

CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS AVANZADOS
DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

Unidad Zacatenco

Departamento de Control Automático

**Control PD con compensación por Redes Neuronales
y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie
para un Robot Manipulador**

Tesis que presenta

Debbie Crystal Hernández Zárate

para obtener el Grado de

Maestro en Ciencias

en la Especialidad de

Control Automático

Directores de Tesis

Dr. Wen Yu Liu

Dr. Marco Antonio Moreno Armendáriz

México, D.F.

Octubre 28 2011

Resumen

En este trabajo de tesis se propone un controlador serial que supere los problema del control de un robot manipulador de n grados de libertad con incertidumbre paramétrica, específicamente, con desconocimiento de los vectores de fricción y gravedad. El controlador consta de un control Proporcional-Derivativo (PD) con compensación por redes neuronales en serie y con un control por modos deslizantes de segundo orden. Mediante un análisis de Lyapunov se presentan las condiciones de estabilidad práctica y mediante el principio de invarianza extendida se demuestra estabilidad global uniforme asintótica del error de seguimiento. Después, se presentan los resultados de simulación de las siguientes leyes de control a comparar, control PD, control PD con compensación por redes neuronales, Control por modos deslizantes de segundo orden y Control PD con compensación por redes neuronales y por modos deslizantes se segundo orden en serie.

Abstract

This thesis proposes a serial controller which overcomes the control problem of a robot manipulator with n degrees of freedom with parametric uncertainty, specifically, the lack of knowledge of the friction and gravity vectors. The proposed controller is a Serial Proportional-Derivative with Neural Second Order Sliding Modes Compensation. A Lyapunov analysis determines the conditions for stability, practical stability and global asymptotical stability of the tracking error. Therefore, we present the simulation results for the follows control laws we compare: PD control, PD control with Neural compensation , Twisting control and PD control with serial neural compensation and sliding modes.

Índice general

Resumen	III
Abstract	V
I Introducción	1
1.1 Motivación	2
1.2 Objetivos de la tesis.....	3
1.2.1. General	3
1.2.2. Particulares	3
1.3 Contribuciones de este trabajo	4
1.4 Estructura de la tesis	5
II Preliminares	7
2.1 Redes Neuronales	7
2.1.1. Estructura y Modelo de las Redes Neuronales tipo perceptrón	8
2.1.2. Propiedad de aproximación universal	13
2.2 Modos deslizantes	14
2.2.1. Modo Deslizante Clásico	15
2.2.2. Modos Deslizantes de Orden Superior	15
2.2.3. Modos Deslizantes de Segundo Orden	16

2.3	Teoría de Estabilidad.....	16
2.3.1.	Definiciones Básicas	16
2.3.2.	Función Definida Positiva	17
2.3.3.	Teorema de Lyapunov	17
2.3.4.	Teorema de LaSalle (Principio de Invarianza)	19
2.3.5.	Principio de Invarianza Extendida	19

III Dinámica y Control de un Robot Manipulador 22

3.1	Dinámica de un robot manipulador	22
3.1.1.	Modelo mecánico	22
3.2	Control de un Robot Manipulador	23
3.2.1.	Control tipo PD de un Robot Manipulator	23
3.2.2.	Control PD con compensación por Redes Neuronales	26
3.3	Control PD con compensación Redes Neuronales y Modos Deslizantes en paralelo.....	28
3.4	Simulación	30
3.4.1.	Controlador PD clásico	31
3.4.2.	Control PD con compensación por Redes Neuronales	34
3.4.3.	Control PD con compensación Redes Neuronales y Modos Deslizantes en paralelo	35

IV Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie para un Robot Manipulador 41

4.1	Control de un Robot Manipulador con Modos Deslizantes de Segundo Orden ...	42
4.2	Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie	45

4.3	Simulación	50
4.3.1.	Controlador Twisting	50
4.3.2.	Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie	53
4.3.3.	Controlador PD+NN/PD+NN+SOSM	57
4.4	Análisis Comparativo.....	60
V	Conclusiones	61
5.1	Conclusiones finales.....	61
5.2	Trabajos futuros.....	62
	Referencias	64
	Publicaciones	69

Índice de figuras

2.1. Percepción Simple.	8
2.2. Perceptrón con Múltiples Entradas.	9
2.3. Perceptrón con Múltiples Entradas usando vectores.	10
2.4. Red Neuronal de una Capa.	10
2.5. Red Neuronal de una Capa usando matrices y vectores.	11
2.6. Red Neuronal Multicapa.	12
2.7. Red Neuronal Multicapa usando matrices y vectores.	13
3.1. Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Posición angular q_1 [rad], línea segmentada.	32
3.2. Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Posición angular q_2 [rad], línea segmentada.	32
3.3. Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	33
3.4. Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2	33
3.5. Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	34
3.6. Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Posición angular q_1 [rad], línea segmentada.	35

3.7. Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.	36
3.8. Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	36
3.9. Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2	37
3.10. Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	37
3.11. Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.	38
3.12. Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.	39
3.13. Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	39
3.14. Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2	40
3.15. Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	40
4.1. Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.	51
4.2. Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.	51
4.3. Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	52
4.4. Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2	52
4.5. Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	53

4.6. Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.	54
4.7. Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.	55
4.8. Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	55
4.9. Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2	56
4.10. Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	56
4.11. Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.	58
4.12. Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.	58
4.13. Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	59
4.14. Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2	59
4.15. Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2	60

I

Introducción

En el control de robots manipuladores industriales, la gravedad y la fricción son factores de modelado que no se pueden despreciar en el diseño de la ley de control, ya que dadas las características de peso y tamaño de los robots los vectores de gravedad y fricción tienen gran importancia en la dinámica del sistema.

Por otra parte, el controlador PD es el más usado en el control de robots manipuladores industriales [1]. En el caso de seguimiento de trayectoria el control PD clásico garantiza estabilidad cuando la ganancia PD es muy grande, sin embargo, el error de seguimiento no tiende a cero cuando fuerzas gravitacionales y de fricción son incluidas en la dinámica del robot manipulador [9].

En el caso de que las fuerzas gravitacionales y de fricción no puedan ser modeladas, el controlador PID puede ser el mejor controlador ya que sus ganancias pueden ser ajustadas en forma independiente [31]. Para atenuar el error en estado estable la ganancia de la parte integral se aumenta lo que lleva a un error grande en el transitorio que puede producir inestabilidad y además, dicha acción integral reduce el ancho de banda del sistema en lazo cerrado.

Dadas las características del control PID se tienen alternativas como el control PD con compensación de modelo [31], tales técnicas necesitan información del modelado de la gravedad en

el robot [9],[27], [32].

Cuando la fricción y la gravedad son desconocidas, las redes neuronales, y los modos deslizantes son técnicas que pueden compensar estos efectos. En esta tesis se hace uso de las redes neuronales artificiales, que son llamadas, por simplicidad, redes neuronales (NN por sus siglas en inglés). Las NN proveen controladores no basados en el modelo con capacidad de aprendizaje [13].

La técnica de control por modos deslizantes, SM por sus siglas en inglés, consiste en agregar un término discontinuo en la señal de control, el cual hace que el sistema rechace perturbaciones y algunas diferencias entre el sistema real y el modelo usado para efectos de diseño e identificación [19]. La técnica estándar de control con SM es robusta y exacta respecto perturbaciones internas o externas, pero está restringida al caso en que la salida es de grado relativo 1. Además, las altas frecuencias que producen los modos deslizantes pueden causar el fenómeno conocido como chattering. Por otra parte, el control por modos deslizantes con acotamiento puede asegurar que el efecto de chattering no sucede cuando el error de seguimiento es menor a un ε dado, pero el error converge a ε , es decir, no es asintóticamente estable [30]

1.1. Motivación

Asumiendo un controlador PD con compensación NN para robots manipuladores industriales, debido al error de estructura de una red neuronal, no se puede asegurar la estabilidad asintótica del error de seguimiento.

En años recientes se han presentado algoritmos basados en modos deslizantes de segundo orden [22], [16]. El control por modos deslizantes de orden superior es una extensión natural del método estándar que tiene mejor desempeño ya que reduce el chattering y además se tiene convergencia en tiempo finito como en el caso del controlador TA [17] y el controlador Super-twisting [4], ambas con técnicas geométricas.

Combinaciones del control PD con NN y Modos Deslizantes de Segundo Orden, SOSM por sus siglas en inglés, pueden ser aplicados al mismo tiempo, mientras la NN compensa

1.2 Objetivos de la tesis

los parámetros desconocidos [14], SOSM reduce el error del control PD con compensación por Redes Neuronales (PD+NN) y rechaza perturbaciones externas, además de que el error de seguimiento es asintóticamente estable [13]. El chattering permanece por que los controladores PD+NN y SOSM trabajan en paralelo, ya que mientras la NN es entrenada, el modo deslizante es aplicado, es decir, la NN no está activa aún y eso lleva a que la ganancia SM sea lo suficientemente grande tal que cancele el error de estructura de la red neuronal en fase de entrenamiento. Que como ya se sabe, mientras mayor sea la ganancia del SM mayor es la amplitud del chattering.

En esta tesis se propone aplicar en serie los controladores PD+NN y SOSM. El control PD+NN aproxima la planta no lineal garantizando estabilidad práctica determinada en primera instancia por el error de estructura de la red neuronal. Una vez que el error de seguimiento entra a la zona del error de estructura, se activa un control SOSM. Específicamente se usa el algoritmo twisting, TA por sus siglas en inglés, el cual garantiza convergencia global uniforme asintótica del error de seguimiento del sistema en lazo cerrado. Así, el controlador total (PD+NN/SOSM) por medio del Principio de Invarianza Extendida mejora los resultados previamente reportados.

1.2. Objetivos de la tesis

1.2.1. General

- Diseñar una ley control usando técnicas de control clásico y moderno para el caso de seguimiento de trayectoria de un robot manipulador de n grados de libertad con incertidumbres paramétricas que sea libre de modelo y robusto ante variaciones paramétricas y perturbaciones.

1.2.2. Particulares

- Estudiar el sistema en lazo cerrado para el seguimiento de trayectoria formado por un controlador PD clásico y un robot manipulador con modelo conocido mediante un análisis

de Lyapunov para establecer sus condiciones de estabilidad.

- Estudiar el sistema en lazo cerrado para el seguimiento de trayectoria formado por un controlador PD clásico y un robot manipulador con incertidumbre paramétrica y establecer condiciones de estabilidad mediante un análisis de Lyapunov.
- Estudiar el sistema lazo cerrado para el seguimiento de trayectoria formado por un controlador PD con compensación NN y un robot manipulador con incertidumbre paramétrica mediante un análisis de Lyapunov y establecer condiciones de estabilidad práctica.
- Diseñar un controlador TA para el seguimiento de trayectoria de un robot manipulador con incertidumbre paramétrica, mediante el Principio de Invarianza Extendida encontrar condiciones que garanticen estabilidad global uniforme asintótica del error de seguimiento.
- Diseñar un controlador PD con compensación NN en serie con un control TA para el seguimiento de trayectoria de un robot manipulador con incertidumbre paramétrica, mediante un análisis de Lyapunov y el Principio de Invarianza Extendida para establecer condiciones de estabilidad global uniforme asintótica del error de seguimiento.

1.3. Contribuciones de este trabajo

- Se diseñó una ley de control que incorpora técnicas de control clásico y control moderno, aplicadas al problema de seguimiento de trayectoria de un robot manipulador de n grados de libertad cuya dinámica contiene incertidumbres paramétricas.
- Para la ley de control serial propuesta, se obtuvieron pruebas de estabilidad global uniforme asintótica, mediante un análisis de Lyapunov y el principio de invarianza extendida.
- Se presenta un análisis comparativo con base en resultados de simulación para los casos analizados y el control propuesto.

1.4. Estructura de la tesis

La estructura de este trabajo se presenta de la forma siguiente:

- El **capítulo 1**. Introducción

Se explica el tema a desarrollar, la motivación que da origen a este trabajo, los objetivos general y particulares y se expone la contribución de esta tesis.

- El **capítulo 2**. Preliminares

Se divide en 5 partes:

- a) Redes neuronales. Se presenta un panorama conciso del origen y estructura de las redes neuronales artificiales.
- b) Modos deslizantes. Se introduce una breve descripción y una clasificación de los Modos deslizantes.
- c) Teoría de estabilidad. Se detalla la teoría usada para efectos de prueba de estabilidad y estabilidad asintótica en el control de sistemas no autónomos descritos por una ecuación diferencial con el lado derecho discontinuo.
- d) Dinámica de un robot manipulador. Se presenta el modelo mecánico de un robot manipulador, así como las propiedades de dicho modelo.
- e) Control de un robot manipulador. Se presentan de forma breve los resultados conocidos del Control aplicado a robots manipuladores, específicamente, los controladores PD y PD con compensación NN.

- El **capítulo 3** Control PD con compensación en serie empleando NN y SOSM

Se divide en 2 partes:

- a) Control por SOSM. Se plantea el problema a resolver y se propone la ley de control usando el controlador TA. Así mismo, se adjunta la prueba de estabilidad global uniforme asintótica.

b) Control PD con compensación NN y SOSM. De la misma manera que en la primera parte, se plantea en problema a resolver y se propone una ley de control serial, seguido de la prueba de estabilidad práctica y estabilidad global uniforme asintótica.

- El **capítulo 4** Resultados de simulación

Se presentan los detalles de simulación de cada controlador analizado, y los resultados obtenidos seguidos de un análisis comparativo.

- El **capítulo 5** Conclusiones y trabajo a futuro

Finalmente, en base a los resultados obtenidos y al análisis respectivo, se presentan las conclusiones y los trabajos y mejoras que se pueden realizar a futuro.

II

Preliminares

En esta sección se detallan los conceptos usados en el desarrollo de la tesis tales como el modelo y estructura de las NN, SOSM y teoría de estabilidad.

2.1. Redes Neuronales

Los sistemas biológicos poseen propiedades tales como robustez y adaptabilidad, las cuales son requeridas para interactuar con el medio ambiente, tomando en cuenta que el medio ambiente cambia de manera suave o brusca. Por tal motivo, en años recientes se ha dado importancia al diseño de sistemas de control que imiten las funciones de los sistemas biológicos y que sean independientes del modelo, es decir, que no necesitan el modelo matemático de la planta a controlar.

Las técnicas que cumplen con las propiedades anteriores son la lógica difusa y las redes neuronales artificiales. La primera imita las funciones lingüísticas y de razonamiento y la segunda está inspirada en las redes neuronales biológicas.

La implementación de redes neuronales ha tenido gran éxito en aplicaciones tales como la clasificación, reconocimiento de patrones y en general en el procesamiento digital de señales. Existe un tratado extenso de topologías de NN que permite elegir que estructura de red neuronal

es la adecuada según las especificaciones del modelo.

2.1.1. Estructura y Modelo de las Redes Neuronales tipo perceptrón

Perceptrón Simple

La Figura (2.1) muestra un diagrama de bloques de un perceptrón simple.

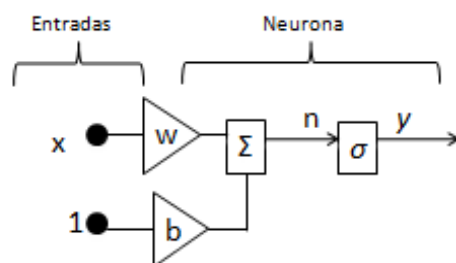


Figura 2.1: Perceptrón Simple.

La entrada escalar es x y en la otra entrada se coloca un 1, el peso sináptico escalar w , el umbral b son parámetros ajustables. La multiplicación de x y w y la multiplicación de 1 y b son pasadas por el bloque suma. La salida de la suma es n y es la entrada a la función de activación σ la cual produce el escalar y como salida del perceptrón simple. La salida del perceptrón simple se calcula entonces como

$$y = \sigma (wx + b)$$

Dicha la salida y depende de la función de activación σ que es elegida por el diseñador y los parámetros w y b pueden ser ajustados por una regla de aprendizaje.

