



CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

UNIDAD ZACATENCO
DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

**Teleoperación bilateral y asimétrico basado en modelo de
admitancia**

TESIS
QUE PRESENTA
Edgar Estrada Cruz

PARA OBTENER EL GRADO DE
Doctor en Ciencias

EN LA ESPECIALIDAD DE
Control Automático

DIRECTOR DE LA TESIS
Dr. Wen Yu Liu

Ciudad de México

Agosto, 2020.

Agradecimientos

“ A CONACYT por su invaluable apoyo para la realización de esta Tesis.”

“ A todo el personal del CINVESTAV, amigos y familia por su apoyo durante este proceso.”

Resumen

En este trabajo se presenta un nuevo esquema de control para sistemas de teleoperación bilateral con retardos variables en el tiempo y asimétricos en coordenadas cartesianas. Dado que el operador comanda al manipulador maestro en la punta, y el esclavo interactúa con el entorno a través del efector final, un esquema en coordenadas de trabajo presenta un comportamiento acercado a la realidad. Para evitar el uso de la cinemática inversa un modelo basado en admitancia del operador humano se usa, el modelo de admitancia genera una referencia de posición a partir de la fuerza aplicada por el operador que deberá ser seguida por el manipulador maestro, el error permitirá al operador corregir su fuerza aplicada.

Un control $Pd+$ y $PD+$ se analizan, estabilidad siguiendo la teoría de Lyapunov y transparencia se garantizan, correspondencia en cinemática directa y correspondencia en fuerza de forma indirecta. Con la finalidad de ofrecer mejor percepción de fuerza al operador se propone un control $Pd+$ con retroalimentación de fuerza, estabilidad y transparencia se garantizan.

Los resultados comprueban estabilidad, transparencia y transición estable de movimientos.

Abstract

This work presents a new control scheme for bilateral teleoperation systems with variable time delays and asymmetric in Cartesian coordinates. Since the operator commands the master manipulator at the tip, and the slave interacts with the environment through the end effector, a scheme in space coordinates exhibits behavior that is close to reality. In order to avoid the use of inverse kinematics, a model based on admittance of the human operator is used, the admittance model generates a position reference from the force applied by the operator that must be followed by the master manipulator, the error allow the operator correct its applied force.

A Pd+ and PD+ control are analyzed, stability following the Lyapunov theory and transparency are guaranteed, correspondence in kinematics direct and indirect force correspondence. In order to offer a better perception of force to the operator, a Pd+ control is proposed with force feedback, stability and transparency are guaranteed.

The results prove stability, transparency and stable transition of movements.

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	v
Abstract	VII
1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Antecedentes	2
1.2.1. Estabilidad	3
1.2.2. Rendimiento	4
1.3. Motivación	5
1.4. Objetivos	8
1.5. Organización del trabajo	10
1.6. Publicaciones	11
2. Sistema de teleoperación	13
2.1. Modelado de un sistema de teleoperación bilateral	13
2.1.1. Dispositivo maestro y esclavo	13
2.1.2. Entorno	15
2.1.3. Operador humano	16
2.1.4. Diseño de controlador	18
Clasificación del controlador	20
2.2. Sincronización de movimiento bilateral	20
2.2.1. Arquitectura Posición-Posición (P-P)	21
Reflexión de la dinámica esclava	22
Percepción de rigidez	23
Efecto de los retardos	24
2.2.2. Variables de dispersión y onda	25
Variable de onda y seguimiento de posición	27

