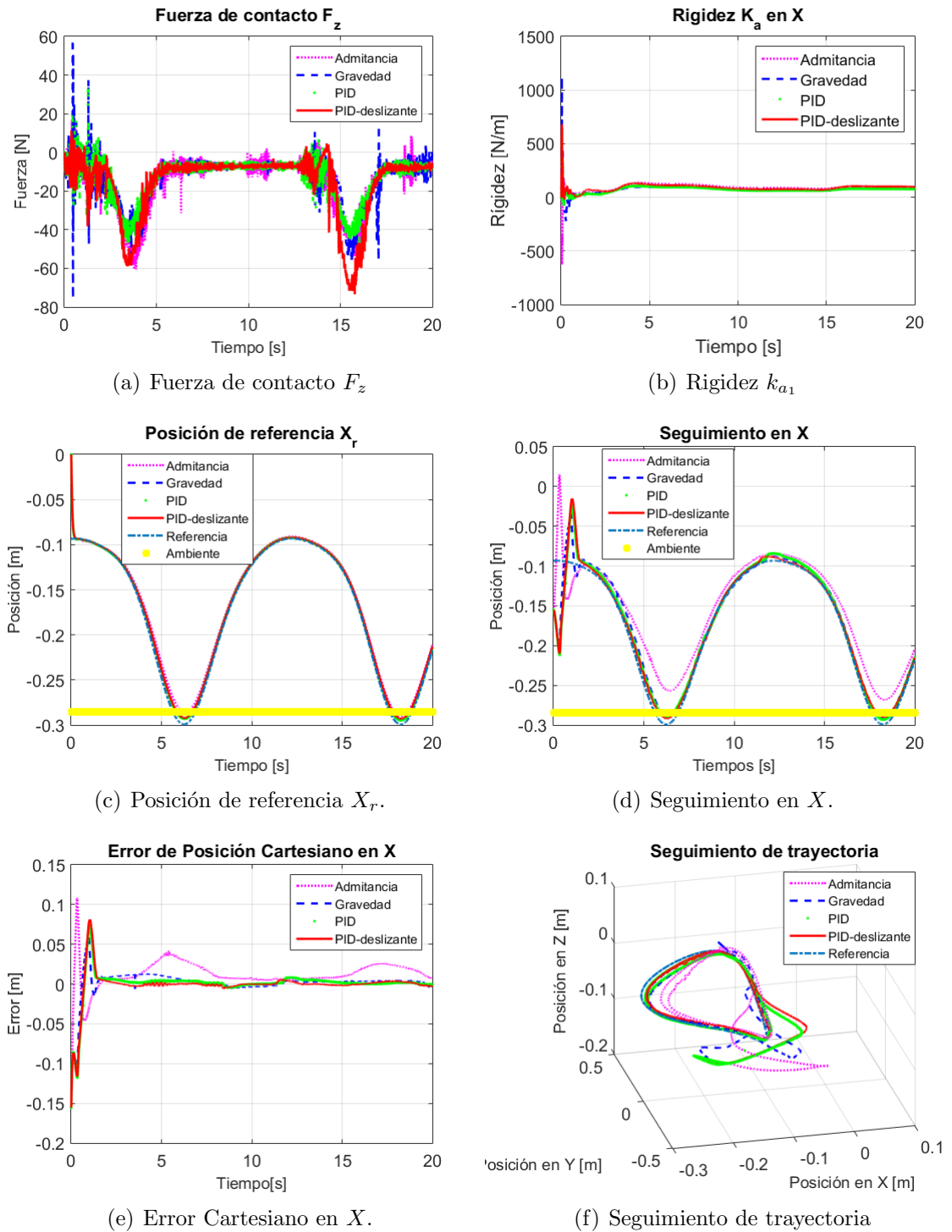


Figura 3.30: Resultados del Experimento 2

tiene, por ello se pierde contacto y en el peor de los casos podría oscilar. Se debe tomar en cuenta que al involucrar dos impedancias distintas, la selección de los parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento no es trivial y se seleccionan mediante experimentación y un conocimiento del ambiente.

3.3.2.3. Experimento 3

Se realiza el experimento del Control por Admitancia con el usuario en lazo cerrado (ver Figura 3.31) bajo las mismas consideraciones que en la simulación de la Sección 2.9.

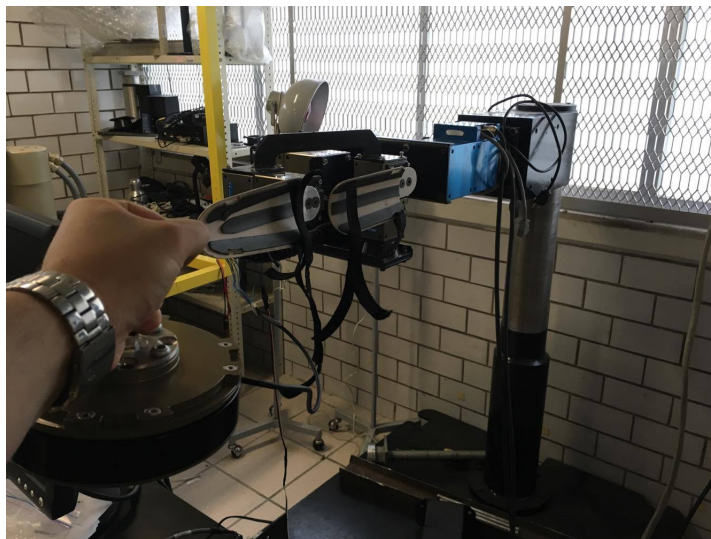
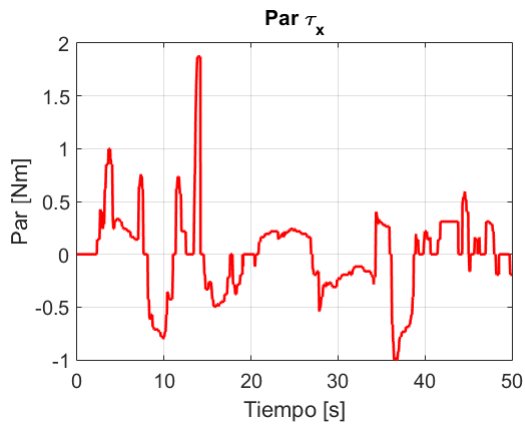


Figura 3.31: Implementación del Control por Admitancia con Usuario en lazo cerrado

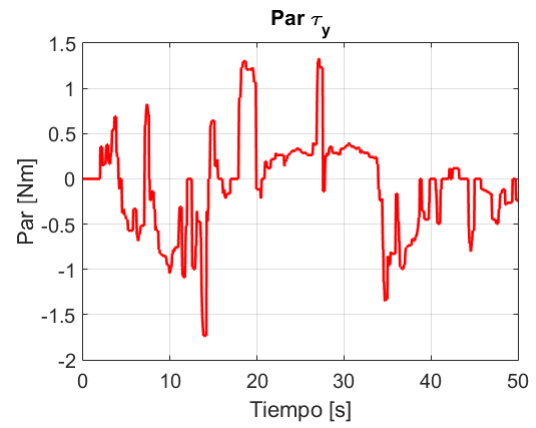
Se utiliza la misma condición del Experimento 5 del Robot Pan y Tilt para evitar que afecte el ruido del sensor. Además la fuerza F_y es escalada con un factor 1:30 para que estuviese dentro de los mismos rangos del par.

Se utilizan las mismas ganancias para los controladores tradicionales y propuestos de la Tabla 3.8 (las matrices $K_p, K_v, \Lambda, \Psi, K_s$ son de 4×4) y la impedancia deseada es $M_d = \text{diag}\{1\}_{4 \times 4}, B_d = \text{diag}\{140\}_{4 \times 4}, K_d = \text{diag}\{4000\}_{4 \times 4}$. El tiempo de los experimentos es de 50 segundos con un paso de integración de 2 ms y el método de Runge Kutta de 4to orden. Los resultados se observan en las Figuras 3.32- 3.33.