Perceptrón con Múltiples Entradas

Un perceptrón con múltiples entradas se muestra en la Figura (2.2).

Las entradas son x_i , donde cada entrada x_i es multiplicada por su correspondiente peso $w_{1,i}$ con $i = 1, \dots, R$. El umbral b se suma con las entradas ponderadas para obtener a la salida del

2.1 Redes Neuronales

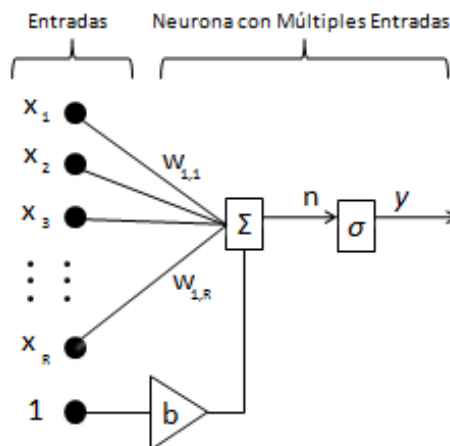


Figura 2.2: Perceptrón con Múltiples Entradas.

sumador n

$$n = w_{1,1}x_1 + w_{1,2}x_2 + \dots + w_{1,R}x_R + b$$

la expresión anterior se puede escribir en forma matricial como

$$n = W\mathbf{x} + b \quad (2.1)$$

Para la Figura (2.2), W es un vector fila. La salida del perceptrón es

$$y = \sigma(W\mathbf{x} + b) \quad (2.2)$$

En la Figura (2.3) se muestra el perceptrón con múltiples entradas usando la notación (2.2).

Red Neuronal de una Capa

La Figura (2.4) muestra una red neuronal de una capa con S neuronas y R entradas conectadas a cada neurona, lo cual da lugar a una matriz W de S filas con R columnas.

La capa incluye la matriz de pesos sinápticos W , sumadores, el vector de umbrales \mathbf{b} las funciones de activación y el vector de salida \mathbf{y} . Cada elemento del vector de entrada \mathbf{x} se conecta

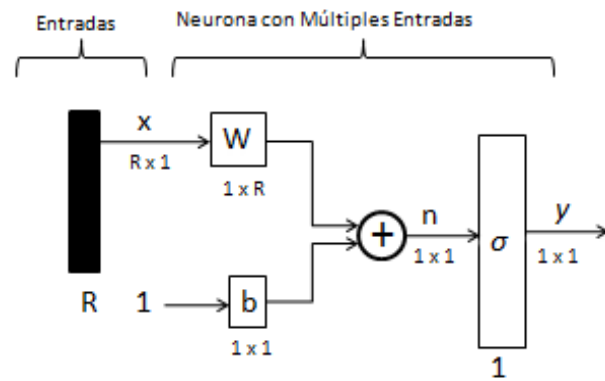


Figura 2.3: Perceptrón con Múltiples Entradas usando vectores.

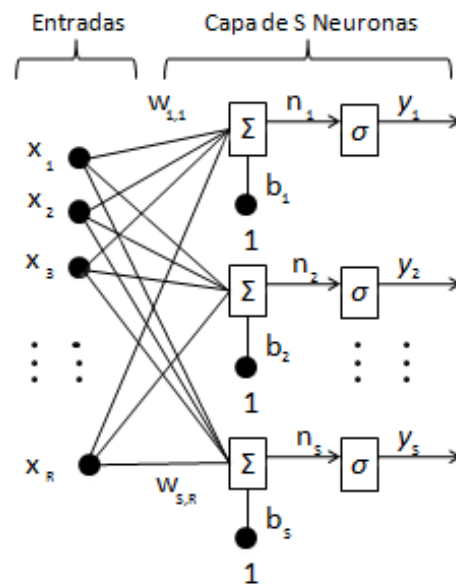


Figura 2.4: Red Neuronal de una Capa.

2.1 Redes Neuronales

a cada neurona através de la matriz pesos sinápticos W

$$W = \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \dots & w_{1,R} \\ w_{2,1} & w_{2,2} & \dots & w_{2,R} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{S,1} & w_{S,2} & \dots & w_{S,R} \end{bmatrix}$$

Cada neurona tiene un umbral b_i , un sumador, una función de activación (las neuronas pueden no tener la misma función de activación) y una salida y_i . La salida del red neuronal de una capa es

$$\mathbf{y} = \sigma(W\mathbf{x} + \mathbf{b}) \quad (2.3)$$

El diagrama de la red neuronal de una capa con S neuronas y R entradas con la notación (2.3) se muestra en la Figura (2.5).

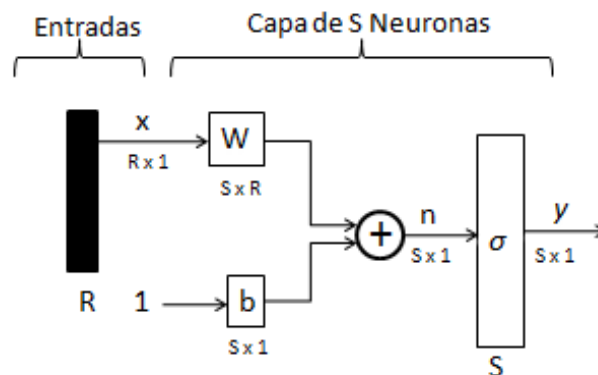


Figura 2.5: Red Neuronal de una Capa usando matrices y vectores.

Red Neuronal Multicapa

La Figura (2.6) muestra un perceptrón de dos capas completamente conectada (únicamente conexiones hacia adelante) por lo que no tiene dinámica interna, es decir, es estática y es llamada *feedforward* o de conexiones hacia adelante. Una red neuronal multicapa tiene como salida el vector \mathbf{y} con componentes y_i con $i = 1, \dots, R$. Cada capa tiene una matriz de pesos sinápticos y su vector de bias, un vector de entrada y un vector de salida.

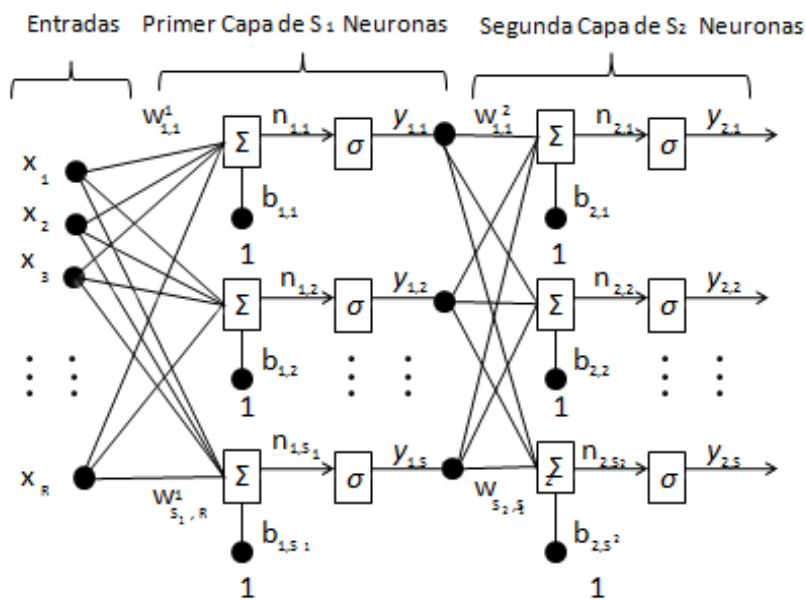


Figura 2.6: Red Neuronal Multicapa.

La capa 1 tiene S_1 neuronas y la capa 2 tiene S_2 neuronas. La salida de la capa 1 es la entrada de la capa 2, por lo que la capa 2 puede verse como una red de una capa donde el número de entradas es $R = S_1$. La salida de la capa 1 es y_1 y la salida de la capa 2 es y_2 .

La salida de la red neuronal de dos capas es

$$y_2 = \sigma^2 (W^2 \sigma^1 (W^1 x + b_1) + b_2) \quad (2.4)$$

En la Figura (2.7) se muestra una red neuronal multicapa usando la notación (2.4).

La ecuación (2.4) con la función de activación $\sigma^2 = I$, puede representarse en términos de un vector de entrada x como

$$y = W^T \sigma (V^T x) \quad (2.5)$$

donde la función de activación $\sigma^1 = \sigma$ y $W^T = W^2$, $V^T = W$, son matrices que contienen los pesos de la red neuronal de la capa de salida y de la capa oculta, respectivamente. Los umbrales son incluidos en la primer columna de las matrices, de tal forma que, el vector x incrementa su dimensión en una unidad para incluir el término unitario.

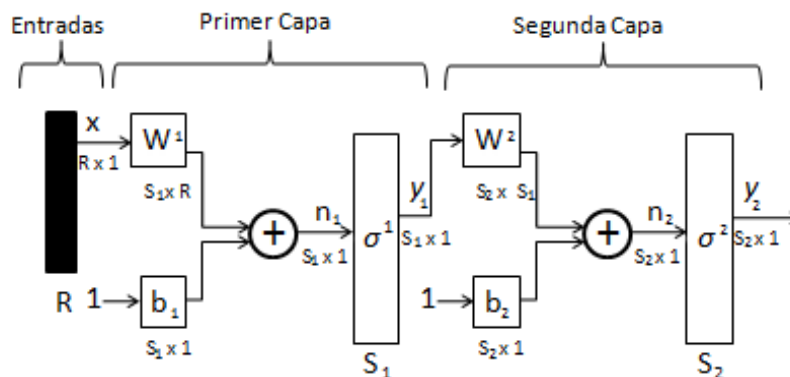


Figura 2.7: Red Neuronal Multicapa usando matrices y vectores.

$$x = [1, x_1, x_2, \dots, x_R]^T$$

2.1.2. Propiedad de aproximación universal

Un perceptrón multicapa como el de la Figura (2.6), se puede usar para aproximar una función no lineal. Cybenko fue el primero en demostrar que una capa oculta es suficiente para aproximar una función continua arbitraria, y lo estableció en el Teorema 2 [2], de la siguiente manera.

Sea I_n un cubo unitario n -dimensional, $[0, 1]^n$. El espacio de funciones continuas sobre I_n es denotado por $C(I_n)$ y haciendo uso de $\|h\|$ para denotar la norma suprema (o uniforme) de $h \in C(I_n)$.

Teorema 2.1 (Cybenko [2]) *Sea σ una función sigmoideal continua. Entonces las sumas finitas de la forma*

$$G(x) = \sum_{j=1}^L w_j \sigma(v_j^T x + b_j) \tag{2.6}$$

pertenecen a $C(I_n)$. En otras palabras, dada una $h(x) \in C(I_n)$. y $\eta > 0$, existe una suma, $G(x)$,

de la forma (2.6), para la cual

$$|G(x) - h(x)| < \eta \text{ para todo } x \in I_n$$

El teorema anterior se puede ver de la forma matricial como

$$h(x) = W^T \sigma(V^T x) + \eta \quad (2.7)$$

para algún número de neuronas L de la capa oculta.

La variable η es llamado error de aproximación de la NN (error de estructura), y por lo general el valor de η disminuye al aumentar L . Es decir, para cualquier valor arbitrariamente pequeño y positivo de η , existe una NN con conexiones hacia adelante,

$$\|\eta\| < \bar{\eta}$$

Las matrices W, V no son únicas, entonces, una estimación de $h(x)$ puede escribirse como

$$\hat{h} = \hat{W}^T \sigma(\hat{V}^T x)$$

donde W, V son estimaciones de los pesos ideales que son dados por la regla de aprendizaje. Se define el error de estimación de los pesos como

$$\tilde{W} = W - \hat{W}, \tilde{V} = V - \hat{V}$$

2.2. Modos deslizantes

En aplicaciones reales se presentan variables a considerar en la dinámica del sistema que no son fácilmente manejables, tales como incertidumbre en los parámetros del sistema y perturbaciones externas. Tales condiciones generan inestabilidad en el sistema en lazo cerrado para los problemas de regulación y seguimiento de trayectoria. La técnica de modos deslizantes es un enfoque efectivo en el manejo de perturbaciones e incertidumbres. El control por modos deslizantes es un caso del control por estructura variable. En los sistemas de estructura variable (VSS,

2.2 Modos deslizantes

por sus siglas en inglés), el control es capaz de restringir el comportamiento de un sistema con incertidumbres o perturbaciones a una superficie (superficie de deslizamiento) por medio de un control que reacciona inmediatamente a cualquier desviación del sistema, lo cual implica un esfuerzo suficiente de energía por parte del control.

La metodología del diseño del control por modos deslizantes consiste en diseñar la superficie encargada de regir el sistema cuando se encuentra en modo de deslizamiento, y diseñar una ley de control que garantice que las trayectorias cerca de la superficie de deslizamiento convergan a la superficie.

2.2.1. Modo Deslizante Clásico

El control por SM, se basa en mantener una variable de salida nula (llamada superficie de deslizamiento). Una vez que la superficie se alcanza se obtiene la dinámica deseada del sistema. El sistema es mantenido sobre la superficie por medio de un control discontinuo que actúa sobre la primera derivada de la salida, el control discontinuo conmuta, a una frecuencia teóricamente infinita, entre valores opuestos de amplitud. En la práctica, debido a imperfecciones inevitables en el dispositivo de conmutación, se presenta el fenómeno del chattering, el cual conlleva oscilaciones no deseadas en el sistema que ocasionan su deterioro.

2.2.2. Modos Deslizantes de Orden Superior

Como una extensión natural de la idea de modos deslizantes de primer orden se introduce el control por modos deslizantes de orden superior (HOSM) [6], que se caracteriza por ser un control discontinuo que aparece en la derivada de orden superior de la variable auxiliar, análogo a lo que se hace con el modo deslizante de primer orden donde el control aparece en la primer derivada de la superficie. El orden del modo deslizante se define como el número de derivadas continuas de la superficie de deslizamiento, el orden r implica que la $r - \text{ésima}$ derivada es igual a cero.

Los HOSM preservan las ventajas de SM, tales como la insensibilidad ante perturbaciones acopladas, al mismo tiempo que reducen el efecto de chattering al aumentar su precisión y

permitir suavizar la señal de control.

2.2.3. Modos Deslizantes de Segundo Orden

Uno de algoritmos de SOSM más usados (y cronológicamente el primero) es el TA. El primer resultado de estabilidad del TA es presentado en [17]. Sin embargo, en la prueba de estabilidad se basan en métodos geométricos, además muestra una estimación del tiempo de convergencia que es muy difícil de obtener.

Controlador Twisting

Considere el sistema de segundo orden

$$\ddot{s} = f(s, \dot{s}) + g(s, \dot{s})u \quad (2.8)$$

donde las funciones f y g son inciertas pero satisfacen

$$|f| \leq C, 0 < K_m \leq g \leq K_M$$

El controlador TA se define como sigue

$$u = -\alpha \text{sign}(s) - \beta \text{sign}(\dot{s}) \quad \alpha > \beta > 0 \quad (2.9)$$

Teorema 2.2 Si las ganancias β y α satisfacen las siguientes condiciones

$$(\alpha + \beta) K_m - C > (\alpha - \beta) K_M + C, \quad (\alpha - \beta) K_m > C \quad (2.10)$$

entonces el controlador por modos deslizantes de segundo orden (2.9) garantiza $s = \dot{s} = 0$, después de tiempo finito.

2.3. Teoría de Estabilidad

2.3.1. Definiciones Básicas

Definición 2.1 El punto de equilibrio $x = 0$ es estable si para cada $\varepsilon > 0$ existe $\delta = \delta(\varepsilon)$ tal que $\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \varepsilon$ para toda $t > 0$.