Esquemas de inyección de amortiguamiento	28
Sincronización de movimiento bilateral de arquitecturas de 3 y 4 canales	30
Predictores	31
2.3. Reflexión directa de fuerza	32
2.3.1. Arquitectura Posición-Fuerza (P-F)	32
Efectos del retardo	34
Movimiento maestro inducido	35
2.3.2. Arquitectura Posición/Fuerza-Fuerza (PF-F)	36
2.4. Estabilidad y rendimiento	37
2.4.1. Control de pasividad en el dominio del tiempo	38
2.4.2. Arquitectura de dos capas	39
2.5. Impedancia y admitancia	40
2.6. Modelo del entorno	45
2.7. Modelo de admitancia del Operador humano	46
3. Control de posición basado en el modelo de admitancia	49
3.1. Introducción	49
3.2. Sistema de teleoperación no lineal basado en el modelo de admitancia	51
3.2.1. Modelo del sistema de teleoperación	51
3.2.2. Modelo de admitancia en teleoperación	53
3.2.3. Consideraciones generales	54
3.2.4. Objetivos de control	55
3.3. Control Pd+ para seguimiento de posición	55
3.3.1. Estabilidad	57
3.3.2. Transparencia	63
Movimiento libre	65
Movimiento restringido	68
3.4. Control PD+ para seguimiento de posición	72
3.4.1. Estabilidad	73
3.4.2. Transparencia	77
Movimiento libre	77
Movimiento restringido	79
3.5. Simulaciones	80
3.5.1. Control Pd+	83
3.5.2. Control PD+	85

	XI
3.5.3. Comparación Pd+ vs PD+	86
3.6. Conclusión	87
4. Control de posición/fuerza basado en el modelo de admitancia	89
4.1. Introducción	89
4.2. Control Pd+ con retroalimentación de fuerza	90
4.2.1. Objetivos de control	91
4.2.2. Consideraciones generales	92
4.3. Estabilidad	92
4.4. Transparencia	96
Movimiento libre	96
Movimiento restringido	97
4.5. Simulaciones	101
4.5.1. Comparación Pd+ vs Pd+ con retroalimentación de fuerza	101
4.6. Conclusiones	102
5. Contacto estable en transición	105
5.1. Introducción	105
5.2. Teoría de sistemas híbridos	107
5.3. Sistema de teleoperación como modelo híbrido	108
5.3.1. Sistema de teleoperación	109
5.3.2. Sistema de teleoperación con dinámica híbrida	111
5.4. Simulaciones	115
5.5. Conclusiones	118
6. Conclusiones y trabajo futuro	119
6.1. Conclusiones	119
6.2. Trabajo futuro	120

Índice de figuras

1.1. Ejemplos de teleoperación	2
1.2. Primeros teleoperadores	3
2.1. Diagrama a bloques general de un sistema de teleoperación bilateral . . .	13
2.2. Diagramas a bloques del enfoque de control basado en la sincronización de movimiento en teleoperación bilateral	21
2.3. Diagramas a bloques del enfoque de control basado en reflexión de fuerza directa en teleoperación bilateral	21
2.4. Transformación de variable de onda y flujo de información	25
2.5. Circuito serie RLC.	40
2.6. Sistema mecánico masa, resorte, amortiguador.	42
2.7. Modelo de control de posición.	44
2.8. Modelo de control de fuerza.	45
2.9. Sistema de segundo orden formado por el ambiente y el robot controlado por impedancia.	46
3.1. Esquema de control general basado en el modelo de admitancia en el sitio local.	53
3.2. Esquema de control Pd+ con modelo de admitancia en el sitio local . . .	56
3.3. Sistema de teleoperación con retroalimentación háptica.	64
3.4. Estructura de dos puertos en un sistema de teleoperación bilateral. . . .	65
3.5. Esquema de control PD basado en el modelo de admitancia en el sitio local.	72
3.6. Señal senoidal en el canal de comunicación de maestro a esclavo con un retardo variable.	82
3.7. Señal senoidal en el canal de comunicación de esclavo a maestro con un retardo variable.	83
3.8. Posición y error de posición en movimiento libre para un control del tipo Pd+.	84