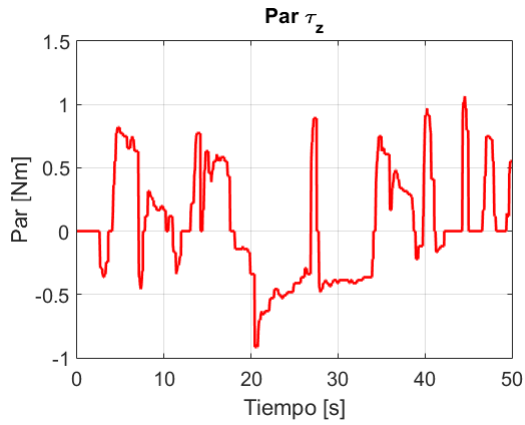
3.3. EXPERIMENTOS



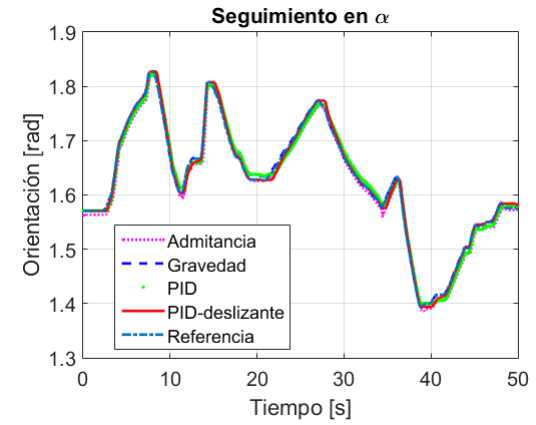
(a) Par ejercido τ_x .



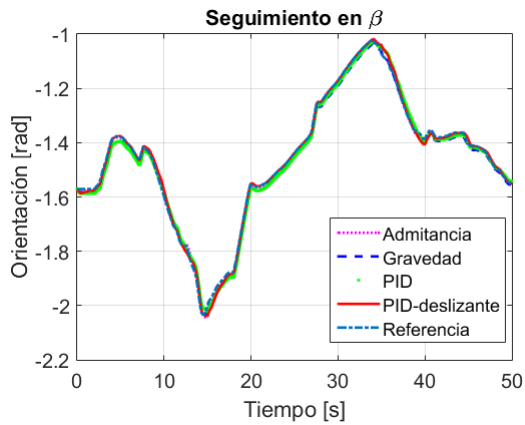
(b) Par ejercido τ_y .



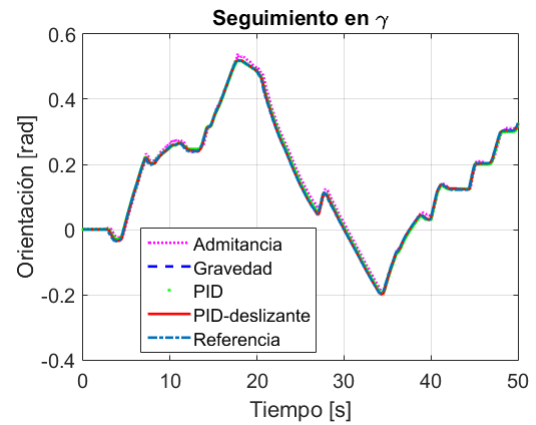
(c) Par ejercido τ_z .



(d) Seguimiento en α .



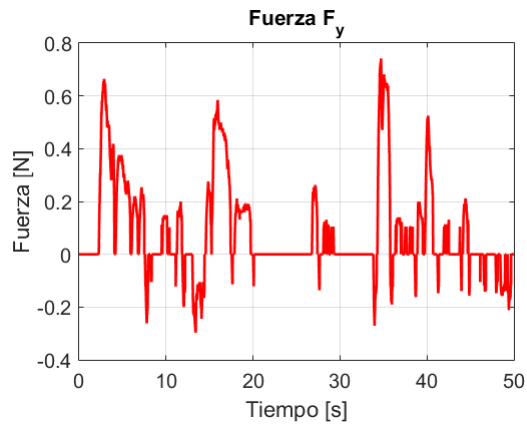
(e) Seguimiento en β .



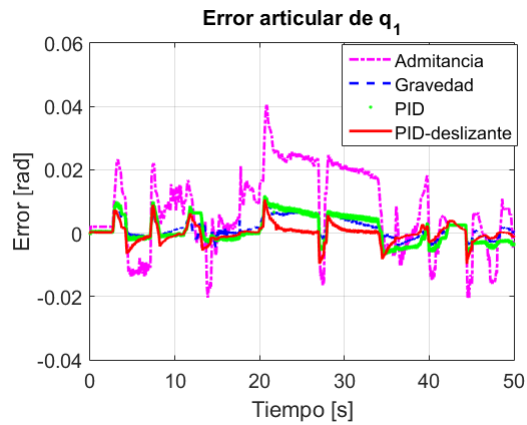
(f) Seguimiento en γ .

Figura 3.32: Par ejercido y Seguimiento de Orientación

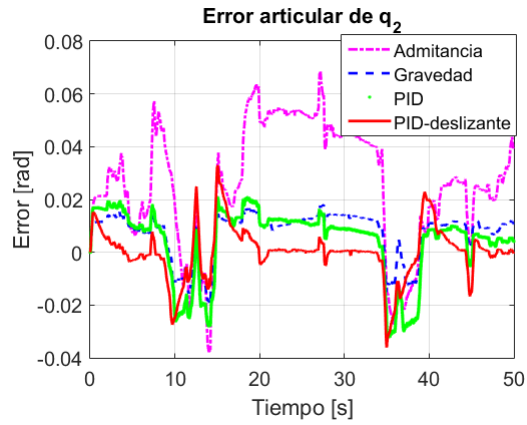
CAPÍTULO 3. RESULTADOS EXPERIMENTALES



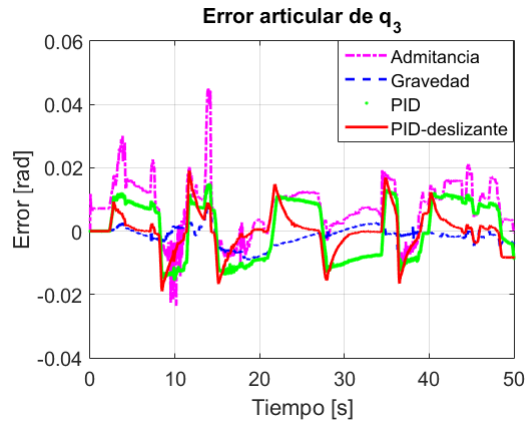
(a) Fuerza ejercida F_y .



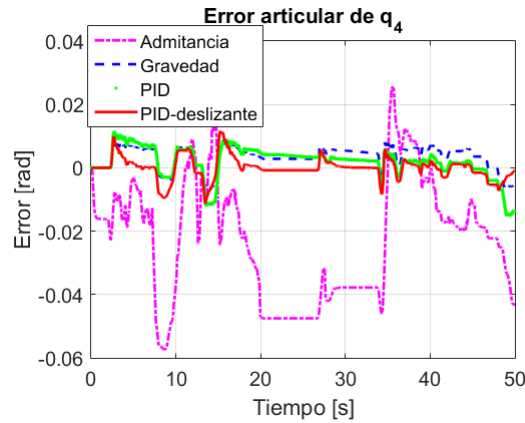
(b) Error articular q_1 .



(c) Error articular q_2 .



(d) Error articular q_3 .



(e) Error articular q_4 .

Figura 3.33: Fuerza ejercida y Seguimiento articular.

Conclusiones

Se realizó el modelado matemático del exoesqueleto y el robot Pan y Tilt (cinemática y dinámica) validando los resultados obtenidos de forma analítica y gráfica utilizando Matlab/Simulink[®] y el toolbox de Robótica.

Se propusieron tres esquemas de control por Admitancia (con Compensación Adaptable de Gravedad, PID, PID-deslizante) que evita la compensación exacta de la dinámica con su respectivo análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov. Se realizaron las simulaciones de cada controlador considerando dos casos:

- El sensor de Fuerza/Par se encuentra situado en el órgano terminal del manipulador para tareas de contacto con el ambiente.
- El sensor de Fuerza/Par se encuentra fuera del manipulador y lo utiliza el usuario. (Control por Admitancia con Usuario en Lazo Cerrado).