2.3 Teoría de Estabilidad

Definición 2.2 El punto de equilibrio $x = 0$ es asintóticamente estable si es estable y δ puede ser elegido para satisfacer $\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ [8].

Definición 2.3 El punto de equilibrio $x = 0$ es prácticamente estable si dadas δ y ε con $\delta < \varepsilon$ se tiene $\|x(0)\| < \delta$ implica $\|x(t)\| < \varepsilon$ para $t \geq t_0$ para algún $t_0 > 0$ [12].

2.3.2. Función Definida Positiva

Una función escalar continua $V(x)$ es definida positiva si y solo si $V(0) = 0$ y $V(x) > 0$ para toda $x \neq 0$ [23].

2.3.3. Teorema de Lyapunov

Sea $x = 0$ un punto de equilibrio del sistema. Sea $V : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}_+$ una función continuamente diferenciable tal que

$$V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0 \quad \forall x \in \mathfrak{R}^n \setminus \{0\} \quad (2.11)$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathfrak{R}^n \quad (2.12)$$

entonces $x = 0$ es estable. Más aún si $\dot{V}(x) < 0$ en $\mathfrak{R}^n \setminus \{0\}$ entonces $x = 0$ es asintóticamente estable.

Para el caso de un sistemas dinámico con el lado derecho discontinuo se puede usar la misma intuición para demostrar estabilidad una función positiva que decrece a lo largo de las trayectorias del sistema. Sin embargo, es necesario generalizar algunos conceptos como el de solución a la ecuación diferencial y el que la función de Lyapunov sea continuamente diferenciable. Sea el sistema discontinuo no autónomo

$$\dot{x} = \varphi(x, t) \quad (2.13)$$

donde $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ es el vector, $t \in \mathfrak{R}$ es el tiempo, $\varphi(x, t) = (\varphi_1(x, t), \dots, \varphi_n(x, t))^T$ es una función continua a pedazos de \mathfrak{R}^{n+1} .

Las soluciones en el sentido de Filippov a una ecuación diferencial con el lado derecho discontinuo (2.13), se define como la solución a la inclusión diferencial asociada, esto es

$$\dot{x} \in \Phi(x, t) \tag{2.14}$$

donde $\Phi(x, t)$ cumple

Si se conoce $\|\varphi(x, t)\| \leq \varphi^+$, entonces

$$\dot{x} \in [-\varphi^+, \varphi^+] \Leftrightarrow \dot{x} \in \Phi(x, t)$$

1. No está vacío
2. Localmente acotada
3. Compacta
4. Convexa
5. Semicontinua por arriba, es decir

$$\text{dist}[\Phi(x, t), \Phi(x_0, t)] \rightarrow 0, \quad x \rightarrow x_0$$

La solución $x(t)$ debe ser absolutamente continua y satisfacer la inclusión diferencial casi en todos lados, además, $x(t)$ no es única.

La estabilidad del sistema discontinuo (2.13) se deduce a partir de la inclusión diferencial (2.14) como sigue.

Sea $x = 0$ un punto de equilibrio de la inclusión diferencial (2.14) y $x(t_0) = x^0$ una condición inicial, entonces $x(t, t_0, x^0)$ es la solución de $x(t)$ de (2.14).

Definición 2.4 *El punto de equilibrio $x = 0$ de la inclusión diferencial (2.14) es estable (uniformemente estable) si y solo si para cada $t_0 \in \mathbb{R}, \varepsilon > 0$, existe $\delta = \delta(\varepsilon, t_0) > 0$, dependiente de ε y t_0 (independiente de t_0 respectivamente) tal que cada solución $x(t, t_0, x^0)$ de (2.14) donde*

2.3 Teoría de Estabilidad

la condición inicial $x(t_0) = x_0 \in B_\delta$ dentro de la bola B_δ , centrado en el origen con radio δ , existe para todo $t \geq t_0$ y satisface la desigualdad

$$\|x(t, t_0, x^0)\| < \varepsilon, t_0 \leq t < \infty$$

Definición 2.5 El punto de equilibrio $x = 0$ de la inclusión diferencial (2.14) se dice (uniformemente) asintóticamente estable si es (uniformemente) estable y la convergencia

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t, t_0, x^0)\| = 0 \quad (2.15)$$

se mantiene para todas las soluciones de (2.14) inicializadas dentro de B_δ (uniformemente en t_0 y x^0)

Definición 2.6 Si la convergencia (2.15) se mantiene para todas las soluciones de (2.14) independientemente de la condición inicial (y si es uniforme en t_0 y en $x^0 \in B_\delta$ para $\delta > 0$) el punto de equilibrio $x = 0$ de la inclusión diferencial (2.14) se dice que es globalmente (uniformemente) asintóticamente estable.

2.3.4. Teorema de LaSalle (Principio de Invarianza)

Un conjunto S es un conjunto invariante de un sistema dinámico si cada trayectoria del sistema que inicia en un punto de S permanece en S para todo el tiempo $t \geq 0$. El teorema de LaSalle es una herramienta útil para el análisis de estabilidad de un sistema autónomo y se enuncia como sigue.

Teorema 2.3 Sea $S \subset D$ un conjunto compacto invariante y sea $V(x) : D \rightarrow \mathfrak{R}$ una función definida positiva continuamente diferenciable tal que $\dot{V}(x) \leq 0$ en S . Sea E el conjunto de todos los puntos en S donde $\dot{V}(x) = 0$. Sea M el conjunto invariante más grande contenido en E . Entonces cada solución que inicie en S se aproxima a M cuando $t \rightarrow \infty$.

2.3.5. Principio de Invarianza Extendida

En [23] se expone el principio de Invarianza aplicado a sistemas dinámicos discontinuos no autónomos para demostrar estabilidad asintótica global uniforme, en términos de una función

de Lyapunov con derivada a lo largo de las trayectorias negativa semidefinida y una función auxiliar de signo indefinido. Para el análisis de Estabilidad de (2.13) se enuncian las condiciones siguientes.

1. Existe una función definida positiva $V(x)$ radialmente no acotada y continuamente Lipschitz, tal que la derivada en el tiempo $\dot{V}(x(t))$ de la función $V(x(t))$, a lo largo de las trayectorias de (2.13), es semidefinida negativa, es decir,

$$\dot{V}(x(t)) \leq -V_1(x(t)) \text{ para casi todo } t \in \mathfrak{R}$$

donde $V_1(x)$ es una función continua semidefinida positiva.

2. Existe una función $W(x)$ continuamente Lipschitz (posiblemente indefinida) y una constante $\delta > 0$ tal que la derivada en el tiempo $\dot{W}(x)$ de la función $W(x(t))$, a lo largo de las trayectorias del sistema (2.13), pertenecen al conjunto $V_1^\gamma = \{x \in \mathfrak{R}^n : V_1(x) \leq \gamma\}$ (por la condición 1), satisfacen la siguiente desigualdad

$$\dot{W}(x(t)) \leq -W_1(x(t)) + c_1 V_1(x(t)) \text{ para casi todo } t \in \mathfrak{R}$$

donde c_1 es una constante positiva y $W_1(x)$ es una función continua semidefinida positiva, entonces, la combinación $V_1(x)$ y $W_1(x)$ es definida positiva.

En términos generales, la condición 1 solo garantiza que la función $V_1(x)$ sobre las trayectorias del sistema (2.13)

$$V_1(x(t)) \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

mientras que la condición 2 asegura que la función $W_1(x)$ sobre las trayectorias del sistema (2.13)

$$W_1(x(t)) \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty$$

Entonces, dado que la combinación $V_1(x(t)) + W_1(x(t))$ que es definida positiva por hipótesis, si se satisfacen las condiciones 1 y 2, se tiene como resultado que el sistema es globalmente asintóticamente estable y esto se enuncia en el siguiente teorema.

2.3 Teoría de Estabilidad

Teorema 2.4 (Principio de Invarianza Extendida) *Si las condiciones 1 y 2 se satisfacen y sea en lado derecho de (2.13) uniformemente acotada en t . Entonces el punto de equilibrio $x = 0$ de (2.13) es globalmente asintóticamente estable. Además, si el sistema (2.13) es autónomo, entonces el punto de equilibrio es globalmente uniformemente asintóticamente estable.*

III

Dinámica y Control de un Robot Manipulador

En este capítulo se presentan los resultados teóricos ya conocidos del control PD clásico [31], PD con compensación NN (PD+NN) [13], PD con compensación NN y SM en paralelo (PD+NN+SM). Además, se detalla como se realizaron las simulaciones para comprobar el funcionamiento de los controladores expuestos en este capítulo.

3.1. Dinámica de un robot manipulador

3.1.1. Modelo mecánico

La dinámica de un robot manipulador rígido de n eslabones conectados de manera serial se escribe como [31].

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = \tau \quad (3.1)$$

donde $q \in \mathbb{R}^n$ es el vector de variables articulares y determina la posición de los eslabones, $\dot{q} \in \mathbb{R}^n$ es el vector de velocidades articulares, $M(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$

3.2 Control de un Robot Manipulador

es la matriz de fuerzas centripetas y de Coriolis, $G(q) \in \mathfrak{R}^n$ representa el vector de gravedad, $F(\dot{q}) \in \mathfrak{R}^n$ es un vector que contiene los términos de fricción (fricción de Coulomb), y $\tau \in \mathfrak{R}^n$ es el vector que representa la entrada de control.

La ecuación dinámica del robot (3.1) tiene las siguientes propiedades estructurales [31].

Propiedad 1. La matriz de inercia M es simétrica y definida positiva, i.e.,

$$\begin{aligned}\mu_1 I &\leq M(q) \leq \mu_2 I \\ m_1 &\leq \|M(q)\| \leq m_2\end{aligned}$$

donde m_1, m_2 son escalares constantes positivos, y $\|\circ\|$ es la norma euclidiana del vector.

Propiedad 2. La matriz de fuerzas centripetas y de Coriolis es antisimétrica,

$$S(q, \dot{q}) = \dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$$

por lo que la siguiente relación se satisface

$$x^T \left[\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right] x = 0$$

Propiedad 3. El vector de fricción es acotado, i.e.,

$$\begin{aligned}F(\dot{q}) &= K_d \text{sign}(\dot{q}) \text{ con } K_d = \text{diag}\{k_i\} \\ \|F(\dot{q})\| &\leq k \text{ con } k \text{ constante}\end{aligned}$$

Propiedad 4. El vector de gravedad es acotado, i.e.,

$$\|G(q)\| \leq g_b \text{ con } g_b \text{ constante}$$

3.2. Control de un Robot Manipulador

3.2.1. Control tipo PD de un Robot Manipulador

La estructura de un control PD tradicional es

$$\tau = -K_p(q - q^d) - K_d(\dot{q} - \dot{q}^d) \quad (3.2)$$

donde $K_p, K_d \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, son matrices diagonales definidas positivas, simétricas y constantes, las cuales corresponden a las ganancias proporcional y derivativa, $q^d \in \mathfrak{R}^n$ es la posición articular deseada, $\dot{q}^d \in \mathfrak{R}^n$ es la velocidad articular deseada. En esta tesis se discute el problema de seguimiento de trayectoria, por lo que $\dot{q}^d \neq 0$. En el caso de seguimiento de trayectoria debido a los cambios en la posición deseada se tiene que la velocidad no es cero. Sea $x_1 = q$ la posición articular deseada y $x_2 = \dot{q}$ el vector de velocidad, entonces se puede definir el error de seguimiento y la derivada del error de seguimiento como

$$\bar{x}_1 = x_1 - x_1^d, \quad \bar{x}_2 = \dot{x}_1 - \dot{x}_1^d, \quad \dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2$$

donde x_1^d es la posición articular deseada y \dot{x}_1^d es la velocidad articular deseada. En [14], se define r como una combinación lineal de el error de seguimiento y su respectiva derivada, como

$$r = \bar{x}_2 + \Lambda \bar{x}_1 \tag{3.3}$$

donde $\Lambda = \Lambda^T > 0$. El control PD (3.2) se puede ver como

$$\tau = -K_v r \tag{3.4}$$

donde $K_v \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, es una matriz diagonal definida positiva, simétrica y constante. De (3.3) y premultiplicando por la matriz de inercia, se tiene

$$\begin{aligned} M\dot{r} &= M\dot{\bar{x}}_2 + M\Lambda\dot{\bar{x}}_1 \\ &= M\ddot{q} - M\dot{q}^d + M\Lambda\dot{\bar{x}}_1 \end{aligned}$$

utilizando (3.1),

$$M\dot{r} = \tau - C\dot{q} - G - F - M\ddot{q}^d + M\Lambda\dot{\bar{x}}_1$$

sumando cero al lado derecho de la ecuación

$$\begin{aligned} M\dot{r} &= \tau - C\dot{q} - G - F - M\ddot{q}^d + M\Lambda\dot{\bar{x}}_1 + C\dot{q}^d - C\dot{q}^d + C\Lambda\bar{x}_1 - C\Lambda\bar{x}_1 \\ &= \tau - Cr + \left(M \left(\Lambda\dot{\bar{x}}_1 - \ddot{q}^d \right) + C \left(\Lambda\bar{x}_1 - \dot{q}^d \right) - G - F \right) \end{aligned}$$

Si la dinámica de (3.1) es conocida, el control PD con compensación de modelo es

$$\tau = -K_v r - z + G + F \tag{3.5}$$

3.2 Control de un Robot Manipulador

donde $z = M \left(\Lambda \dot{\bar{x}}_1 - \ddot{q}^d \right) + C \left(\Lambda \bar{x}_1 - \dot{q}^d \right)$. El sistema en lazo cerrado es

$$\begin{aligned} M\dot{r} &= \tau - Cr + z - G - F \\ &= -K_v r - Cr \end{aligned}$$

Si se propone la función candidata de Lyapunov $V(r) = \frac{1}{2} r^T M r$, por la *Propiedad 2*, $r^T \left[\dot{M} - 2C \right] r = 0$,

$$\begin{aligned} \dot{V}(r) &= r^T M \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r \\ &= r^T (-K_v r - Cr) + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r \\ &= -r^T K_v r \end{aligned}$$

se observa que $K_v \geq 0$, $\dot{V} \leq 0$. Por el Teorema Lyapunov, el punto de equilibrio $r = 0$ es estable y la expresión (3.3), se reduce de la siguiente manera

$$\begin{aligned} 0 &= \bar{x}_2 + \Lambda \bar{x}_1 = \dot{\bar{x}}_1 + \Lambda \bar{x}_1 \\ \dot{\bar{x}}_1 &= -\Lambda \bar{x}_1 \end{aligned}$$

cuyo polinomio en el dominio de la frecuencia tiene una raíz en el lado izquierdo del plano complejo ya que $\Lambda > 0$. Concluyendo que el error de seguimiento \bar{x}_1 es estable.

Si F y G son desconocidos, el control PD es

$$\tau = -K_v r \tag{3.6}$$

entonces

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T M \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r \\ &= -r^T K_v r - r^T Cr + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r + r^T (z - G - F) \end{aligned}$$

por la *Propiedad 2*, $r^T \left[\dot{M} - 2C \right] r = 0$, se tiene

$$\dot{V} = -r^T K_v r + r^T (z - G - F)$$

F y G son desconocidos, pero se conoce su cota $\|z - G - F\| \leq D$. Si la matriz K_v se puede escribir como $K_v = k_v I$, entonces

$$\dot{V} \leq -k_v \|r\|^2 + \|r\| D$$

donde D es una constante, $\|r\|$ es la norma del vector r . Con el fin de asegurar que $\dot{V} \leq 0$, se necesita que $\|r\| > \frac{D}{k_v}$. Lo cual significa que el error de seguimiento r va a converger a una bola con radio determinado por k_v de manera inversamente proporcional. Se puede concluir estabilidad práctica del sistema en lazo cerrado con el controlador PD (3.6).