3.9. Posición y error de posición en contacto con el entorno para un control del tipo Pd+	85
3.10. Posición y error de posición en movimiento libre para un control PD+	86
3.11. Posición y error de posición en contacto con el entorno para un control PD+	87
3.12. Comparación entre los esquemas de control P+d y PD en movimiento libre.	88
4.1. Esquema de sincronización de posición y de fuerza	90
4.2. Posición y error de posición en contacto con el entorno de un control Pd+ con retroalimentación de fuerza.	102
4.3. Comparación entre el esquema de control Pd+ y Pd+ con error de fuerza	103
5.1. Secuencia de las funciones candidatas de Lyapunov V_m cumpliendo la tercer condición del teorema 4.	108
5.2. Múltiples discontinuidades en la función de Lyapunov en contacto.	113
5.3. Seguimiento de posición entre la posición deseada, local y remota para $\alpha = 0.05$	116
5.4. Seguimiento de posición entre la posición deseada, local y remota para $\alpha = 0.1$	117

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

La palabra teleoperación significa operación a distancia. Al realizar operaciones de manera remota un teleoperador permite al humano realizar tareas críticas de manera segura y precisa en entornos inaccesibles para el ser humano. El operador humano usa una interfaz local, llamada maestro para comandar un dispositivo robótico llamado esclavo, ubicado a una distancia remota en interacción con un entorno. Ejemplos típicos de teleoperación son mostrados en la figura 1.1.

Al comandar un dispositivo esclavo robótico dentro de un reactor nuclear radiactivo y caliente, el operador puede realizar el mantenimiento de forma remota sin riesgos para su salud. Con un teleoperador móvil se pueden desmantelar explosivos o explorar áreas desconocidas tales como el fondo del mar o espacio, ejecutarse tareas peligrosas incluso fuera de la tierra en una forma segura por el operador humano. La teleoperación puede incluso encontrarse en hospitales al realizar cirugías mínimamente invasivas, donde el conocimiento y habilidad del cirujano para desarrollar operaciones delicadas se combina con la precisión de los dispositivos robóticos. En todas estas aplicaciones, el operador humano comunica sus decisiones a través de la interfaz local. En el lado remoto, el esclavo ejecuta la tarea establecida por el operador. Debido a la combinación única de habilidades humanas para adaptarse a entornos desconocidos y no estructurados con alta precisión, el desarrollo de la teleoperación se ha convertido en un tema de investigación próspera en las últimas décadas.

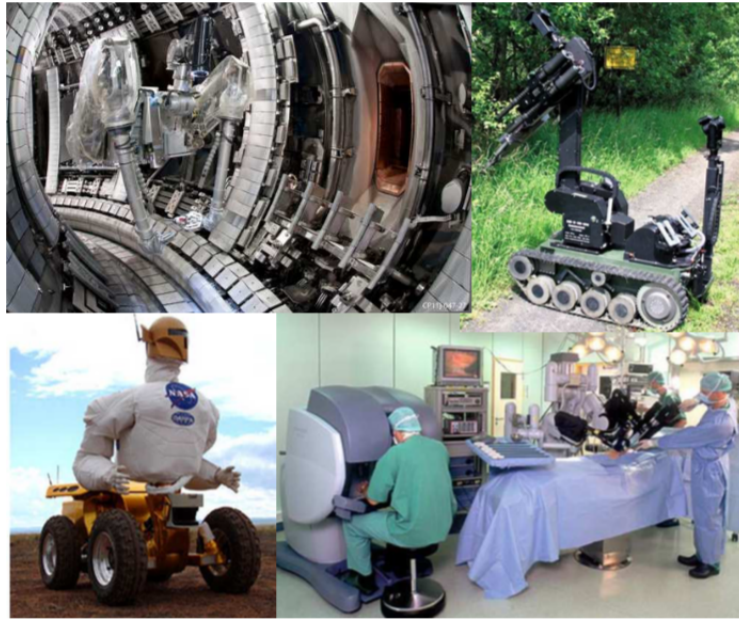


FIGURA 1.1: Ejemplos de teleoperación. (Izquierda a derecha, arriba a abajo). Mantenimiento en el reactor de fusión nuclear Joint European Torus; el sistema telerobótico tEODor para desarmar explosivos ; Robonaut, por la NASA y DARPA, unido al Centaur 1 para exploración de superficie; el sistema telerobótico da Vinci de Intuitive Surgical Inc. utilizado en cirugía mínimamente invasiva.