Los esquemas de control se implementaron experimentalmente en los manipuladores para distintos ambientes y comparando los resultados de los controladores propuestos con los controladores tradicionales. En el control tradicional de impedancia se observó que no era factible su implementación debido a que el modelo era bastante idealizado y no existen ganancias para sintonizar, por lo que no se realizaron pruebas experimentales de este controlador. En el Robot Pan y Tilt no se observa una diferencia notoria debido a que el efecto gravitacional es mínimo y la fricción alta; en el exoesqueleto se observa una diferencia notoria debido al efecto gravitacional y el hecho que el brazo se encuentra en voladizo o "cantilver", demostrando que los controladores propuestos presentan mejor desempeño que los tradicionales a pesar de no tener conocimiento de la dinámica.

La selección de la impedancia deseada no es aleatoria y depende del manipulador y el ambiente a interactuar. No es evidente una relación entre impedancias que relacionen

fuerza-posición Cartesiana e impedancias que relacionen par-posición angular. Para evitar dichas problemáticas se acude a utilizar únicamente sólo un tipo de impedancia.

Los controladores con usuario en lazo cerrado es una aplicación interesante en el que se puede realizar el control de posición ya sea Cartesiano o articular. El control articular es relativamente más sencillo al ser un mapeo 1-1 de fuerza/par a posición articular y no requerir el Jacobiano. En robots con más de 6 GDL se debe proceder en el espacio Cartesiano ó considerar mantener fijo algún grado de libertad para lograr implementar los controladores articulares.

Los actuadores PowerCube poseen alto par por lo tanto no es factible que el usuario porte el exoesqueleto. Sin embargo, es posible generar una aplicación real en fortalecimiento de las articulaciones de la mano utilizando el Control por Admitancia con usuario en lazo cerrado, debido a que el usuario (con lesión o debilidad) debe generar una cierta cantidad de fuerza o par para mover el manipulador a una posición deseada, provocando así el fortalecimiento deseado.

Trabajo futuro

Algunos de los trabajos que podrán realizar a futuro son:

- Utilizar un exoesqueleto cuya finalidad sea tareas de rehabilitación y probar los esquemas propuestos.
- Utilizar las 6 mediciones de fuerza/par del sensor en un robot de 6 GDL.
- Modificar la configuración del exoesqueleto, es decir, intercambiar el GDL de rotación interna-externa con el GDL de abducción-aducción.
- Diseñar modelos de impedancia adaptables.

Bibliografía

- [1] Wen Yu, Jacob Rosen, and Xiaou Li, “PID Admittance Control for an Upper Limb Exoskeleton,” *American Control Conference*, pp. 1124–1129, June 29-July 01 2011. O’Farrel Street, San Francisco, CA,USA.
- [2] A. Zoss and K. Andrew Chu, “On the Mechanical Design of the Berkeley Lower Extremity Exoskeleton (BLEEX),” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 3132–3139, 2005.
- [3] J. L. Pons, ed., *Wearable Robots: Biomechatronic Exoskeletons*. The Atrium, Southern Gate, Chichester: John Wiley & Sons,Ltd, 2008.
- [4] H. Herr, “Exoskeletons and orthoses: classification, design challenges and future directions,” *Journal of NeuroEngineering and Rehabilitation*, June 2009. Open Access.
- [5] B. J. Markinson, “Research and Development Prototype for Machine Augmentation of Human Strength and Endurance Hardiman I Project,” Tech. Rep. NR 196-049, General Electric Company Schnectady, New York, May 1971.
- [6] H. Kazerooni and R. Steger, “The Berkeley Lower Extremity Exoskeleton,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 128, pp. 14–25, March 2006. Transactions of the ASME.
- [7] Wen Yu, Roberto Carmona Rodriguez, and Xiaou Li, “Neural PID Admittance Control of a Robot,” *American Control Conference*, pp. 4963–4968, June 17-19 2013. Washington,DC,USA.
- [8] E. E. Cavallaro, J. Rosen, J. C. Perry, and S. Burns, “Real-Time Myoprocessors for a Neural Controlled Powered Exoskeleton Arm,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 53, pp. 2387–2396, November 2006.

- [9] M. Bergamasco, A. Frisoli, and C. A. Avizzano, *Advances in Telerobotics*, ch. Exoskeletons as Man-Machine Interface Systems for Teleoperation and Interaction in Virtual Environments. Berlin/Heidelberg: Springer, 2007.
- [10] C. R. Carignan, M. P. Naylor, and S. N. Roderick, “Controlling Shoulder Impedance in a Rehabilitation Arm Exoskeleton,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2453–2458, May 19-23 2008. Pasadena, CA,USA.
- [11] K. Kiguchi, T. Tanaka, and T. Fukuda, “Neuro-Fuzzy Control of a Robotic Exoskeleton With EMG Signals,” *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 12, pp. 481–490, August 2004.
- [12] J. Klein, S. Spencer, A. J., K. Minakata, E. Wolbrecht, R. Smith, J. Bobrow, and D. Reinkensmeyer, “Biomimetic Orthosis for the Neurorehabilitations of the Elbow and Shoulder (BONES),” *Proceedings of the 2nd Biennial IEEE/RAS-EMBS International and Biomechatronics*, pp. 535–541, October 19-22 2008. Scottsdale, AZ,USA.
- [13] M. Mihelj, T. Nef, and R. Riener, “ARMin II- 7 DoF rehabilitation robot: mechanics and kinematics,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4120–4125, 10-14 April 2007. Roma, Italy.
- [14] A. H. Stienen, E. E. Hekman, F. C. Van der Helm, and G. B. Prange, “Dampace: dynamic force-coordination trainer for the upper extremities,” *IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics*, pp. 820–826, June 12-15 2007. Noordwijk, the Netherlands.
- [15] N. Tsagarakis and D. G. Caldwell, “Development and Control of a ‘Soft-Actuated’ Exoskeletons for Use in Physiotherapy and Training,” in *Autonomous Robots*, vol. 15, pp. 21–33, Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [16] D. P. Romilly, C. Anglin, R. G. Gosine, C. Hershler, and S. U. Raschke, “A Functional Task Analysis and Motion Simulation for the Development of a Powered Upper-Limb Orthosis,” *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 2, pp. 119–129, September 1994.
- [17] S. Tominaga, H. Nakamura, N. Mizutani, R. Sakamoto, K. Yano, T. Aoki, and Y. Nishimoto, “Elbow Joint Motion Support for C4 Level Cervical Cord Injury Patient Using an Exoskeleton Robot,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4979–4984, May 2015. Seattle, Washington.

BIBLIOGRAFÍA

- [18] E. Guizzo and H. Goldstein, “The Rise of the Body Bots,” *IEEE Spectrum*, 2005.
- [19] L. Greenemeier, “Trouble walking? Try Honda’s new exoskeleton legs,” *Scientific American*, 2008.
- [20] A. M. D. and Hugh Herr, “Lower Extremity Exoskeletons and Active Orthoses: Challenges and State-of-the-Art,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 24, pp. 144–158, February 2008.
- [21] H. Kazerooni and M.-G. Her, “The Dynamics and Control of a Haptic Interface Device,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 10, pp. 453–464, August 1994.
- [22] S. K. Banala, A. Kulpe, and S. K. Agrawal, “A Powered Leg Orthosis for Gait Rehabilitation of Motor-Impaired Patients,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4140–4145, 10-14 April 2007. Roma, Italy.
- [23] J. A. Blaya and H. Herr, “Adaptive Control of a Variable-Impedance Ankle-Foot Orthosis to Assist Drop-Foot Gait,” *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, vol. 12, pp. 24–31, March 2004.
- [24] D. P. Ferris, G. S. Sawicki, and M. A. Daley, “A Physiologist’s perspective on robotic exoskeletons for human locomotion,” in *Int J Humanoid Rob*, pp. 507–528, HHS Public Access, September 2007.
- [25] H. Kawamoto, S. Kanbe, and Y. Sankai, “Power Assit Method for HAL-3 Estimating Operator’s Intention Based on Motion Information,” *IEEE International Workshop on Robot and Human Interactive Communication*, pp. 67–72, Oct. 31- Nov. 2 2003. Milbrae California.
- [26] F. Casolo, S. Cinquemani, and M. Cocetta, “On Active Lower Limb Exoskeletons Actuators (ISMA08),” *Proceeding of the 5th International Symposium on Mechatronics and its Applications*, May 27-29 2008. Amman, Jordan.
- [27] H. Machien Van der Loos and D. J. Reinkensmeyer, *Handbook of Robotics*, ch. Rehabilitation and Health Care Robotics, pp. 1223–1251. New York, NY: Springer, 2008.
- [28] S. Chiaverini, B. Siciliano, and L. Villani, “A Survey of Robot Interaction Control Schemes with Experimental Comparison,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 4, pp. 273–285, September 1999.