3.2.2. Control PD con compensación por Redes Neuronales

Si F y G son desconocidos, una NN tipo perceptrón multicapa (2.4) con $V = I$, puede usarse para aproximar dichos términos

$$\widehat{W}_t \sigma(x) \approx G + F - z$$

donde $z = M \left(\Lambda \dot{\bar{x}}_1 - \ddot{q}^d \right) + C \left(\Lambda \bar{x}_1 - \dot{q}^d \right)$. Dado que

$$\begin{aligned} G + F - z &= W^* \sigma(x) + \eta \\ \eta^T \Lambda \eta &\leq \bar{\eta} \end{aligned} \tag{3.7}$$

donde W^* es una matriz de pesos constante, η es el error de estructura de la NN, Λ es una matriz tal que $\Lambda = \Lambda^T > 0$, entonces $\|\eta\|_{\Lambda} < \bar{\eta}$, $\sigma(x)$ es una función de activación y $x = \left[x_1^T, x_2^T, \bar{x}_1^T, \bar{x}_2^T, q^d, \dot{q}^d \right]^T$.

El control PD+NN es

$$\tau = -K_v r - \widehat{W}_t \sigma(x) \tag{3.8}$$

el sistema en lazo cerrado

$$\begin{aligned} M \dot{r} &= \tau - Cr - z + (G + F) \\ &= -K_v r - \widehat{W}_t \sigma(x) - Cr + W^* \sigma(x) + \eta \\ &= -K_v r - \widetilde{W}_t \sigma(x) - Cr + \eta \end{aligned}$$

3.2 Control de un Robot Manipulador

Si la función candidata de Lyapunov es

$$V(r, \widetilde{W}_t) = \frac{1}{2} r^T M r + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\widetilde{W}_t^T K_w^{-1} \widetilde{W}_t \right)$$

la derivada a lo largo de las trayectorias es

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T M \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r + \text{tr} \left(\widetilde{W}_t^T K_w^{-1} \dot{\widetilde{W}}_t \right) \\ &= r^T \left(-K_v r - \widetilde{W}_t \sigma(x) - C r + \eta \right) + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r + \text{tr} \left(\widetilde{W}_t^T K_w^{-1} \dot{\widetilde{W}}_t \right) \\ &= -r^T K_v r + r^T \eta - r^T C r + \frac{1}{2} r^T \dot{M} r + \text{tr} \left(\widetilde{W}_t^T \left(K_w^{-1} \dot{\widetilde{W}}_t - \sigma(x) r^T \right) \right) \end{aligned}$$

por la *Propiedad 2*, $r^T \left[\dot{M} - 2C \right] r = 0$, la ley de actualización de pesos es $\dot{\widetilde{W}}_t = K_w \sigma(x) r$ y la siguiente desigualdad

$$r^T \eta \leq r^T \Lambda r + \eta^T \Lambda^{-1} \eta \leq r^T \Lambda r + \bar{\eta}$$

$\|\eta\|_{\Lambda^{-1}} < \bar{\eta}$, entonces

$$\dot{V} \leq -r^T (K_v - \Lambda) r + \bar{\eta} \quad (3.9)$$

De acuerdo al teorema de Lyapunov si se cumple $K_v - \Lambda > 0$. La variable r definida como la combinación lineal del error de seguimiento y la derivada del error de seguimiento es última-mente acotado $\|r\|_{K_v - \Lambda}^2$ pues converge a $\bar{\eta}$

Si la matriz K_v se puede escribir como $K_v = k_v I$, entonces

$$\dot{V} \leq -k_v \|r\|^2 + \bar{\eta} \|r\|$$

Con el fin de asegurar que $\dot{V} \leq 0$, se necesita que $\|r\| > \frac{\bar{\eta}}{k_v}$. Lo cual significa que el error de seguimiento r va a converger a una circunferencia con radio determinado por k_v de manera inversamente proporcional. Concluyendo así estabilidad práctica del sistema .

3.3. Control PD con compensación Redes Neuronales y Modos Deslizantes en paralelo

Se pueden hacer combinaciones del control PD clásico con ambas técnicas de control moderno, NN y SM [15]. A continuación se muestra la combinación paralelo, es decir, PD+SM+NN es

$$\tau = -K_v r - \widehat{W}_t \sigma(x) - K_s \text{sign}(r_i) \quad (3.10)$$

donde $K_v, K_s \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, son matrices diagonales definidas positivas, simétricas y constantes, son las ganancias del controlador PD y del SM, respectivamente. Además $\text{sign}(r_i)$ es un vector definido como

$$\text{sign}(r_i) = [\text{sign}(r_1), \text{sign}(r_2), \dots, \text{sign}(r_n)]^T$$

El teorema 3.1 proporciona estabilidad asintótica del control PD con compensación por redes neuronales y modos deslizantes de primer orden en paralelo (3.10).

Teorema 3.1 Si la ley de adaptación de los pesos sinápticos de la red neuronal en (3.10) es

$$\dot{\widehat{W}}_t = K_w \sigma(x) r^T \quad (3.11)$$

donde $K_w > 0$, y si las ganancias PD, K_v , y del modo deslizante, K_s , se pueden escribir como $K_v = k_v I$ y $K_s = k_s I$, con

$$k_s > \bar{\eta} \quad (3.12)$$

donde $\bar{\eta}$ es la cota superior del error de estructura de la red neuronal (3.7), entonces el control PD+NN+SM (3.10) proporciona estabilidad asintótica del error de seguimiento, con

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0 \quad (3.13)$$

Demostración. De (3.1)

$$M\dot{r} = -\tau - Cr + z + d$$

3.3 Control PD con compensación Redes Neuronales y Modos Deslizantes en paralelo

donde $z(x) = M \left(\Lambda \dot{e} + \ddot{q}^d \right) + C \left(\Lambda e + \dot{q}^d \right)$, $d = -(G + F)$. Los parámetros desconocidos son aproximados por una NN tipo perceptrón multicapa (2.4)

$$z + d = \widehat{W}_t \sigma(x) + \eta \quad (3.14)$$

donde η es el error de estructura de NN. Usando el control (3.10), el sistema en lazo cerrado es

$$M\dot{r} = -K_v r - K_s \text{sign}(r) - Cr + \tilde{z} + \eta$$

donde $\tilde{z} = z + d - \hat{z}$. Esto se puede escribir como

$$M\dot{r} = -K_v r - K_s \text{sign}(r) - Cr + \tilde{W} \sigma(x) + \eta \quad (3.15)$$

Definiendo la función candidata de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} r^T M r + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\tilde{W}^T K_w^{-1} \tilde{W} \right)$$

La derivada de la función candidata de Lyapunov es

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -r^T K_v r - r^T K_s \text{sign}(r) + \frac{1}{2} r^T \left(\dot{M} - 2C \right) r \\ &+ \text{tr} \left[\tilde{W}^T \left(K_w^{-1} \dot{\tilde{W}} + \sigma(x) r^T \right) \right] + r^T \eta \end{aligned}$$

Usando la ley de actualización de los pesos sinápticos (3.11), por la Propiedad 2, $r^T \left[\dot{M} - 2C \right] r = 0$ y si las matrices K_v , K_s se pueden escribir como $K_v = k_v I$, $K_s = k_s I$, entonces

$$\dot{V} \leq -k_v \|r\|^2 - k_s \|r\| + \bar{\eta} \|r\|$$

Si k_s satisface (3.12)

$$\dot{V} \leq 0$$

lo cual implica que $r = 0$ es alcanzado en tiempo finito, ya que

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -Const \\ \int_0^t dV &= -Const \int_0^t dt \\ V(t) - V(0) &= -t Const \end{aligned}$$

en un tiempo $t = T$, $V(t) = 0$, ya que es una función de energía con derivada negativa

$$\begin{aligned} t \text{ Const} &= V(0) - V(t) \\ T &= \frac{V(0)}{\text{Const}} \end{aligned}$$

entonces todas las variables convergen exponencialmente a cero. Esto es (3.13). ■

Comentario 3.1 *En análisis del controlador PD+NN+SM se asume, que al iniciar el controlador, la red neuronal ya compensó los parámetros desconocidos del modelo, sin embargo, esto no es posible ya que la red neuronal requiere un tiempo de entrenamiento y al iniciar el modo deslizante al mismo tiempo que la red neuronal, esta puede tomar como parámetro desconocido al modo deslizante.*

3.4. Simulación

Para efectos de simulación se usa como modelo de referencia, un robot manipulador de dos eslabones para evaluar los algoritmos de control analizados y el algoritmo propuesto. Se sabe que el modelo dinámico de un robot es

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = \tau$$

donde, para el caso de un robot planar de dos eslabones, la matriz de Inercia, $M(q)$ es

$$\begin{aligned} M(q) &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \\ M_{11} &= m_1 (r_1^2/4 + l_1^2/3) \\ &+ m_2 (l_1^2 + r_2^2/4 + l_2^2/3 + l_1 l_2 \cos q_2) \\ M_{12} &= m_2 (r_2^2/4 + l_2^2/3 + \frac{1}{2} l_1 l_2 \cos q_2) \\ &+ m_L l_2^2 = M_{21} \\ M_{22} &= m_2 (r_2^2/4 + l_2^2/3) + m_L l_2^2 \end{aligned}$$

3.4 Simulación

La matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis, $C(q, \dot{q})$ es

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -V_m \dot{q}_2 \sin q_2 & -V_m \sin q_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ V_m \dot{q}_1 \sin q_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_m = \left(\frac{1}{2}m_2 l_1 l_2 + m_L l_1 l_2\right)$$

El vectores de fuerzas gravitacionales y de fricción, $G(q)$ y $F(\dot{q})$, respectivamente, son

$$G(q) = \begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2}m_1 + m_2\right) gl_1 \cos q_1 + \frac{1}{2}m_2 gl_2 \cos (q_1 + q_2) \\ \frac{1}{2}m_2 gl_2 \cos (q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$F(\dot{q}) = \begin{bmatrix} v_1 \text{sign}(\dot{q}_1) \\ v_2 \text{sign}(\dot{q}_2) \end{bmatrix}$$

Los parámetros usados para el robot son: $m_1 = 4,5 \text{ kg}$, $m_2 = 1,3 \text{ kg}$, $r_1 = r_2 = 0,5 \text{ m}$, $l_1 = l_2 = 1 \text{ m}$, $v_1 = 0,8$, $v_2 = 0,8$, $g = 9,81 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}$. Las entradas de referencia son $q_1^d(t) = 2 \sin t$, $q_2^d(t) = 2 \cos t$, con condiciones iniciales $q^d(0) = [q_1^d(0), q_2^d(0)]^T = [0, 2]^T$, $\dot{q}^d(0) = [\dot{q}_1^d(0), \dot{q}_2^d(0)]^T = [2, 0]^T$.

3.4.1. Controlador PD clásico

Un controlador PD clásico para para el seguimiento de posición de un robot de dos eslabones es

$$\tau = K_v r = K_v (\bar{x}_2 + \Lambda \bar{x}_1) = K_p \bar{x}_1 + K_d \bar{x}_2 \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = -K_p \begin{bmatrix} q_1 - q_1^d \\ q_2 - q_2^d \end{bmatrix} - K_d \begin{bmatrix} \dot{q}_1 - \dot{q}_1^d \\ \dot{q}_2 - \dot{q}_2^d \end{bmatrix}$$

donde $K_p = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$, $K_d = \begin{bmatrix} 30 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix}$. Los resultados del seguimiento de trayectoria de q_1 y q_2 al aplicar el control (3.16) se muestran en Figura 3.1 y Figura 3.2. La señal de control se puede observar en la Figura 3.4. Existen dos problemas para el control PD estándar, (a) El error en estado estable no es cero tal como se muestra en la Figura 3.3; (b) La ganancia del controlador

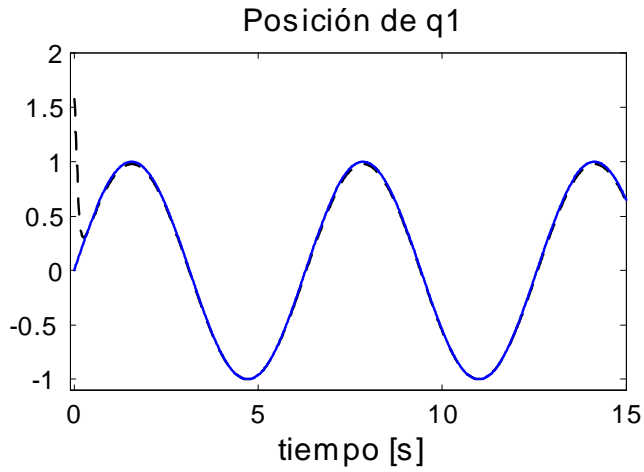


Figura 3.1: Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.

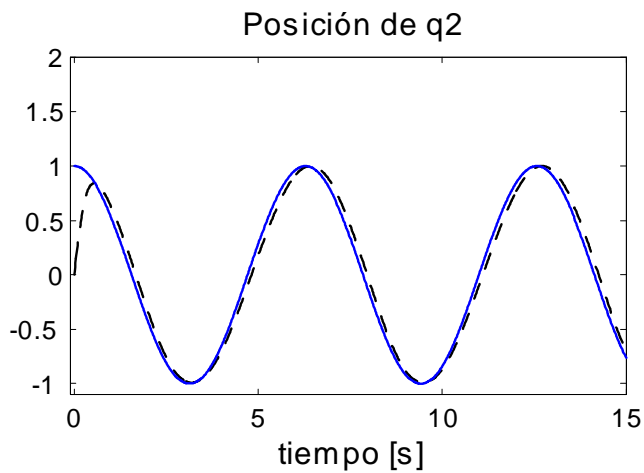


Figura 3.2: Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.

3.4 Simulación

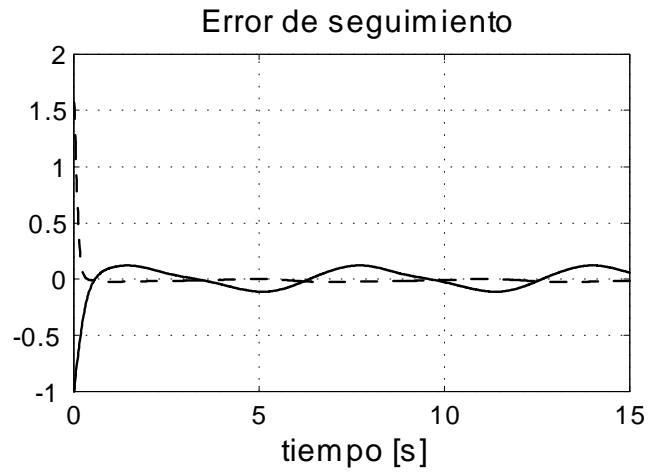


Figura 3.3: Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

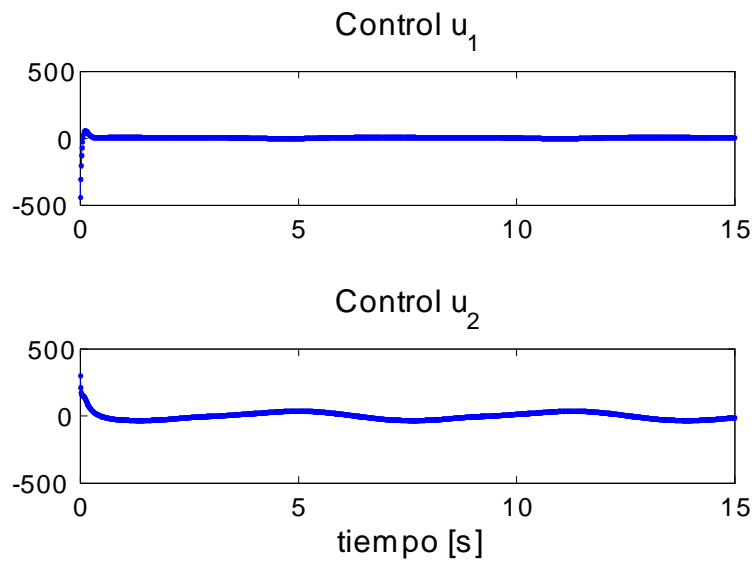


Figura 3.4: Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2 .