1.2. Antecedentes

Uno de los primeros teleoperadores fue diseñado por Goertz en la década de 1950 con la finalidad de realizar manejo de materiales radiactivos. El teleoperador era eléctrico y usaba interruptores de encendido y apagado para activar varios grados de libertad del esclavo, era lento y algo incómodo de operar (Siciliano2008). Por lo tanto, Goertz construyó un sistema maestro-esclavo conectado mecánicamente (Goertz1952) (ver figura 1.2), observó que las fuerzas y vibraciones transmitidas bilateralmente mejoraban la percepción y ejecución de la tarea. Dado que el acoplamiento entre maestro y esclavo era mecánico, limitó la distancia entre operador y entorno, inicialmente se requirieron dispositivos cinemáticamente idénticos. Goertz notó el valor del sistema de teleoperación acoplado eléctricamente para eludir estos problemas; al combinar la reflexión de fuerza con el teleoperador accionado eléctricamente sentó las bases de la teleoperación bilateral moderna.

Desde la década de 1980, con el aumento del poder computacional la teoría de control comenzó a desarrollar la teleoperación bilateral. El objetivo principal en el diseño de control se convirtió en hacer al teleoperador transparente al imitar la sensación háptica de realizar la tarea directamente. Lograr una transparencia óptima resultó ser muy difícil debido al acoplamiento bilateral de dos dispositivos mecatrónicos no lineales, que a menudo tienen diferente cinemática, inercia y grados de libertad. Estos dispositivos suelen sufrir imperfecciones, como ruido de medición, cuantificación del codificador, tiempo de muestreo finito y fricción no lineal. Además, la dinámica no lineal del brazo humano y varía con el tiempo. En combinación con las transiciones del esclavo entre movimiento libre y contacto con un entorno incierto y posiblemente rígido, el enfoque inicial fue analizar y probar estabilidad usando técnicas basadas en pasividad, Lyapunov o teoría del sistema lineales por mencionar algunas. Solo durante las últimas dos décadas, el enfoque se orientó más hacia el logro de un desempeño aceptable.

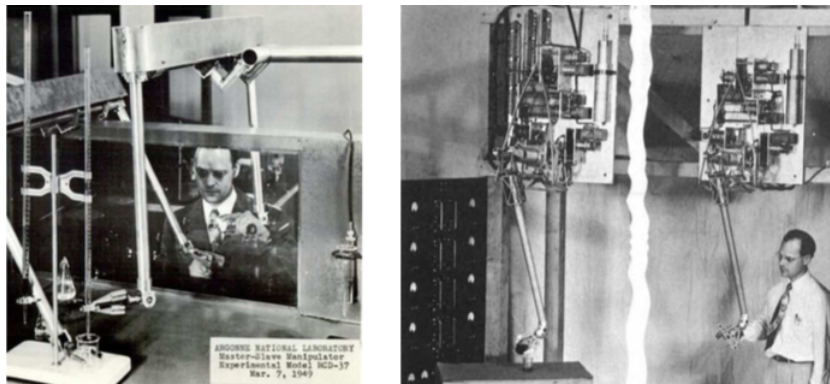


FIGURA 1.2: Primeros teleoperadores. Izquierda: Teleoperador maestro-esclavo mecánico de Goertz (patente de 1949). Derecha: El ANL modelo E1: el primer teleoperador eléctrico bilateral de Goertz y Thompson (1954).