- [29] R. Volpe and P. Khosla, “A Theoretical and Experimental Investigation of Explicit Force Control Strategies for Manipulators,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 38, pp. 1634–1650, November 1993.
- [30] M. Heidingsfeld, R. Feuer, K. Karlovic, T. Maier, and O. Sawodny, “A Force-controlled Human-assistive Robot for Laparoscopic Surgery,” *IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*, pp. 3435–3439, October 5-8 2014. San Diego, CA, USA.
- [31] S. Chiaverini, B. Siciliano, and L. Villani, “Force/Position Regulation of Compliant Robot Manipulators,” *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, no. 3, pp. 647–652, 1994.
- [32] O. Khatib, “A Unified Approach for Motion and Force Control of Robot Manipulators: The Operational Space Formulation,” *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. RA-3, pp. 43–53, February 1987.
- [33] N. Hogan, “Impedance Control: An Approach to Manipulation,” *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 107, pp. 1–24, March 1985. Transactions of the ASME.
- [34] M. Tufail and C. W. de Silva, “Impedance Control Schemes for Bilateral Teleoperation,” *International Conference on Computer Science and Education*, pp. 44–49, August 2014. Vancouver, Canada.
- [35] F. Caccavele, B. Siciliano, and L. Villani, “The Tricept Robot: Dynamics and Impedance Control,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 8, pp. 263–268, June 2003.
- [36] S. H. Kang, M. Jin, and P. H. Chang, “A Solution to the Accuracy/Robustness Dilemma in Impedance Control,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 14, pp. 282–194, June 2009.
- [37] R. G. Bonitz and T. Hsia, “Internal Force-Based Impedance Control for Cooperating Manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 12, pp. 78–89, February 1996.

BIBLIOGRAFÍA

- [38] F. Caccavale, C. Natale, B. Siciliano, and L. Villani, “Six-DOF Impedance Control Based on Angle/Axis Representations,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 15, pp. 289–300, April 1999.
- [39] R. J. Anderson and M. W. Spong, “Hybrid Impedance Control of Robotic Manipulators,” *IEEE Journal of Robotics and Automation*, vol. 4, pp. 549–556, October 1988.
- [40] T. Tsuji and M. Kaneko, “Noncontact Impedance Control for Redundant Manipulators,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 29, pp. 184–193, March 1999. Part A: Systems and Humans.
- [41] Fanny Ficuciello, Luigi Villani, and Bruno Siciliano, “Variable Impedance Control of Redundant Manipulators for Intuitive Human-Robot Physical Interaction,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 31, pp. 850–863, August 2015.
- [42] S. K. Singh and D. O. Popa, “An Analysis of Some Fundamental Problems in Adaptive Control of Force and Impedance Behavior: Theory and Experiments,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 11, pp. 912–921, December 1995.
- [43] W.-S. Lu and Q.-H. Meng, “Impedance Control with Adaptation for Robotic Manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 7, pp. 408–415, June 1991.
- [44] A. Abdossalami and S. Sirouspour, “Adaptive Control of Haptic Interaction with Impedance and Admittance Type Virtual Environments,” *IEEE*, pp. 145–152, March 13-14 2008. Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environments and Teleoperator Systems.
- [45] Ming-Chih and A.-C. Huang, “Adaptive Impedance Control of Robot Manipulators based on Function Approximation Technique,” in *Robotica* (Cambridge University Press, ed.), vol. 22, pp. 395–403, 2004.
- [46] R. Kelly, R. Carelli, M. Amestegui, and R. Ortega, “On Adaptive Impedance Control of Robot Manipulators,” *IEEE Robotics and Automation*, vol. 1, pp. 572–577, May 14-19 1989. Scottsdale, AZ.

- [47] V. Mut, O. Nasisi, R. Carelli, and B. Kuchen, “Tracking Adaptive Impedance Robot Control with Visual Feedback,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2002–2007, May 1998. Leuven, Belgium.
- [48] A. M. Khan, D. won Yun, M. A. Ali, J. Han, K. Shin, and C. Han, “Adaptive Impedance Control for Upper Limb Assist Exoskeleton,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 4359–4366, May 26-30 2015. Seattle Washington.
- [49] H. Mohammadi and H. Richter, “Robust Tracking/Impedance Control: Application to Prosthetics,” *American Control Conference*, pp. 2673–2678, July 1-3 2015. Chicago,IL,USA.
- [50] T. Tsuji and Y. Tanaka, “Tracking Control Properties of Human-Robotic Systems Based on Impedance Control,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A: Systems and Humans*, vol. 35, pp. 523–535, July 2005.
- [51] G. Ferreti, G. A. Magnani, and P. Rocco, “Impedance Control for Elastic Joints Industrial Manipulators,” *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, vol. 20, pp. 488–498, June 2004.
- [52] B. Heinrichs, N. Sepehri, and A. Thornton-Trump, “Position-Based Impedance Control of an Industrial Hydraulic Manipulator,” *IEEE Control Systems*, 1997.
- [53] A. Irawan, M. Moktadir, and Y. Y. Tan, “PD-FLC with Admittance Control for Hexapod Robot’s Leg Positioning on Seabed,” *IEEE American Control Conference*, May 31-June 3 2015. Kota Kinabalu.
- [54] K. P. Tee, R. Yan, and H. Li, “Adaptive Admittance Control of a Robot Manipulator Under Task Space Constraint,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 5181–5186, May 3-8 2010. Anchorage Convention District, Alaska, USA.
- [55] Wen Yu and Jacob Rosen, “A Novel Linear PID Controller for an Upper Limb Exoskeleton,” *49th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 3548–3553, December 2010. Hilton Atlanta Hotel,GA,USA.
- [56] Mark Dohring and Wyatt Newman, “The Passivity of Natural Admittance Control Implementations,” *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 371–376, September 2003. Taipei,Taiwan.

BIBLIOGRAFÍA

- [57] S. Oh, H. Woo, and K. Kong, “Frequency-Shaped Impedance Control for Safe Human-Robot Interaction in Reference Tracking Application,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 19, pp. 1907–1916, December 2014.
- [58] H. Woo and K. Kong, “Controller Design for Mechanical Impedance Reduction,” *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 20, pp. 845–854, April 2015.
- [59] Xiaou Li and Wen Yu, “A Systematic Tuning Method of PID Controller for Robot Manipulators,” *9th IEEE International Conference on Control and Automation*, pp. 274–279, December 2011. Santiago, Chile.
- [60] D. A. Neumann, *Fundamentos de la rehabilitación física. Cinesiología del Sistema Musculoesquelético*. Editorial Paidotribo, 2007.
- [61] J. Garrido, *Aprendizaje por demostración en el espacio articular para el seguimiento de trayectorias aplicado en un exoesqueleto de 4 grados de libertad*. PhD thesis, Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México DF, Enero 2015.
- [62] M. W. Spong, S. Hutchinson, and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*. John Wiley & Sons, Inc., Second ed., January 28 2004.
- [63] O. A. Dominguez Ramirez, V. Parra Vega, M. G. Diaz Montiel, M. J. Pozas Cardenas, and R. A. Hernandez Gomez, *Cartesian Sliding PD Control of Robot Manipulators for Tracking in Finite Time: Theory and Experiments*, ch. 23, pp. 257–272. Vienna, Austria: DAAAM International, 2008.
- [64] R. Kelly and V. Santibáñez, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*. Ribera del Loira, España: Pearson Prentice Hall, 2003.
- [65] T. S. Shores, *Applied Linear Algebra and Matrix Analysis*. New York: Springer-Verlag, 1 ed., 2007.
- [66] R. L. Boylestad, *Introducción al análisis de circuitos*. México: Pearson Prentice Hall, décima ed., 2004.
- [67] D. Erickson, M. Weber, and I. Sharf, “Contact Stiffness and Damping Estimation for Robotic Systems,” *The International Journal of Robotics Research*, vol. 22, pp. 41–57, January 2003.