PD es grande por lo que el esfuerzo de control es grande cuando el error de seguimiento es de magnitud considerable como en el caso de incertidumbre paramétrica.

El error en estado estable no es cero, tal como se muestra en la Figura 3.5.

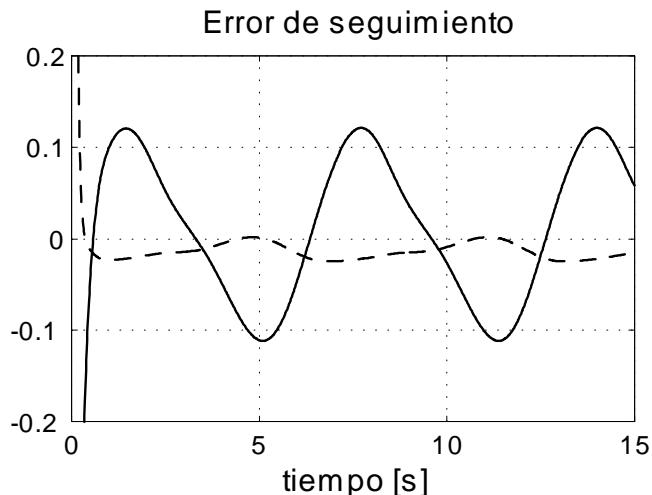


Figura 3.5: Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

3.4.2. Control PD con compensación por Redes Neuronales

Para la simulación del caso en que la fricción y la gravedad son aproximados por una NN estática tipo perceptrón multicapa (2.4), se considera que la función de activación $\sigma(x)$ es

$$\sigma(x) = \tanh(x),$$

La ley de control es

$$\tau = -K_v r - \widehat{W} \sigma(x)$$

donde $K_p = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$, $K_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, con condiciones iniciales para los pesos sinápticos

$W^* = [-10, -10, -10, -10, -10, -10, -10, -10, -10, -10, -10, -10, -10]$. La ley de actualización de pesos es

$$\dot{\widehat{W}} = K_\omega \sigma(x) r^T$$

3.4 Simulación

donde $K_\omega = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$. La Figura 3.6 y la Figura 3.7 muestran el seguimiento de la posición $q = [q_1, q_2]$. Después, La Figura 3.8 muestra el error de seguimiento y la Figura 3.9 muestra la señales de control para cada eslabón.

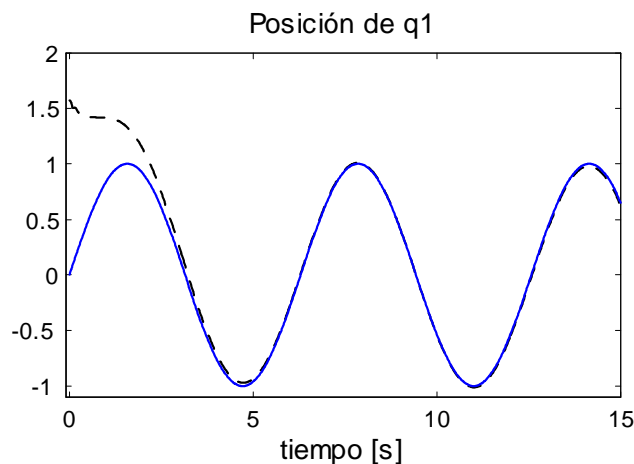


Figura 3.6: Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Posición angular q_1 [rad], línea segmentada.

El error en estado estable no es cero, tal como se muestra en la Figura 3.10.

3.4.3. Control PD con compensación Redes Neuronales y Modos Deslizantes en paralelo

Para la simulación del caso en que la fricción y la gravedad son aproximados por una NN estática tipo perceptrón multicapa (2.4) y un control SM en paralelo, se considera la función de activación $\sigma(x)$ es

$$\sigma(x) = \tanh(x),$$

La ley de control es

$$\tau = -K_v r - \widehat{W} \sigma(x) - K_s \text{sign}(r_i)$$

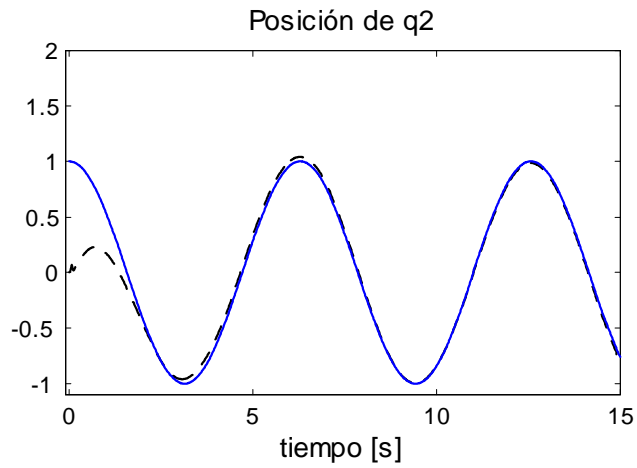


Figura 3.7: Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.

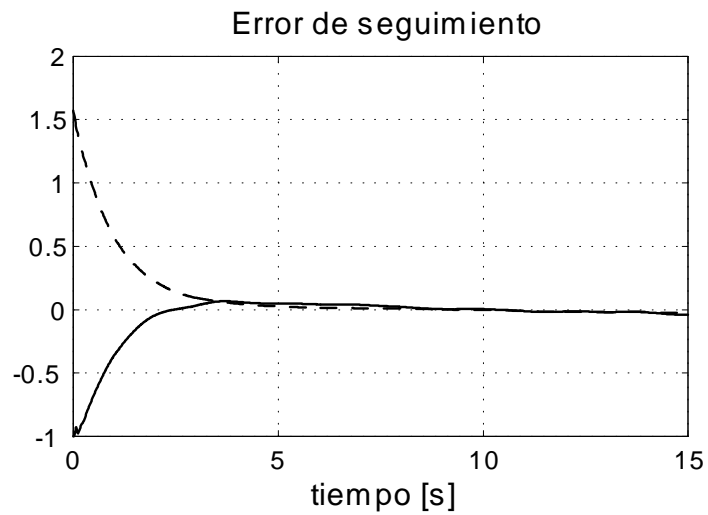


Figura 3.8: Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

3.4 Simulación

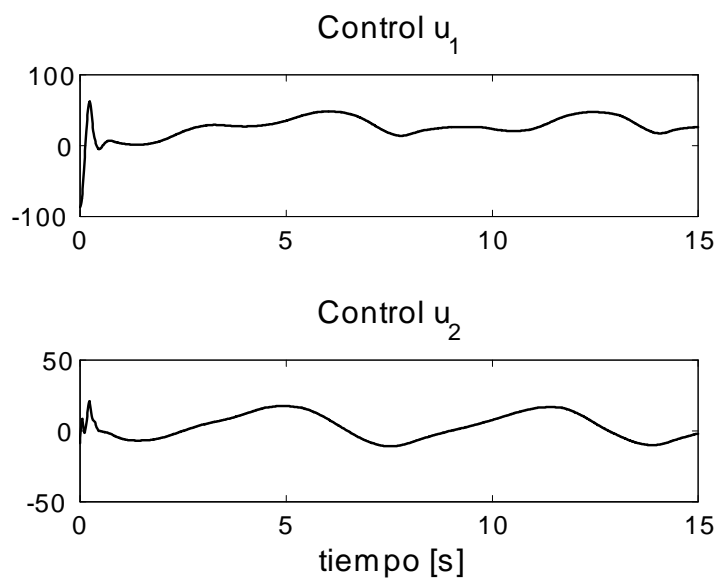


Figura 3.9: Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2 .

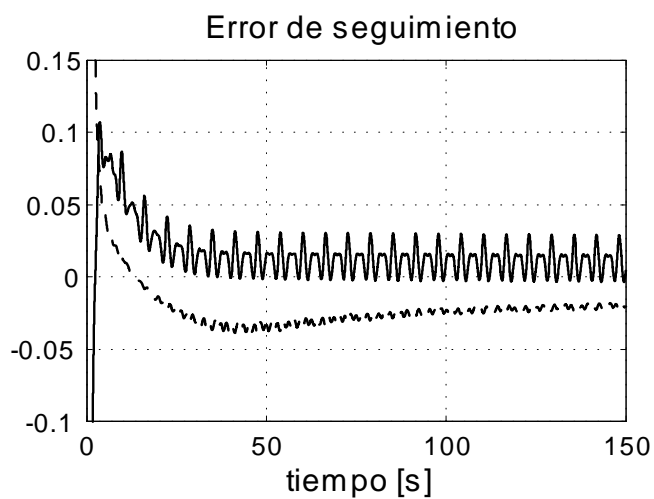


Figura 3.10: Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

donde $K_p = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$, $K_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, con condiciones iniciales para los pesos sinápticos $W^* = [-40, -45, -85, -65, -20, -10, -15, 5, -25, -1, -50, -15]$. La ley de actualización de pesos es

$$\dot{\widehat{W}} = K_\omega \sigma(x) r^T$$

donde $K_\omega = \begin{bmatrix} 300 & 0 \\ 0 & 300 \end{bmatrix}$ y la ganancia del SM es $K_s = \begin{bmatrix} 40 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}$. La Figura 3.11 y la Figura 3.12 muestran el seguimiento de la posición $q = [q_1, q_2]$. Enseguida, la Figura 3.13 muestra el error de seguimiento y la Figura 3.14 muestra la señales de control para cada eslabón.

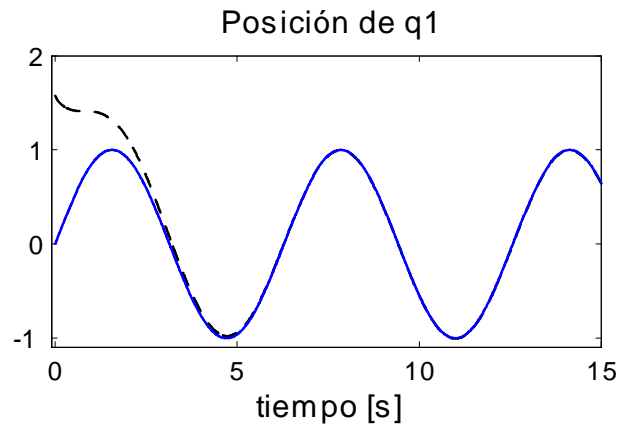


Figura 3.11: Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.

El error en estado estable no es cero tal como se muestra en la Figura 3.15.

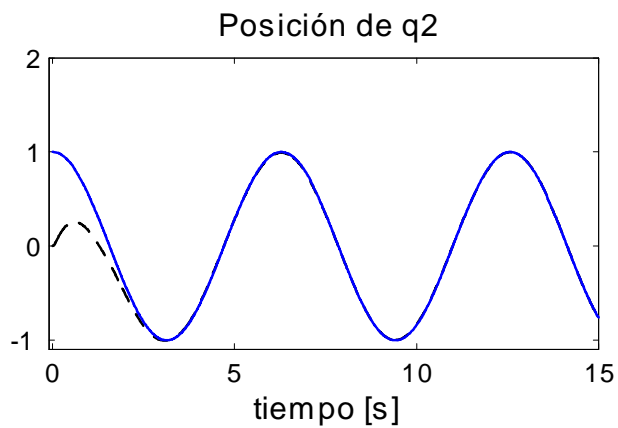


Figura 3.12: Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.

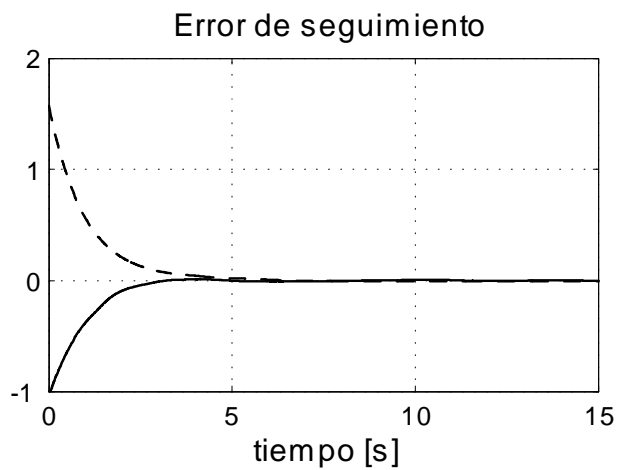


Figura 3.13: Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

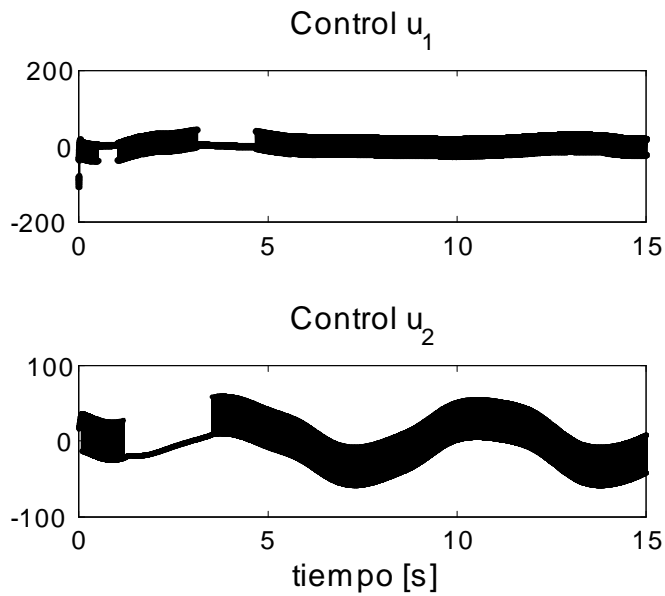


Figura 3.14: Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2 .

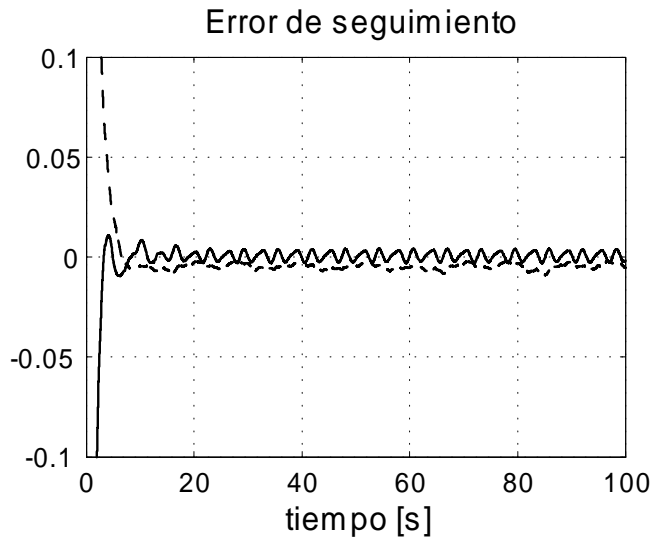


Figura 3.15: Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

IV

Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie para un Robot Manipulador

En este capítulo se plantea el problema de control de un robot manipulador de n eslabones con incertidumbre paramétrica. F y G que son términos no lineales que se pueden aproximar por una NN. Se propone un control PD con compensación NN serie con un control SOSM. En particular se usa el controlador TA. Mientras el Control PD+NN lleva el error de seguimiento a una zona determinada por el error de aproximación de la red neuronal y la ganancia PD, el controlador TA asegura que el error sea llevado a cero cuando t tiende a infinito.