1.2.1. Estabilidad

Una de las principales ventajas en la separación física del operador con el sitio de ejecución de la tarea es el aumento de la distancia entre el lado local y remoto. Desafortunadamente, aumentar la distancia provoca retardos en la comunicación entre ambos lados, afectan directamente la estabilidad del sistema de teleoperación en lazo cerrado debido al acoplamiento bilateral. Para hacer frente al problema generado por los retardos, en la década de 1960 los primeros intentos se basaron en un control de supervisión,

donde solo se enviaban comandos de alto nivel al esclavo. Retroalimentación de fuerza estuvo ausente. No fue hasta finales de los años ochentas y principios de los noventas que ingenieros aplicaron la teoría de redes y líneas de transmisión para resolver el problema de estabilidad en la teleoperación bilateral retardada (**Anderson1989; Niemeyer1991**), marcando el inicio en la era de los sistemas de teleoperación.

Aunque se han realizado algunas mejoras importantes a lo largo de los años, ingenieros de control todavía están luchando con la compensación entre estabilidad y rendimiento. Diseñar un teleoperador de alto rendimiento es aún más desafiante cuando la respuesta de lazo cerrado se ve afectada por retardos. Para ilustrar un problema típico, considere un ejemplo donde maestro y esclavo son controlados para seguir el movimiento retardado del otro dispositivo. Supongamos que el entorno no obstruye al esclavo y el operador comienza a mover el manipulador maestro. Toma un retardo h_1 antes que el esclavo comience a seguir el movimiento del maestro. A su vez, la respuesta del esclavo se refleja al maestro con un retardo h_2 . Esta respuesta de esclavo retardada se utiliza por el controlador maestro para crear retroalimentación de fuerza. Por lo tanto, la acción del operador y la reacción del controlador principal no se aplican simultáneamente. El retardo de ida y vuelta $h_1 + h_2$ entre la acción y reacción podría conducir fácilmente a la inestabilidad, debido a un movimiento fuera de fase del maestro y el dispositivo esclavo.

1.2.2. Rendimiento

Se han propuesto muchas soluciones para estabilizar el teleoperador en presencia de retardos (véase, por ejemplo, (**Arcara2002; Hokayem2006; Nuno2011; Passenberg2010**)), pero todavía hay espacio para mejorar el rendimiento que lo acompaña. La razón principal por la cual la mayoría de la literatura existente se enfoca principalmente en la estabilidad es la diversidad de factores desestabilizadores en un sistema de teleoperación. Además de los retardos, las arquitecturas de control deben ser robustas para cambiar la impedancia del operador (propiedades de rigidez, amortiguación e inercia, posiblemente variables en el tiempo), la transición en la dinámica entre movimiento libre y contacto con un ambiente posiblemente rígido y otras perturbaciones típicamente presentes en dispositivos mecatrónicos, como fricción y flexibilidad del tren de transmisión. Incluir todos estos factores en el análisis para garantizar la estabilidad incluso para el peor de los casos, la entrada del operador conduce a un problema de control masivo. Un enfoque típico para reducir la complejidad es sobre estimar las diferentes incertidumbres, a costa

de obtener resultados de estabilidad conservadores. Un ejemplo es considerar todos los componentes del teleoperador de forma independiente e imponer la pasividad de todos los elementos individuales. El análisis se vuelve manejable, pero el conservadurismo introducido generalmente conduce a altos niveles de inyección de amortiguamiento local (Nuno2009) o una reducción significativa de la fuerza de acoplamiento entre el maestro y el esclavo (Kuchenbecker2005; Willaert2010).

Un desafío interesante para obtener teleoperadores de alto rendimiento es una medida para cuantificarlo. La creencia general en la ejecución de una buena tarea sigue directamente si se tiene una sensación táctil háptica (transparencia), es decir, coinciden posiciones maestro-esclavo y fuerzas aplicadas por el operador y entorno (Lawrence1993). Sin embargo, la creación de un sistema altamente transparente como el caso sin retardo no es posible en presencia de retardos. Tratar de hacerlo normalmente conduce a un gran esfuerzo para operar el dispositivo. Un nivel básico de transparencia aún puede ser favorable, pero lograr una transparencia perfecta no es posible.