- [68] R. Z. Stanisić and A. Valera Fernández, “Ajuste de los Parámetros de la Impedancia Mecánica para el Control de Velocidad, Suavización del Impacto y Seguimiento de la Referencia de Fuerza,” *Automática*, pp. 501–508, Septiembre 07 2007.
- [69] N. Diolaiti, C. Mechiorri, and S. Stramigioli, “Contact Impedance Estimation for Robotic Systems,” *IEEE Transactions on Robotics*, vol. 21, pp. 925–935, October 2005.
- [70] T. Yamamoto, M. Bernhardt, A. Peer, M. Buss, and A. M. Okamura, “Techniques for Environment Parameter Estimation During Telemanipulation,” *IEEE/RAS-EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, pp. 217–223, October 19-22 2008. Scottsdale, AZ, USA.
- [71] A. Haddadi and K. Hashtrudi-Zaad, “Online Contact Impedance Identification for Robotic Systems,” *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems*, pp. 974–980, September 22-26 2008. Nice, France.
- [72] S. Pledgie, K. E. Barner, S. K. Agrawal, and T. Rahman, “Tremor Supression Through Impedance Control,” *IEEE Transactions on Rehabilitation Engineering*, vol. 8, pp. 53–59, March 2000.
- [73] J. A. Perrusquía Guzmán, “Control de Posición de un mecanismo de 2 GDL en tiempo real,” tech. rep., UPIITA-IPN, México, DF, Mayo 2014.
- [74] D. Encinas, P. Meilan, J. A. Brava, and R. M. Naiouf, “Protocolo de comunicaciones CAN aplicado a sistemas satelitales y vehículos lanzadores.” SeDiCi, Septiembre 2012.
- [75] “Introducción a CAN.” Online: <http://www.ni.com/white-paper/2732/es/>, Febrero 2011. National Instruments.
- [76] A. Industrial Automation, “F/T Controller (CTL/CTLJ/CON) Six-Axis Force/Torque Sensor System Compilation Manuals.” Online: http://www.ati-ia.com/es-MX/app_content/documents/9610-05-1001%20CTL.pdf, January 2014.
- [77] L. Zollo, L. Diprieto, B. Siciliano, E. Guglielmelli, and P. Dario, “A Bio-inspired Approach for Regulating and Measuring Visco-elastic Properties of a Robot Arm,” *Journal of Robotic Systems*, pp. 397–419, May 2005.

BIBLIOGRAFÍA

- [78] J.-J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 1991. Massachusetts Institute of Technology.
- [79] M. Vidyasagar, *Nonlinear Systems Analysis*. Englewood, Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Second ed., 1993.
- [80] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, Third ed., 2002.
- [81] P. A. Ioannou and J. Sun, *Robust Adaptive Control*. United States: Dover, 2012.

Apéndice A

Extremidad superior

En el siguiente Apéndice se describirá la cinesiología de la extremidad superior con base a la teoría proporcionada por Donald Neumann en [60].

La cinesiología se basa en el estudio del movimiento, y la disciplina se divide en tres partes: la cinesiología biomecánica, anatomía musculoesquelética y fisiología neuromuscular. Su estudio se basa en la premisa de estudiar al movimiento definido como un cambio que involucra complejos sistemas del cuerpo para su realización, como puede ser el sistema articular, muscular, óseo, etc. con diferentes connotaciones esquemáticas. Es decir se estudia al movimiento según el punto de vista de los procesos biológicos, químicos, tiempo, distancia fuerza, comportamientos, motivaciones, parámetros neurales, entre otros.

La extremidad superior consta del complejo del hombro, complejo del codo y antebrazo, la muñeca y la mano. Aunque aparezcan como entidades anatómicas completamente diferenciadas, las cuatro regiones cooperan funcionalmente para que la mano pueda interactuar de forma óptima con el entorno. Las alteraciones de los músculos y articulaciones de la extremidad superior pueden reducir en gran medida la calidad o facilidad en la ejecución de muchas actividades importantes relacionadas con el cuidado personal, el sustento y el ocio. Para este capítulo únicamente se abordará el hombro y codo por el exoesqueleto a utilizar.

A.1. Complejo del Hombro

El complejo del hombro está compuesto por una serie de cuatro articulaciones comprendidas por el esternón, la clavícula, las costillas, la escápula y el húmero (ver Figura A.1). Estas articulaciones aportan una gran amplitud de movimiento a la extremidad superior, con lo cual aumenta la capacidad para manipular objetos.

Pocas veces un solo músculo actúa de modo aislado en el complejo del hombro. Los músculos trabajan en “equipos” para producir una acción muy coordinada que se expresa sobre múltiples articulaciones. La naturaleza cooperadora de los músculos del hombro aumenta la versatilidad, control y amplitud de los movimientos activos.

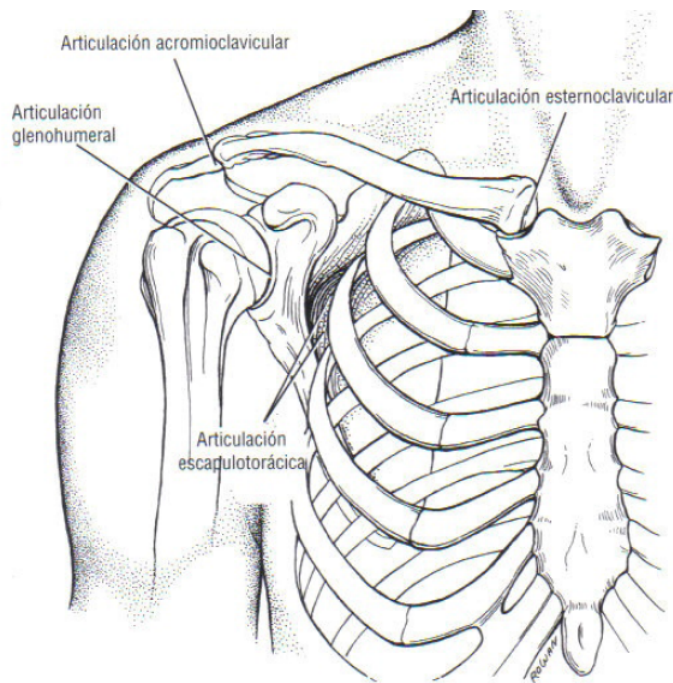


Figura A.1: Articulaciones del hombro derecho

Las articulaciones del complejo del hombro son: esternoclavicular, acromioclavicular, escapulotorácica, glenohumeral.

A.1. COMPLEJO DEL HOMBRO

A.1.1. Articulación esternoclavicular

Es una articulación compleja que comprende el extremo medial de la clavícula, la escotadura de la clavícula, la escotadura clavicular del esternón y el borde superior del cartílago de la primera costilla. Es la articulación basilar de la extremidad superior, que une el esqueleto axial con el esqueleto apendicular.

A.1.1.1. Cinemática

La osteocinemática de la clavícula se define con 3 grados de libertad. Cada grado de libertad de movimiento se asocia con uno de los tres planos cardinales: sagital, frontal y horizontal. La clavícula se eleva y deprime, se protae y retrae, y gira sobre el eje longitudinal del hueso. En esencia, todo movimiento funcional del hombro comprende al menos algún movimiento de la clavicular sobre la articulación esternoclavicular.