A partir del resultado del Capítulo 3 donde se demuestra estabilidad práctica del sistema en cuestión usando un control PD con compensación NN, primero se muestra que el origen es un punto de equilibrio globalmente uniformemente asintóticamente estable del sistema en lazo cerrado usando el controlador TA. Para el control serial que se propone, PD+NN+SOSM, se

demuestra estabilidad global uniforme asintótica del sistema en lazo cerrado, después, se discute los beneficios del controlador y finalmente se detalla como se realizaron las simulaciones para comprobar su funcionamiento.

4.1. Control de un Robot Manipulador con Modos Deslizantes de Segundo Orden

Considere el sistema (3.1)

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = \tau$$

Introduzca las variables $x_1 = q \in \mathbb{R}^n$ y $x_2 = \dot{q} \in \mathbb{R}^n$, y el error de seguimiento

$$\bar{x}_1 = x_1 - x_1^d, \quad \bar{x}_2 = \dot{x}_1 - \dot{x}_1^d, \quad \dot{\bar{x}}_1 = \bar{x}_2$$

donde x_1^d es un vector de posición articular deseada y \dot{x}_1^d es el vector de velocidad articular deseada. Para el caso escalar, i.e. cuando $q \in \mathbb{R}$, el control puede ser diseñado directamente usando SOSM.

Particularmente, de nuevo para el caso escalar, es posible usar directamente el controlador TA [17] como ley de control

$$u = -\alpha \text{sign}(\bar{x}_1) - \beta \text{sign}(\bar{x}_2) \tag{4.1}$$

donde α y β son constantes positivas. El algoritmo garantiza estabilidad en tiempo finito del error de seguimiento bajo perturbaciones acotadas. Para esto se reescribe el sistema como $2n$ ecuaciones diferenciales de primer orden

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2 \\ M\dot{\bar{x}}_2 &= \tau - C\bar{x}_2 - M\ddot{q}^d - C\dot{q}^d + d \end{aligned}$$

donde d es

$$d = -G - F$$

4.1 Control de un Robot Manipulador con Modos Deslizantes de Segundo Orden

Recordando que la matriz $M(q)$ es invertible, ya que $M(q) = M^T(q)$ es estrictamente definida positiva, se puede reescribir

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2 \\ \dot{\bar{x}}_2 &= f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2) + g(\bar{x}_1) \tau + \delta(t)\end{aligned}\quad (4.2)$$

donde la parte nominal del sistema es

$$f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2) = -M^{-1}(C\bar{x}_2 - M\ddot{q}^d - C\dot{q}^d), \quad g(\bar{x}_1) = M^{-1}(\bar{x}_1)$$

y las incertidumbres están concentradas en $\delta(t) = M^{-1}d$, lo cual cumple que las perturbaciones son acopladas y están acotadas por hipótesis, i.e., $|\delta(t)| \leq \bar{\delta} \forall t \geq 0$.

El control puede ser elegido como se muestra en el teorema 4.1 que proporciona estabilidad global uniforme asintótica, del error de seguimiento, del sistema (4.2).

Teorema 4.1 *El control*

$$\tau = g^{-1}(\bar{x}_1)(u - f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2)) \quad (4.3)$$

donde $u = (u_1, \dots, u_n)^T$,

$$u_i = -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i), \quad i = 1, \dots, n. \quad (4.4)$$

con las ganancias seleccionadas para satisfacer

$$\alpha_i > \beta_i > \bar{\delta}_i \quad (4.5)$$

garantiza estabilidad global uniforme asintótica cuando t tiende a infinito del error de seguimiento, es decir

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_1(t) = 0 \quad (4.6)$$

Demostración. Primero note que $g^{-1}(\bar{x}_1) = M$, por lo que esta bien definido. Ahora aplicando el control τ (4.3), agrupando las ecuaciones del sistema (4.2) por bloques donde cada bloque tiene su propia entrada y está acoplado con los demás solo a través de la perturbación, se obtiene

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_1^i &= \bar{x}_2^i \\ \dot{\bar{x}}_2^i &= u_i + \delta_i\end{aligned}$$

u_i es el controlador (4.4), es decir,

$$u_i = -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i), i = 1, \dots, n.$$

el sistema en lazo cerrado es

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1^i &= \bar{x}_2^i \\ \dot{\bar{x}}_2^i &= -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i) + \delta_i \end{aligned} \quad (4.7)$$

Ahora bien, proponiendo el siguiente conjunto de funciones candidatas de Lyapunov, una por cada subsistema,

$$V_i(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) = \frac{1}{2} (\bar{x}_2^i)^2 + \alpha |\bar{x}_1^i|, i = 1, \dots, m,$$

se puede observar que es V_i no es continuamente diferenciable por lo se realiza un análisis usando el Principio de Invarianza Extendida. Calculando la derivada a lo largo de las trayectorias de cada subsistema

$$\begin{aligned} \dot{V}_i(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) \Big|_{\dot{\bar{x}}_1^i, \dot{\bar{x}}_2^i} &= \bar{x}_2^i \dot{\bar{x}}_2^i + \alpha \text{sign}(\bar{x}_1^i) \dot{\bar{x}}_1^i \\ &= -\bar{x}_2^i (\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) + \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i) + \delta_i) + \alpha \text{sign}(\bar{x}_1^i) \bar{x}_2^i \\ &= -\bar{x}_2^i \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i) + \bar{x}_2^i \delta_i \end{aligned}$$

cuando $\delta_i = 0$,

$$\dot{V}_i(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) \Big|_{\dot{\bar{x}}_1^i, \dot{\bar{x}}_2^i} = -\bar{x}_2^i \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i)$$

el sistema en lazo cerrado (4.7) es estable. Ahora bien, considerando $\delta_i \neq 0$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq -|\bar{x}_2^i| \beta_i |\text{sign}(\bar{x}_2^i)| + |\bar{x}_2^i| \bar{\delta}_i \\ &= -|\bar{x}_2^i| \beta_i + |\bar{x}_2^i| \bar{\delta}_i \\ &= -|\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\delta}_i) \end{aligned}$$

Si las ganancias del controlador TA satisfacen (4.5), entonces

$$\dot{V}_i \leq 0$$

4.2 Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie

Se concluye estabilidad del error de seguimiento para cada subsistema, y por tanto, para el sistema completo. Además, usando $V_i = \frac{1}{2} (\bar{x}_2^i)^2 + \alpha |\bar{x}_1^i|$ y $W_i = \bar{x}_1^i \bar{x}_2^i$ [23], se prueba que el error de seguimiento es globalmente asintóticamente estable, es decir, (4.6). Para verificar la condición 1,

$$\dot{V}_i \leq -|\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\delta}_i) = -V_1^i (\bar{x}_2^i)$$

ya que se cumple que V_1 es una función continua semidefinida positiva

$$V_1^i (\bar{x}_2^i) = |\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\delta}_i)$$

con

$$\begin{aligned} \dot{W}_1^i &= (\bar{x}_2^i)^2 - \bar{x}_1^i (\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) + \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i) - \delta_i) \\ &\leq |\bar{x}_2^i| |\bar{x}_2^i| - |\bar{x}_1^i| \alpha_i + \bar{x}_1^i \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i) - \bar{x}_1^i |\delta_i| \\ &\leq (\beta_i - \bar{\delta}_i) (\beta_i - \bar{\delta}_i)^{-1} |\bar{x}_2^i| |\bar{x}_2^i| - |\bar{x}_1^i| (\alpha_i - \beta_i + \bar{\delta}_i) \\ &= \gamma (\beta_i - \bar{\delta}_i)^{-1} |\bar{x}_2^i| - |\bar{x}_1^i| (\alpha_i - \beta_i + \bar{\delta}_i) \\ &= \gamma (\beta_i - \bar{\delta}_i)^{-2} V_1^i (\bar{x}_2^i) - |\bar{x}_1^i| (\alpha_i - \beta_i + \bar{\delta}_i) \\ &= \gamma (\beta_i - \bar{\delta}_i)^{-2} V_1^i (\bar{x}_2^i) - W_1^i (\bar{x}_1^i) \end{aligned}$$

la cual es menor que cero en el conjunto $V_1^\gamma = \{(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) : |\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\delta}_i) \leq \gamma\}$. Dado que $\alpha_i > \beta_i > \bar{\delta}_i$, $V_1^i (\bar{x}_2^i) + W_1^i (\bar{x}_1^i) = |\bar{x}_2^i| (\beta_i - \delta_i) + |\bar{x}_1^i| (\alpha_i - \beta_i + \bar{\delta}_i)$ es una función definida positiva, por el teorema del principio de invarianza extendida el origen, $\bar{x}_1(t) = 0$, es un punto de equilibrio globalmente uniformemente asintóticamente estable del sistema (4.7). ■

Comentario 4.1 $\bar{\delta}$ es la cota superior de $\|G + F\|$, por lo que, las ganancias deben ser lo suficiente grandes para compensar la perturbación, generando un mayor efecto de chattering.

4.2. Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie

Existen dos problemas con el controlador paralelo (3.10)

- El PD+NN y la compensación por SM, son aplicados a la planta al mismo tiempo. Mientras la NN es entrenada, el SM es aplicado, es decir, la ganancia SM debe ser lo suficientemente grande tal que cancele el error de estructura de la red neuronal en fase de entrenamiento.
- Esta restringido a sistemas con grado relativo 1.

Dado el problema anterior en el control PD+NN+SM, en esta tesis se propone el siguiente modelo de Control PD con NN y SOSM en serie, (PD+NN/SOSM), para resolverlo.

Primero, un algoritmo de conmutación, conmutando solo una vez, asegura que el controlador SOSM inicie después que el entrenamiento de la NN termine. El controlador PD+NN/SOSM es

$$\tau = s_t \tau_1 + (1 - s_t) \tau_2 \quad (4.8)$$

Donde s_t es una variable que conmuta entre el controlador τ_1 y el controlador τ_2 y toma los valores 1 y 0, lo cual se define como

$$s_t = \begin{cases} 1 & \text{if } \|r\|_Q^2 \geq \bar{\eta} \\ 0 & \text{if } \|r\|_Q^2 < \bar{\eta} \end{cases} \quad (4.9)$$

donde $\bar{\eta}$ es definida como la cota superior del error de seguimiento del controlador PD+NN, $\|r\|_Q^2 = r^T Q r$, $Q = K_v - \Lambda_1^{-1}$, Λ_1 es definido en (3.7). El control (4.8) es llamado de compensación serial, porque el control neuronal τ_1 y el modo deslizante τ_2 no son aplicados al mismo tiempo al robot manipulator, por el contrario, son aplicados uno a uno. El control τ_1 es el control PD+NN, esto es

$$\tau_1 = -K_v r - \widehat{W}_t \sigma(x) \quad (4.10)$$

donde la NN aproxima los parámetros desconocidos

$$\widehat{W}_t \sigma(x) \approx d + f$$

donde $z(x) = M \left(\Lambda \dot{\bar{x}}_1 - \ddot{q}^d \right) + C \left(\Lambda \bar{x}_1 - \dot{q}^d \right)$, $d = -(G + F)$. La ley de actualización de los pesos sinápticos es

$$\dot{\widehat{W}}_t = s_t K_w \sigma(x) r^T \quad (4.11)$$

4.2 Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie

El control τ_2 es un control SOSM usando, como en la sección 3.1, un controlador TA [17] para el caso escalar, es decir, $q \in \mathfrak{R}^n$ con la ley de control (4.1). En el caso general, cuando $q \in \mathfrak{R}^n$, es posible usar la misma idea, de la misma manera descomponiendo el sistema original en n subsistemas escalares. Para esto reescribe el sistema como $2n$ ecuaciones diferenciales de primer orden

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2 \\ M\dot{\bar{x}}_2 &= \tau - C\bar{x}_2 + d\end{aligned}$$

donde d es

$$d = \eta$$

Recordando que la matriz $M(x)$ es invertible, ya que $M(x) = M^T(x)$ es estrictamente definida positiva, se puede reescribir

$$\begin{aligned}\dot{\bar{x}}_1 &= \bar{x}_2 \\ \dot{\bar{x}}_2 &= f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2) + g(\bar{x}_1) \tau + \delta\end{aligned}\tag{4.12}$$

donde la parte nominal del sistema es

$$f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2) = -M^{-1}(C\bar{x}_2), \quad g(\bar{x}_1) = M^{-1}(\bar{x}_1)$$

y las incertidumbres están concentradas en $\eta = M^{-1}d$, lo cual cumple que la condición de acoplamiento para la incertidumbre y, además, están acotadas por hipótesis, i.e., $\|\eta\| \leq \bar{\eta}, \forall t \geq 0$.

El teorema 4.2 proporciona estabilidad global uniforme asintótica del error de seguimiento, cuando t tiende a infinito, del sistema (4.12).

Teorema 4.2 *Sea el control (4.8) con $s_t \in [0, 1]$, donde el controlador τ_1 es el control PD con compensación NN (4.10), con la ley de adaptación de los pesos sinápticos (4.11) y el controlador es τ_2*

$$\tau_2 = g^{-1}(\bar{x}_1)(u - f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2))$$

donde $u = (u_1, \dots, u_n)^T$,

$$u_i = -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i), i = 1, \dots, n,$$

con las ganancias seleccionadas para satisfacer

$$\alpha_i > \beta_i > \bar{\eta} \quad (4.13)$$

garantiza estabilidad global uniforme asintótica cuando t tiende a infinito del error de seguimiento, es decir

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \bar{x}_1(t) = 0 \quad (4.14)$$

Demostración. La prueba se divide en dos partes:

I) Si $\|r\|_Q^2 \geq \bar{\eta}$, $s_t = 1$ y $\tau = \tau_1$. Con la función candidata de Lyapunov $W = \frac{1}{2}r^T M r + \frac{1}{2}tr \left(\widetilde{W}_t^T K_w^{-1} \widetilde{W}_t \right)$. Por (3.9) r converge a una bola de radio $\bar{\eta}$.

II) Si en el tiempo $t = t_0$, $\|r\|_Q^2 < \bar{\eta}$, entonces, $s_t = 0$ y $\tau = \tau_2$. Aplicando el control τ_2 , agrupando las ecuaciones del sistema (4.2) por bloques donde cada bloque tiene su propia entrada y está acoplado con los demás a través de la perturbación, se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1^i &= \bar{x}_2^i \\ \dot{\bar{x}}_2^i &= u_i + \delta_i \end{aligned}$$

u_i es el controlador (4.1), es decir,

$$u_i = -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i), i = 1, \dots, n.$$

el sistema en lazo cerrado es

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}_1^i &= \bar{x}_2^i \\ \dot{\bar{x}}_2^i &= -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i) + \delta_i \end{aligned} \quad (4.15)$$

con

$$\|\delta_i\| \leq \bar{\eta}$$

4.2 Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie

Ahora bien, proponiendo el siguiente conjunto de funciones candidatas de Lyapunov, una por cada subsistema,

$$V_i(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) = \frac{1}{2} (\bar{x}_2^i)^2 + \alpha |\bar{x}_1^i|, i = 1, \dots, m,$$

se puede observar que V_i no es continuamente diferenciable por lo se realiza un análisis usando el Principio de Invarianza Extendida, de manera análoga al análisis del controlador (4.3), calculando la derivada a lo largo de las trayectorias de cada subsistema

$$\dot{V}_i(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) \Big|_{\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i} \leq -|\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\eta})$$

cuando $\bar{\eta} = 0$,

$$\dot{V}_i(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) \Big|_{\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i} = -\bar{x}_2^i \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i)$$

el sistema en lazo cerrado (4.15) es estable. Ahora bien, considerando $\delta_i \neq 0$

$$\dot{V}_i \leq -|\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\eta})$$

Si las ganancias del controlador TA satisfacen (4.13), entonces

$$\dot{V}_i \leq 0$$

Se concluye estabilidad del error de seguimiento para cada subsistema, y por tanto, para el sistema completo. Además, usando el principio de invarianza extendida, con $V_i = \frac{1}{2} (\bar{x}_2^i)^2 + \alpha |\bar{x}_1^i|$ y $W_i = \bar{x}_1^i \bar{x}_2^i$ [23], se prueba que el error de seguimiento es globalmente uniformemente asintóticamente estable, es decir, (4.14). Para verificar la condición 1,

$$\dot{V}_i \leq -|\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\eta}) = -V_1^i(\bar{x}_2^i)$$

ya que se cumple que V_1 es una función continua semidefinida positiva

$$V_1^i(\bar{x}_2^i) = |\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\eta})$$

con

$$\dot{W}_1^i \leq \gamma (\beta_i - \bar{\eta})^{-2} V_1^i(\bar{x}_2^i) - W_1^i(\bar{x}_1^i)$$

el cual es menor que cero en el conjunto $V_1^\gamma = \{(\bar{x}_1^i, \bar{x}_2^i) : |\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\eta}) \leq \gamma\}$. Dado que $\alpha_i > \beta_i > \bar{\eta}$ $V_1^i(\bar{x}_2^i) + W_1^i(\bar{x}_1^i) = |\bar{x}_2^i| (\beta_i - \bar{\eta}) + |\bar{x}_1^i| (\alpha_i - \beta_i + \bar{\eta})$ es una función definida positiva

si , por el teorema del principio de invarianza extendida el origen, $\bar{x}_1(t) = 0$, es un punto de equilibrio globalmente uniformemente asintóticamente estable del sistema (4.15). ■

Comentario 4.2 $\bar{\delta}$ es la cota superior del error de estructura de la red neuronal, i.e. $\bar{\eta}$, por lo que las ganancias deben ser lo suficientemente grandes para compensar la perturbación determinada por $\bar{\eta}$ lo que conlleva a un menor efecto de chattering.