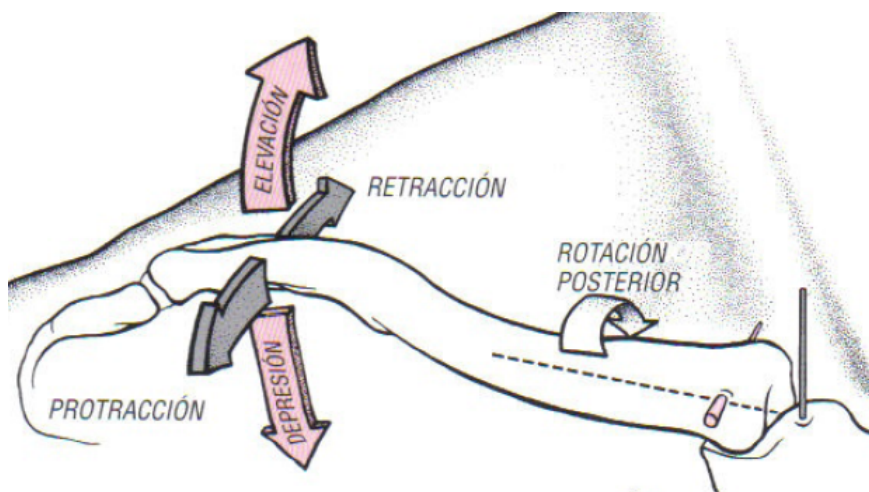


Figura A.2: Articulación esternoclavicular derecho y movimientos osteocinemáticos de la clavícula

La elevación y descenso de la clavícula se producen aproximadamente paralelas al plano frontal sobre un eje anteroposterior de rotación. Se ha registrado un máximo de unos 45° y 10° de descenso. La protracción y retracción de la clavícula se producen casi paralelas al plano horizontal sobre un eje vertical de rotación. Se han registrado al menos 15 a 30 grados de rotación en todas direcciones. El tercer grado de libertad de movimiento es una rotación en la clavícula sobre el eje longitudinal del hueso. Cuando el hombro se mueve en abducción o se flexiona, un punto sobre la cara superior de la clavícula gira posteriormente unos 40 a 50 grados.

A.1.2. Articulación acromioclavicular

Es la articulación entre el extremo lateral de la clavícula y el acromion de la escápula. Refleja el contorno predominante plano de las superficies articulares.

A.1.2.1. Cinemática

La articulación acromioclavicular permite movimientos sutiles y a menudo ligeros de la escápula. Los ligeros movimientos de la articulación acromioclavicular son fisiológicamente importantes, porque permiten un grado máximo de movilidad a la articulación escapulo-torácica.

Los movimientos de la escápula en la articulación acromioclavicular se describen en tres grados de libertad. Los movimientos principales son rotación ascendente y descendente. Los movimientos secundarios de ajuste rotacional amplifican o “afinan” la posición final de la escápula contra el tórax (ver Figura A.3).

La rotación ascendente de la escápula en la articulación acromioclavicular se produce mientras la escápula “sale hacia arriba y afuera” respecto al borde lateral de la clavícula. Puede haber hasta 30 grados de rotación ascendente mientras el brazo se levanta por encima de la cabeza.

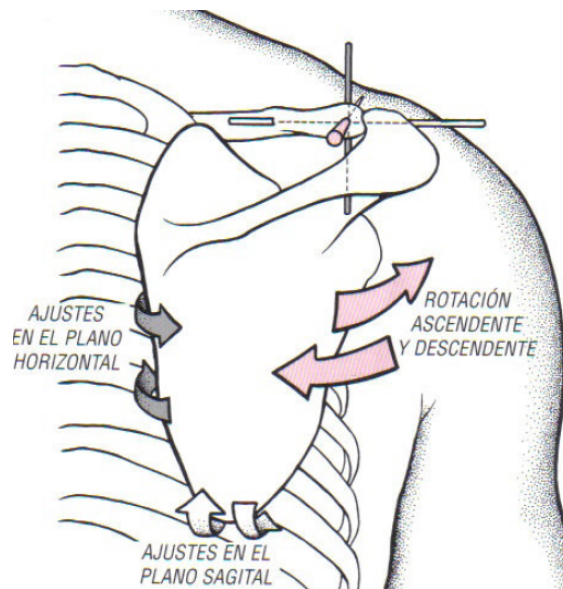


Figura A.3: Osteocinemática de la articulación acromioclavicular derecha (vista posterior)

A.1. COMPLEJO DEL HOMBRO

Los ajustes en el plano horizontal de la articulación acromioclavicular se producen sobre un eje vertical que hace que el borde medial de la escápula pivote alejándose o acercándose a la superficie externa del tórax. Los movimientos en el plano sagital se producen sobre un eje medial-lateral, lo que provoca la inclinación o pivote del ángulo inferior alejándose o acercándose a la superficie externa del tórax. Se han registrado ajustes entre 10 y 30 grados.

A.1.3. Articulación escapulotorácica

No es una articulación de verdad *per se*, sino más bien un punto de contacto entre la superficie anterior de la escápula y la pared posterolateral del tórax. Los movimientos de la articulación escapulotorácica son un elemento muy importante de la cinesiología del hombro.

A.1.3.1. Cinemática

Los movimientos entre la escápula y el tórax son producto de una cooperación entre las articulaciones esternoclavicular y acromioclavicular.

La elevación escapular en la articulación escapulotorácica se produce como un complejo de rotaciones de las articulaciones esternoclavicular y acromioclavicular. En otras palabras, la elevación se realiza mediante primero hacer una elevación de la articulación esternoclavicular seguida de una rotación descendente de la articulación acromioclavicular. El descenso de la escápula se produce como la acción inversa descrita para la elevación.

La protracción de la escápula se produce mediante una suma de rotaciones en el plano horizontal de las articulaciones esternoclavicular y acromioclavicular. Primero se realiza una protracción de la articulación esternoclavicular más ligeros ajustes en el plano horizontal de la articulación acromioclavicular. La retracción de la escápula se produce de forma similar pero inversa.

La rotación ascendente de la articulación escapulotorácica forma parte integral de la elevación del brazo por encima de la cabeza. Se realiza mediante una elevación de la articulación esternoclavicular más una rotación ascendente de la articulación acromioclavicular. La rotación descendente de la escápula se produce mientras el brazo vuelve al costado desde

una posición elevada. Primero la clavícula se deprime en la articulación esternoclavicular y la escápula gira hacia abajo en la articulación acromioclavicular.

A.1.4. Articulación glenohumeral

Es la articulación formada entre la cabeza grande y convexa del húmero y la concavidad superficial de la cavidad glenoidea. Esta articulación actúa junto con la escápula en movimiento para producir una gran amplitud del movimiento del hombro.

A.1.4.1. Cinemática

La articulación glenohumeral es una articulación universal porque el movimiento se produce en los tres grados de libertad. Los movimientos principales son **flexión y extensión, abducción y aducción, y rotación interna y externa** (ver Figura A.4).

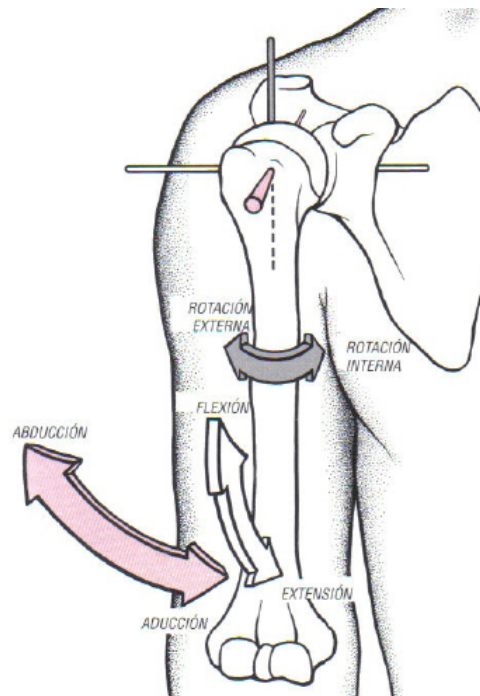


Figura A.4: Movimientos osteocinemáticos de la articulación glenohumeral

Para hablar de amplitud de movimiento de la articulación glenohumeral se usa la posición anatómica de 0 grados como punto de referencia neutra.