Comentario 4.3 El controlador (4.9) requiere un parámetro de diseño: $\bar{\eta}$, la cota superior del error de estructura de la red neuronal, ya que es la constante de conmutación. Cuando inicia la compensación del modo deslizante, $\bar{\eta}$ decide cuando se termina el aprendizaje de la red neuronal e inicia el control por modos deslizantes. Como elegir este parámetro es elección del usuario. Cuando más grande es $\bar{\eta}$, el tiempo de entrenamiento de la red neuronal es más pequeño. En este caso, el error de modelo de la red neuronal es más grande. Si $\bar{\eta}$ es muy pequeño la dinámica no modelada evita que la condición $\|r\|_Q^2 < \bar{\eta}$ se cumpla, por lo que el controlador (4.9) no puede activar la compensación por modos deslizantes.

4.3. Simulación

Para efectos de simulación se usa el modelo de referencia del capítulo 3, un robot manipulador de dos eslabones, para evaluar el algoritmo propuesto. De la misma manera, son usados los parámetros del modelo del robot, de referencia y de condiciones iniciales.

4.3.1. Controlador Twisting

Con un controlador TA, para cada eslabón, de la forma

$$u_i = -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i), \quad i = 1, 2. \quad (4.16)$$

donde $\alpha_1 = 12, \alpha_2 = 15, \beta_1 = 6, \beta_2 = 9$. La Figura 4.1 y la Figura 4.2 muestran el seguimiento de la posición q . Por otra parte, la Figura 4.3 muestra el error de seguimiento y la Figura 4.4 muestra la señales de control para cada eslabón.

4.3 Simulación

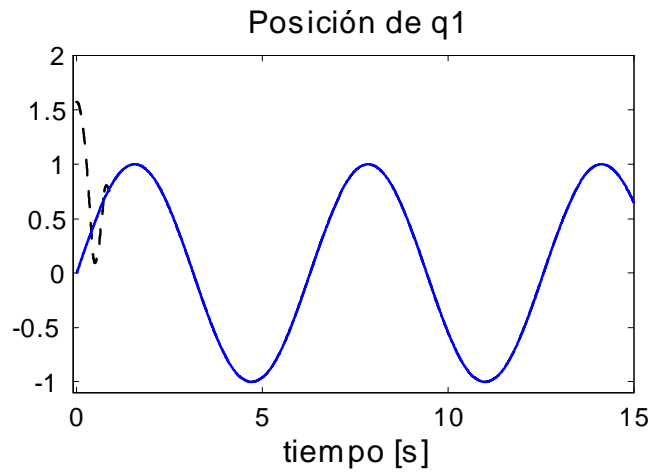


Figura 4.1: Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.

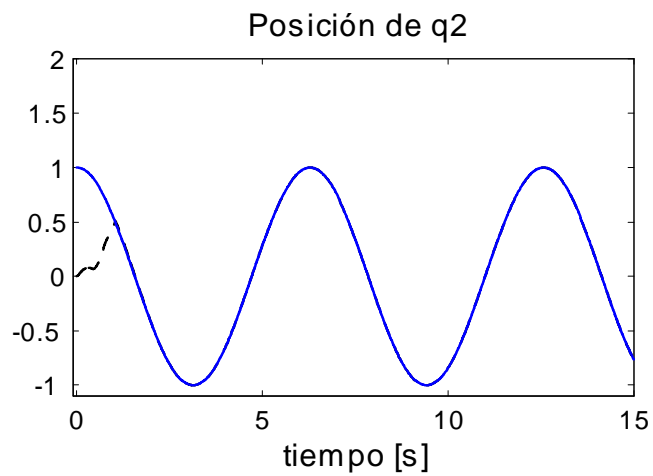


Figura 4.2: Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.

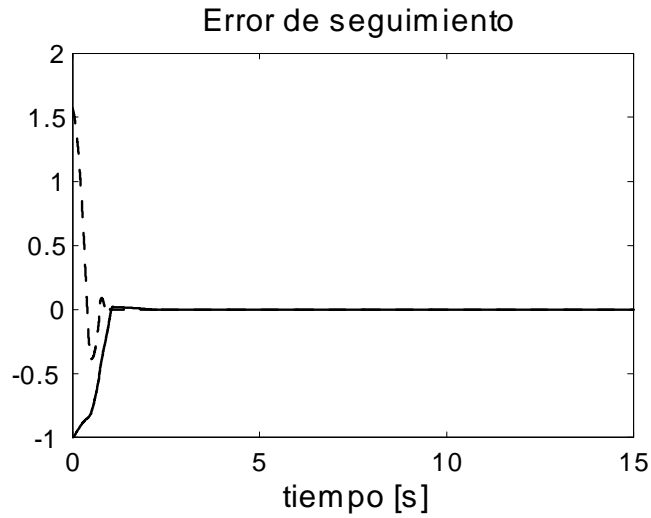


Figura 4.3: Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

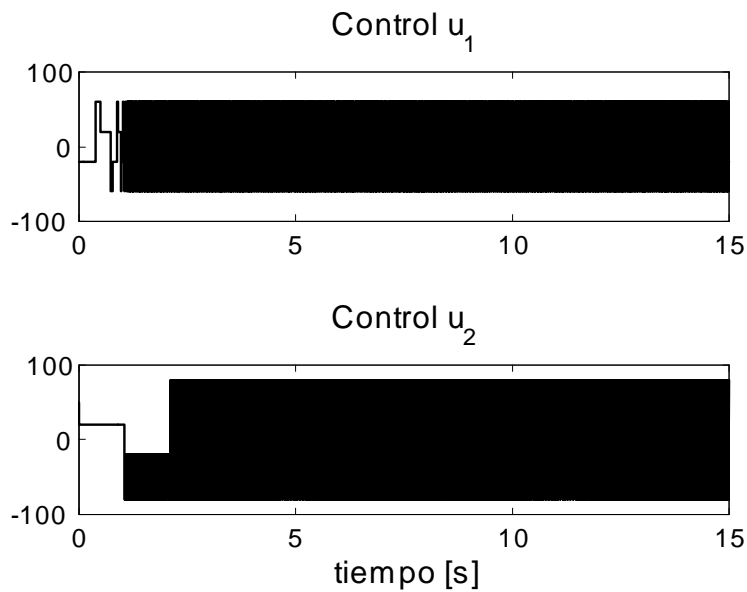


Figura 4.4: Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 y u_2 [N], abajo, para q_2 .

4.3 Simulación

Se observa que el control SOSM es rápido y el error de seguimiento converge a cero tal como se muestra en la Figura 4.5.

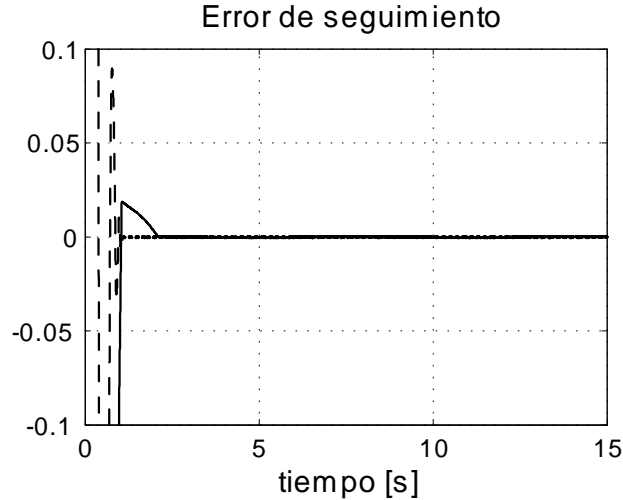


Figura 4.5: Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

4.3.2. Control PD con compensación por Redes Neuronales y Modos Deslizantes de Segundo Orden en serie

La velocidad de convergencia del control de SM es rápida pero siempre hay chattering en la señal de control. El control por NN no presenta chattering, pero la velocidad de convergencia es más lenta y el error de seguimiento es grande. En el controlador PD+NN/SOSM, la fricción y la gravedad son aproximados por una NN estática tipo perceptrón multicapa (2.4), donde la función de activación $\sigma(x)$, es

$$\sigma(x) = \tanh(x),$$

con la ley de control τ_1

$$\tau_1 = -K_v r - \widehat{W} \sigma(x)$$

donde $K_p = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$, $K_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, con condiciones iniciales para los pesos sinápticos $W^* = [-40, -45, -85, -65, -20, -10, -15, 5, -25, -1, -50, -15]$. La ley de actualización de

pesos es

$$\dot{\widehat{W}} = K_{\omega}\sigma(x)r^T$$

donde $K_{\omega} = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$. La ley de control

$$\tau_2 = g^{-1}(\bar{x}_1)(u - f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2))$$

donde $u = (u_1, u_2)^T$, es un controlador TA de la forma

$$u_i = -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i), i = 1, 2. \quad (4.17)$$

donde $\alpha_1 = 12, \alpha_2 = 15, \beta_1 = 6, \beta_2 = 9$. Se observa que el control por modos deslizantes de segundo orden es rápido y el error de seguimiento converge a cero. La Figura 4.6 y la Figura 4.7 muestran el seguimiento de la posición q cuando el modo deslizante inicia en $t = 6 \text{ seg}$. Por otra parte, la Figura 4.8 muestra el error de seguimiento y la Figura 4.9 muestra la señales de control para cada eslabón.

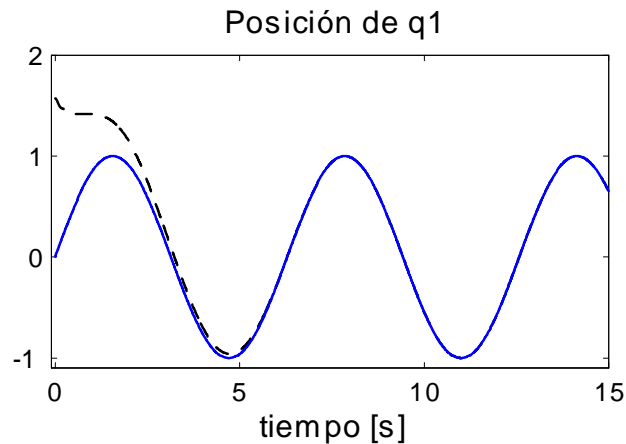


Figura 4.6: Trayectoria deseada $q_1^d [rad]$, línea sólida. Poción angular $q_1 [rad]$, línea segmentada.

El error en estado estable es cero tal como se muestra en la Figura 4.10.

4.3 Simulación

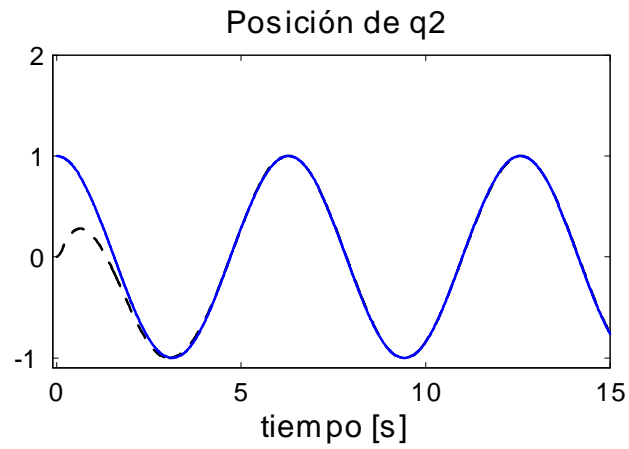


Figura 4.7: Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.

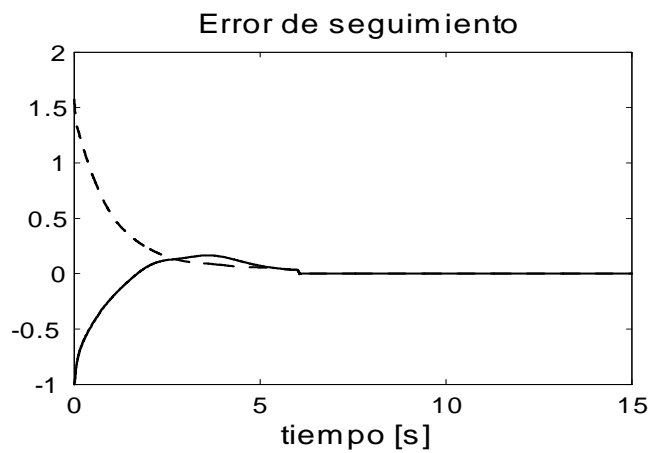


Figura 4.8: Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

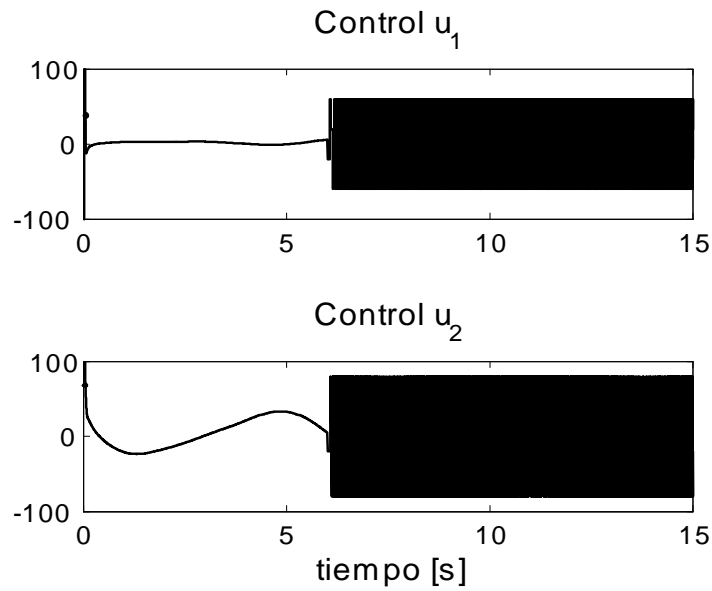


Figura 4.9: Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2 .

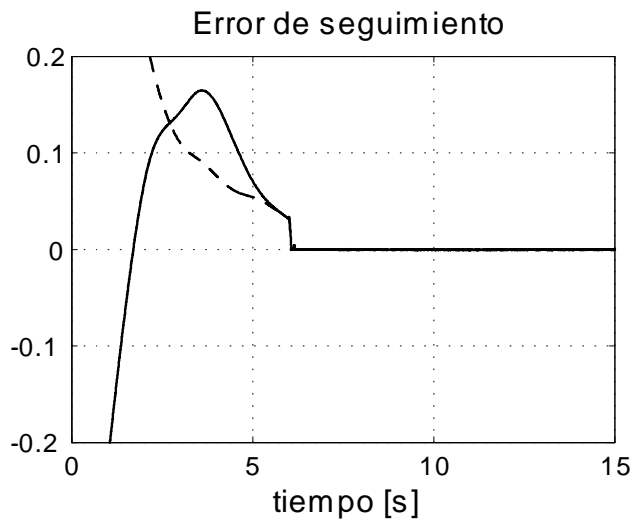


Figura 4.10: Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

4.3 Simulación

Se puede observar que el controlador PD con compensación por NN conmutado al controlador TA en $t = 6 \text{ seg}$, converge mas rápido que el controlador PD+NN y tiene menos chattering que el controlador TA.

A continuación se muestran los resultados para una propuesta de trabajo futuro, tal caso es, un control serial es PD+NN/PD+NN+SOSM.

4.3.3. Controlador PD+NN/PD+NN+SOSM

En este tipo de controlador, el control PD+NN inicia y después de cierto tiempo de entrenamiento de la NN, (cuando el error de seguimiento ha entrado a la zona del error de estructura de la NN), se activa el SOSM para compensar el error de estructura de la NN, sin desconectar el controlador PD+NN. Los parámetros de simulación del controlador son los mismos para el control PD+NN, sin embargo para el controlador

$$\tau_2 = g^{-1}(\bar{x}_1)(u - f(t, \bar{x}_1, \bar{x}_2))$$

donde $u = (u_1, u_2)^T$, es un controlador TA de la forma

$$u_i = -\alpha_i \text{sign}(\bar{x}_1^i) - \beta_i \text{sign}(\bar{x}_2^i), i = 1, 2. \quad (4.18)$$

las ganancias son $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 5, \beta_1 = 2, \beta_2 = 3$. Las Figuras 4.11 y 4.12 muestran el seguimiento de trayectoria de la posición q_1 y q_2 . En la Figura 4.14 se puede observar las señales de control para cada eslabón y en la Figura 4.13 se muestra el error de seguimiento.

El error en estado estable es cero tal como se muestra en la Figura 4.15.

El principal problema a resolver es encontrar la función de Lyapunov que demuestre que la red neuronal y el modo deslizante cooperan, es decir la red no toma como incertidumbre la modo deslizante y viceversa.

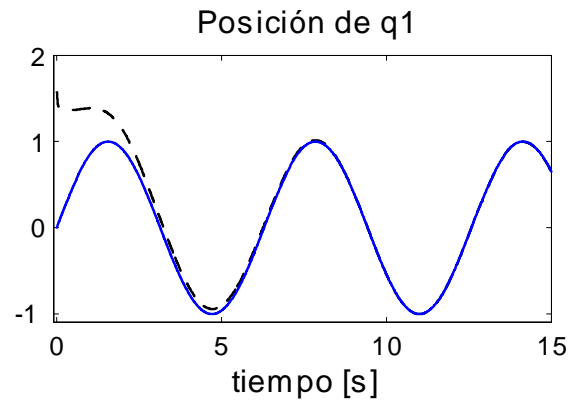


Figura 4.11: Trayectoria deseada q_1^d [rad], línea sólida. Poción angular q_1 [rad], línea segmentada.

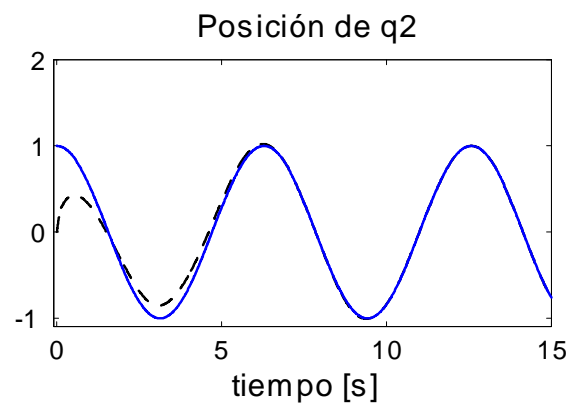


Figura 4.12: Trayectoria deseada q_2^d [rad], línea sólida. Poción angular q_2 [rad], línea segmentada.

4.3 Simulación

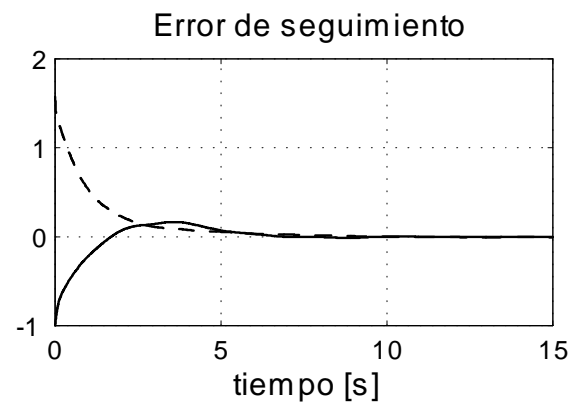


Figura 4.13: Error de seguimiento de trayectoria, e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

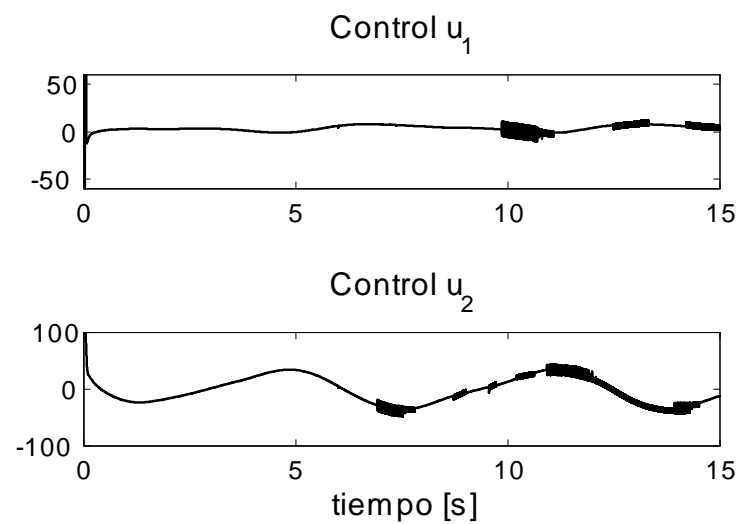


Figura 4.14: Señales de control para seguimiento de trayectoria, u_1 [N], arriba, para q_1 .y u_2 [N], abajo, para q_2 .

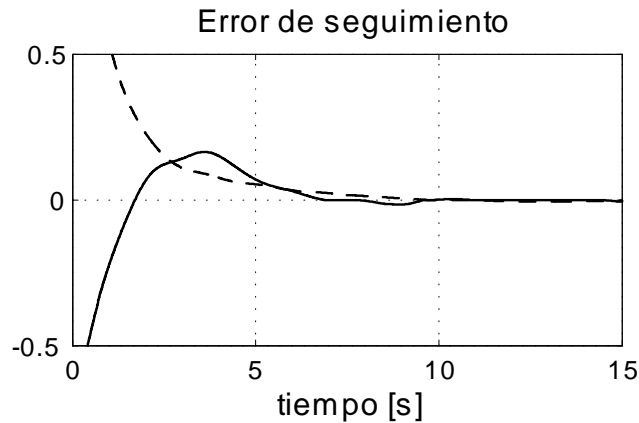


Figura 4.15: Error en estado estable. e_1 [rad] con línea segmentada para q_1 y e_2 [rad] con línea sólida para q_2 .

4.4. Análisis Comparativo

Finalmente, para comparar la eficiencia de cada controlador, la Tabla 1 muestra el tipo de controlador con su respectiva amplitud máxima que se interpreta como el esfuerzo máximo del control y los valores entre los que oscila el error en estado estable.

Tabla 1. Tabla comparativa

Controlador	Amplitud Máxima Control [N]	Error en estado estable [rad]
PD	500	0,1
PD+NN	70	0,05
PD+NN+SM	100	0,02
SOSM	90	0
PD+NN/SOSM	70	0
PD+NN/PD+NN+SOSM	70	0

Se observa la ventaja clara del controlador propuesto ya que se tiene error cero y menos esfuerzo de control, sin embargo, el control propuesto como trabajo futuro presenta menos chattering, tal como se ve en la Figura (4.14).

V

Conclusiones

5.1. Conclusiones finales

- Se diseñó un esquema de control combinando un control PD clásico, NN y SOSM que garantiza estabilidad asintótica del error de seguimiento para el problema de seguimiento de trayectoria de un robot manipulador con fricción y gravedad desconocidas.
- La prueba de estabilidad del sistema en lazo cerrado con el controlador propuesto es detallada.
- Se realizó una comparación del esquema propuesto con otros existentes, mostrando una mejora en la precisión.
- Aunque existen muchos tipos de controladores PD con redes neuronales y PD con modos deslizantes, el controlador PD con redes neuronales y modos deslizantes serial que garantiza convergencia global uniforme asintótica, no existe en la literatura.

5.2. Trabajos futuros

1. Probar convergencia en tiempo finito del controlador propuesto.
2. Usar la red neuronal para adaptar las ganancias del twisting y reducir el chattering.
3. La red neuronal es un control lento y el control por modos deslizantes es rápido, por lo que se puede encontrar un parámetro que acelere la convergencia de la red neuronal y así tener una rápida convergencia al combinar ambas leyes de control.
4. Usar los algoritmos de control SOSM (e.g., cuasicontinuo, terminal) con Ganancia Variable junto con NN.

Referencias

- [1] K.Astrom, T.Hagglund, “PID Controllers: Theory, Design and Tuning”, International Society for Measurement and Control, Second Edition, 1995.
- [2] G.Cybenko, “ Approximation by Superpositions of a Sigmoidal Function”, *Mathematics of Control, Signals and Systems*, New York, Springer-Verlag, 1989.
- [3] F.C.Chen, C.C.Liu, “ Adaptive Controlling Nonlinear Countinuous-Time Systems Using Multilayer Neural Networks”, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 39, 1306-1310, 1994.
- [4] J.Davila, L.Fridman and A.Levant. “Second- Order Sliding Mode Observer for Mechanical Systems,” *IEEE Trans. on Aut. Control*, Vol. 50. No. 11. 1785-1789,2005.
- [5] A.F.Filippov, “Differential equations with discontinuous right-hand sides. Dordrecht”, Kluwer Academic Publisher, 1988.
- [6] L.Fridman, A.Levant, “Higher order sliding modes as the natural phenomena of control theory”, Springer Verlag, London, 1996, pp. 107-133.
- [7] J.J.Hopfield, “Neurons with grade response have collective computational proprieties like those of a two-state neurons”, *Proc. of the National Academy of Science, USA*, vol. 81, pp 3088-3092, 1984.
- [8] H.Khalil, “Nonlinear systems”, Prentice Hall, 2002.

REFERENCIAS

- [9] R.Kelly, "Global Positioning on Robot Manipulators via PD control plus a Classs of Non-linear Integral Actions", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.43, No.7, 934-938, 1998.
- [10] S.Khemaissa and A.S.Moris, "Neuro Adaptive Control of Robotic Manipulator", *Robotica*, Vol.11, 465-473, 1993.
- [11] E.B.Kosmatopoulos, M.A.Christodoulou and P.A.Ioannpu, "Dynamical Neural Networks that Ensure Exponential Identification Error Convergence", *Neural Networks*, Vol.10, No.2, 299-314, 1997.
- [12] V. Lakshmikantham, S. Leela, A. A. Martynyuk, "Practical stability of nonlinear systems", World Scientific, 1980.
- [13] F.L.Lewis, A.Yesildirek and K.Liu, "Multilayer Neural-Net Robot Controller with Guaranteed Tracking Performance", *IEEE Trans. on Neural Networks*, Vol.7, No.2, 388-399, 1996.
- [14] F.L.Lewis, "Neural Network Control of Robot Manipulators", *IEEE Expert*, Vol.11, No.2, 64-75, 1996.
- [15] F.L.Lewis, D.M. Dawson, C.T.Abdallah, "Robot Manipulator Control", Marcel Dekker Inc, New York, 2006.
- [16] A.Levant "Robust exact differentiator via sliding mode thechnique", *Automatica*, vol. 34, no. 3, pp. 379-384, 1998.
- [17] A.Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control". *International Journal of Control*, 58(6),1993, 1247-1263.
- [18] W.S.McCulloch and W. Pitts, " A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity", *Bulletin of Mathematical Biophysics*, vol. 5, 115-133.
- [19] Z.Man and M.palaniswami, "Robust Tracking control for Rigid Robotic Manipulator", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.39, No.1, 154-159, 1994.

- [20] J.Moreno, “Lyapunov high order sliding mode”, CDC 2009.
- [21] V.Parra-Vega, S.Arimoto, Y.-H.Liu,G.Hirzinger, P.Akella, “Dynamic Sliding PID Control for Tracking of Robot Manipulators: Theory and Experiments”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.19, No.6, 967-976, 2003.
- [22] J.Alvarez, L.Acho, and Y.Orlov, “ An invariance principle for discontinuous dynamic systems with application to a Coulomb friction oscilator”, *ASME J. Dyna. Syst, Measure, Control*, vol. 122, pp. 687–690, 2000.
- [23] Y.Orlov, “ Extended invariance principle for nonautonomous switched systems”. *IEEE Trans Auto Contr* 48:1448–1452, 1993.
- [24] Y.Orlov, J.Alvarez, L Acho, L.Aguilar, “Global position regulation of friction manipulators via switched chattering control”. *Inter. J. control*,76, 1446-1452, 2003.
- [25] Y.Orlov,“Finite-time stability and robust control synthesis of uncertain switched systems”. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 43, 1253-1271, 2005.
- [26] R.Ortega and M.W.Spong, “ Adaptive Motion Control of Rigid Robots: a Tutorial”, *Automatica*, 877-888.,1989.
- [27] B.Paden, R.Panja, “Globally asymptotically stable PD+ controller for robot manipulators”, *International Journal of Control*, Vol. 47, No. 6, 1697–1712 , 1988.
- [28] Zhihua Qu and Darren M. Dawson, “Robust Tracking Control of Robot Manipulators”, IEEE Press, New York, 1996.
- [29] J.Resendiz, W.Yu, L.Fridman, “Two-stage neural observer for mechanical systems”, *IEEE Transactions on Circuits and Systems: Part II*, Vol.55, No.10, 1076-1080, 2008.
- [30] J.E.Slotine, and W.Lin, “ Adaptive Manipulator Control: A Case Study”, *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, Vol. 33, 995-1003, 1988.

REFERENCIAS

- [31] M.W.Spong and M.Vidyasagar, “Robot Dynamics and Control”, John Wiley & Sons Inc., Canada, 1989.
- [32] P.Tomei, “ Adaptive PD Controller for Robot Manipulators”, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, VoL. 7, No. 4 , 565-570,1991.
- [33] W.Yu, A.S. Poznyak, E.N.Sanchez, “Neural Adaptive Control of Two-Link Manipulator with Sliding Mode”, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Detroit USA , Vol.4, 3122-3127, 1999.

Publicación

En el desarrollo de este trabajo de tesis se generó la siguiente publicación

- Debbie Hernández, Yu Wen and Marco Moreno-Armendáriz, "*Neural PD control with second-order sliding mode compensation for robot manipulators*", 2011 International Joint Conference on Neural Networks, San Jose, USA. 2395-2402, 2011.