La **abducción** y la **aducción** se definen tradicionalmente como la rotación del húmero en el plano frontal sobre un eje orientado en dirección anteroposterior. Una articulación

A.1. COMPLEJO DEL HOMBRO

sana permite aproximadamente 120 grados de abducción. La abducción completa del hombro requiere una rotación ascendente simultánea de 60 grados de la escápula.

La **flexión** y **extensión** de la articulación glenohumeral se definen como una rotación del húmero en el plano sagital sobre un eje medial-lateral de rotación. La articulación glenohumeral puede conseguir al menos 120 grados de flexión. La capacidad de flexionar el hombro hasta casi 180 grados comprende la rotación ascendente y concurrente de la articulación escapulotorácica. La extensión completa del hombro se produce en una posición de unos 45 a 55 grados detrás del plano frontal.

Desde la posición anatómica, la **rotación interna** y **externa** de la articulación glenohumeral se define como una rotación axial del húmero en el plano horizontal. Suelen ser posibles unos 75 a 85 grados de rotación interna y unos 60 a 70 grados de rotación externa, aunque existe mucha variación entre las personas.

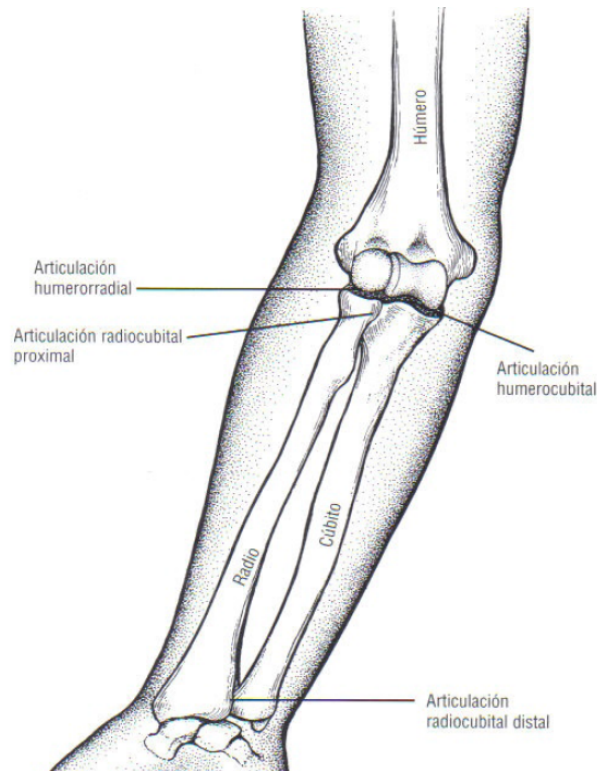


Figura A.5: Articulaciones del complejo del codo y antebrazo

Los exoesqueletos de extremidad superior están diseñados para actuar en la articulación glenohumeral (en el caso del hombro), y son pocos los exoesqueletos que incluyen los grados

de libertad de la articulación esternoclavicular [61].

A.2. Complejo del codo

El complejo del codo y el antebrazo se compone de tres huesos y cuatro articulaciones (ver Figura A.5). Las articulaciones humerocubital y humerorradiar forman el codo. Los movimientos de flexión y extensión del codo suponen un medio para ajustar la longitud funcional de la extremidad superior. Esta función se emplea para muchas actividades importantes, como comer, tomar objetos, lanzar cosas y para la higiene personal.

El radio y cubito se articulan entre sí dentro del codo en las articulaciones radiocubitales proximal y distal. Esta serie de articulaciones permite a la palma de la mano girar hacia arriba (supinación) o abajo (pronación), sin requerir el movimiento del hombro.

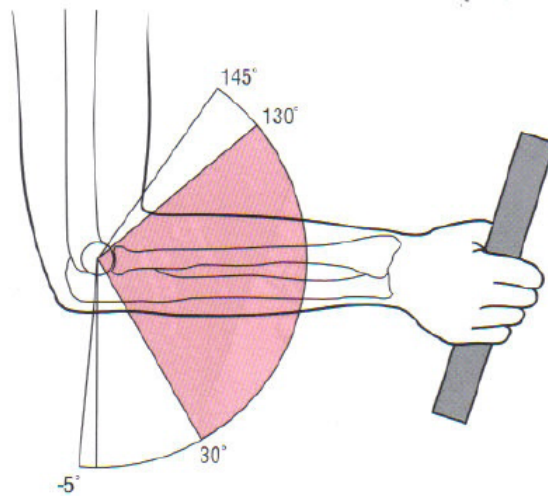


Figura A.6: Amplitud del movimiento del codo

La articulación del codo se compone de las articulaciones humerocubital y humerorradiar. El ajustado encaje entre la troclea y la escotadura troclear en la articulación humerocubital aporta la mayor parte de la estabilidad estructural del codo. La articulación humerorradiar se sitúa entre la fosita articular cupuliforme de la cabeza del radio y el condilo redondeado de forma recíproca. En reposo en extensión completa, existe poco o ningún contacto físico en la articulación humerorradiar. En comparación con la articulación humerocubital, la articulación humerorradiar aporta una estabilidad estructural

A.2. COMPLEJO DEL CODO

mínima al codo.

La flexión del codo permite importantes funciones fisiológicas, como tirar, levantar con el brazo, comer y barrer. La extensión del codo se produce en actividades como lanzar objetos, empujar y extender el brazo.

La amplitud máxima del movimiento pasivo del codo es de 5 grados de hiperextensión a 145 grados de flexión. No obstante, las investigaciones indican que varias actividades normales de la vida diaria usan sólo un arco limitado de movimiento, por lo general entre 30 y 130 grados de flexión (ver Figura A.6).

En la Tabla A.1 se muestra un resumen de los grados de libertad del complejo del hombro (articulación glenohumeral) y codo con respecto a su rango de movimiento.

Tabla A.1: Rango de movimiento de la extremidad superior

Componente de la extremidad superior	Movimientos	Rango de movimiento
Hombro	Abducción-Aducción	0°-180°
	Flexión-extensión	-55°-180°
	Rotación interna-externa	-70°-85°
Codo	Flexión-extensión	-5°-145°

Los datos mostrados son de suma importancia para el exoesqueleto con fines de seguridad y conocimiento de los límites que tiene cada articulación.

Apéndice B

Morfología del exoesqueleto

Un robot manipulador está formado por los siguientes elementos: estructura mecánica, transmisiones, sistema de accionamiento, sistema sensorial, sistema de control, actuadores y elementos terminales. En la Figura 1.1 se muestra el exoesqueleto utilizado.

B.1. Estructura mecánica

Como se describió en el Capítulo 1 se tiene un robot de 4 GDL cuyas juntas son rotacionales. Es un robot antropomórfico RRRR (R=Rotacional).

Cada eslabón es de acero al carbón. Para la articulación esférica del hombro los eslabones son de forma de “L” (ver Figura B.1(a)) y sus dimensiones están en función del tamaño de los actuadores que serán explicados más adelante.

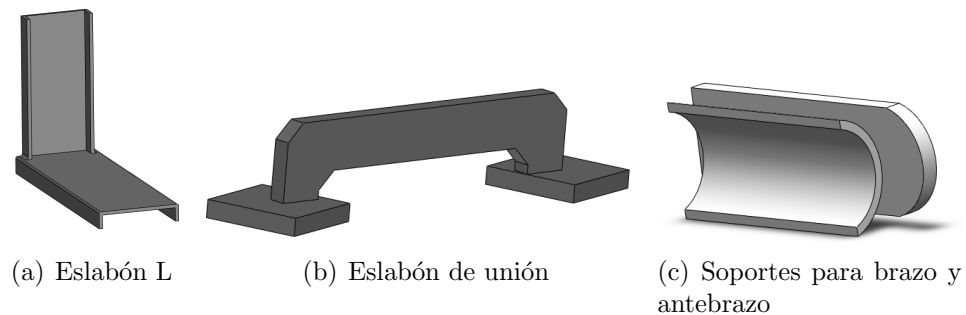


Figura B.1: Eslabones y soportes del exoesqueleto

Debido al diferente tamaño de los actuadores, se tiene el eslabón de la Figura B.1(b)

APÉNDICE B. MORFOLOGÍA DEL EXOESQUELETO

para alinear los ejes de la última articulación del hombro (correspondiente a la rotación interna y externa) con la articulación del codo (flexión-extensión).

Tabla B.1: Dimensiones y masas de los eslabones

Eslabón	Tipo de eslabón	Masa [kg]	Dimensiones [m]
1	Eslabón L	2.875	$l = 0.345, w = 0.228, h = 0.1,$ $d = 0.00476$
2	Eslabón L	1.578	$l = 0.190, w = 0.175, h = 0.1,$ $d = 0.00476$
3	Eslabón de unión	1.00613	$l = 0.22, w = 0.095$
3 y 4	Soportes	0.57748	$l = 0.22, w_s = 0.095, w_i = 0.072,$ $d = 0.00476$

Como es un robot portable, se tienen soportes para el brazo y antebrazo del operador como se observa en la Figura B.1(c). Estos soportes son de policloruro de vinilo (PVC), e incluyen dos correas con velcro para sujetar el brazo y antebrazo, respectivamente. Además cuenta con un mecanismo de corredera para sujetar brazos de diferentes tamaños [61].

En la Tabla B.1 se presentan las dimensiones de cada eslabón y sus masas según [61], donde l, w, h, d, w_s, w_i representan a la longitud, ancho, altura, espesor, ancho superior y ancho interior, respectivamente del eslabón en cuestión.

B.2. Actuadores

Los actuadores utilizados son Módulos PowerCube del proveedor Schunk[®]. Los módulos proveen la base para combinaciones flexibles en automatización. Es una tecnología de 32 bits, de alta precisión en la medición de la corriente del motor y reduce la disipación de calor. La precisión de la medición de corriente del motor en particular permite ser usado en aplicaciones de fuerza adaptiva, actuadores rotacionales, unidades *pan-tilt*, entre otros.

Los módulos PowerCube son elementos básicos que pueden ser combinados individualmente. La geometría cúbica hace que el sistema sea adaptable para soluciones modulares. Pueden ser integrados rápidamente en sistemas existentes usando interfaces universales de

B.2. ACTUADORES

comunicación: Profibus DP y CAN. El sistema de control maestro solo se requiere para generar el programa secuencial y enviarlo paso a paso a los módulos conectados. Por lo tanto, sólo el comando secuencial actual es almacenado en los módulos, y los siguientes comandos son almacenados en el buffer. La corriente, la velocidad angular y posición son controlados en el mismo módulo.



Figura B.2: Módulo PowerCube PR

Se utilizan los actuadores rotacionales universales PR (ver Figura B.2), que son actuadores servo-eléctricos con más de 360° de ángulo de rotación. Algunas de sus ventajas y beneficios son los siguientes:

- *Servomotor Brushless CD.* Para alta versatilidad gracias a la posición, velocidad y para controlado.
- *Integrado con control y electrónica de potencia.* Para crear un sistema de control descentralizado.
- *Opciones versátiles de actuación.* Para una simple integración en conceptos de servocontrol existentes vía Profibus DP, Bus CAN, ó RS-232.
- *Elementos de conexión estándar y concepto de control uniforme.* Para combinaciones extensivas con otros módulos PowerCube.
- *Único cable para transmisión de información y alimentación de voltaje.* Para menor ensamble y costos de inicio.

APÉNDICE B. MORFOLOGÍA DEL EXOESQUELETO

Los módulos PowerCube están compuestos por los elementos que se observan en la Figura B.3.



Figura B.3: Elementos de los módulo PowerCube

1. **Electrónica de control.** Control Integrado y electrónica de potencia.
2. **Encoder.** Para medición de la posición.
3. **Motor.** Para par máximo.
4. **Transmisión Harmonic Drive[®]**
5. **Freno.** Para mantener la función cuando la unidad esta estacionaria y en caída de voltaje.
6. **Casquillo a prueba de humedad.** Enlazado al sistema del usuario.

De acuerdo a [61], los PowerCube seleccionados para ser montados en el exoesqueleto se basó en la masa a mover (eslabones, motores y articulaciones de usuario). En la Tabla B.2 se muestran los modelos PowerCube utilizados dependiendo de la zona en la que se ubican, recordando que mientras más cerca se encuentren de la base mayor será el par requerido.

Tabla B.2: Modelos PowerCube utilizados

Articulación	Modelo PowerCube	Voltaje	Par	Masa
1	PR 110-161	48 V	142 Nm	5.6 kg
2	PR 90-161	24 V	72 Nm	3.4 kg
3	PR 70-161	24 V	23 Nm	1.7 kg
4	PR 70-161	24 V	23 Nm	1.7 kg

B.3. TRANSDUCTOR DE FUERZA/PAR

B.3. Transductor de Fuerza/Par

Se utiliza un controlador de fuerza y par (F/T Controller) del proveedor ATI Industrial Automation[®], el cual es un sistema de medición de fuerza/par en los seis ejes. El transductor es una estructura compacta, resistente y monolítica que convierte fuerza y par en señales de medida de deformación analógicas para el controlador Fuerza/Par. El transductor es comúnmente utilizado como un sensor de muñeca montado entre el robot y el órgano terminal del robot.

La función principal del controlador Fuerza/Par (ver Figura B.4) es convertir información de deformación en componentes de fuerza/par Cartesianas. La comunicación puede realizarse vía la Entrada/Salida serial, la Entrada/Salida Discreta, o la salida analógica.



Figura B.4: Controlador de Fuerza/Par

El controlador de fuerza/par debe ser montado en una área que no se encuentra expuesta a temperaturas fuera de su rango de trabajo. Esta diseñado para ser usado dentro de un ambiente sin vibraciones y dinámica, y puede ser montado en cualquier orientación. Es diseñado para ser usado en ambientes sin humedad de condensación.

B.3.1. Especificaciones de Calibración CTL

CTL se refiere a sistemas Fuerza/Par que usan el controlador de Fuerza/Par. Los transductores usados en estos sistemas usan un modelo de transductor 9105-T-x o incluyen una caja multiplexora (ver Figura B.5). La resolución de salida del sistema CTL es diferente de otros sistemas. Los sistemas CTL también proveen salidas de voltaje analógicas que

APÉNDICE B. MORFOLOGÍA DEL EXOESQUELETO

representan cada uno de los seis ejes. Los transductores CTL tienen sus propias especificaciones de calibración listadas por dichas diferencias.

El transductor utilizado es el SI-20-1, el cual tiene las siguientes especificaciones de acuerdo a la Tabla B.3

Tabla B.3: Especificaciones de Calibración CTL del transductor SI-20-1

	Calibración	F_x, F_y	F_z	T_x, T_y, T_z
No. de cuentas	SI-20-1	± 20 N 800 /N	± 60 N 800 /N	± 1 Nm 32000 /Nm
Factor de transformación		0.25 mm/N		



Figura B.5: Transductor CTL

B.3.1.1. Comandos y Protocolo

La mayoría de los comandos consisten en uno o tres caracteres ASCII. Todos los comandos pueden ser escrito en mayúsculas o minúsculas. El encendido o reinicio del sistema de Fuerza/ Par regresan al sistema a su configuración inicial. El sistema de Fuerza/Par provee una variedad de comandos que pueden ser citados en su manual o en [76]. En este caso particular se realizo una interfaz mediante el controlador de Fuerza/Par y Simulink y únicamente se usaron los comandos proporcionados en la Tabla B.4.

B.3. TRANSDUCTOR DE FUERZA/PAR

Tabla B.4: Comandos del controlador Fuerza/Par

Comando	Función
SB	Funciona como Bias del Sensor. Almacena lecturas del Bias en un buffer de 3 niveles
CD B	Configuración de la comunicación en formato de salida Binaria
QR	Consulta la salida de un registro de datos en la configuración de comunicación seleccionada

Debido a que las fuerzas y pares del transductor son muy pequeñas, se utiliza el sensor FTCL explicado en la Sección 3.1.3 para hacer interacciones con un ambiente que presente mayor rigidez y fuerza de contacto con el fin de no dañar el transductor. El transductor SI-20-1 se utilizó en el Robot Pan y Tilt con ambientes suaves.