1.3. Motivación

Dado que operador y entorno interactúan a nivel del efector final con maestro y esclavo, respectivamente, es preferible representarlas las dinámicas en el espacio cartesiano (trabajo), a fin de establecer un control directo sobre la interacción del sistema de teleoperación.

Los entornos típicos presentes en aplicaciones remotas de manejo y mantenimiento para la fusión nuclear y aplicaciones espaciales se caracterizan por ser materiales duros. Establecer una interacción apropiada entre esclavo y entorno es un requisito clave en estas aplicaciones, además es uno de los principales problemas en teleoperación bilateral, especialmente cuando existen retardos. Un buen desarrollo de la interacción es crucial para garantizar estabilidad en el impacto, preferiblemente sin rebotes por parte del esclavo contra el entorno.

Debe enfatizarse que en teleoperación la interacción del esclavo con el ambiente es de naturaleza híbrida, el modelo del entorno cambia de fuerza ejercida cero en movimiento libre (ausencia de contacto con el entorno) a fuerza ejercida diferente de cero cuando el esclavo está en contacto con el ambiente. De acuerdo a esto, la estabilidad del

teleoperador no puede concluirse a partir de situaciones en movimiento libre y/o contacto por sí solas. También deben incluirse análisis de transiciones entre movimiento libre a contacto, y viceversa, para prevenir inestabilidad.

El operador es responsable de ejecutar la tarea. Una buena comprensión en el comportamiento del operador humano para una determinada tarea es crucial para la estabilidad en un sistema de teleoperación estable y garantizar un alto rendimiento.

Curiosamente, los anchos de banda de actuación y percepción humana no son idénticos, sino asimétricos. Varios anchos de banda máximos se informan para diferentes tipos de actuación: 1-2 Hz para señales inesperadas, 2-5 Hz para señales periódicas, aproximadamente 5 Hz para trayectorias generadas internamente o aprendidas, y aproximadamente 10 Hz para acciones reflexivas. Los anchos de banda de percepción son mucho más altos: "La sensación de vibración mecánica en la piel se ha informado de hasta 10.000 Hz, pero la capacidad de discriminar una señal de otra disminuye por encima de 320 Hz" (**Brooks1990**).

El modelado en la interacción entre operador y dispositivo maestro es difícil, entre otras cosas por la necesidad de capturar la intención del operador tanto en movimiento libre como en tareas de contacto. En las direcciones no restringidas, el operador controla el movimiento sobre el dispositivo esclavo, pero en las direcciones restringidas, el operador controla la fuerza de interacción entre esclavo y entorno (**Daniel1998**).

El modelo utilizado con mayor frecuencia para representar al operador tanto en movimiento libre como en contacto, debido a su simplicidad, se basa en un modelo de resorte-masa-amortiguador (impedancia/admitancia). Las características de masa, amortiguamiento y rigidez del brazo humano, representan la impedancia del brazo en el operador. Para simplificar el análisis de estabilidad, estos valores de los parámetros se suelen considerar constantes, lo que da como resultado un modelo de operador lineal e invariante de tiempo (LIT), como el caso de este trabajo.

La arquitectura de control asegura una conexión bilateral entre maestro y esclavo. El objetivo del acoplamiento bilateral es hacer que el dispositivo esclavo siga el movimiento del maestro, inducido por el operador y proporcionar al humano retroalimentación con respecto al progreso de la tarea, esta debe ser lo suficientemente intuitiva para el

operador. Una “buena retroalimentación” es difícil de cuantificar ya que es una medida subjetiva que varía entre los operadores y las tareas.

Obtener un buen rendimiento es importante, pero incluso la estabilidad es una tarea difícil debido a los retardos, interacción y el impacto con entornos rígidos, las características variables y el comportamiento activo del operador y el acoplamiento bilateral.

Los esquemas de control se pueden clasificar según su objetivo principal: *sincronización de movimiento bilateral* o la *reflexión directa de fuerza*.

Sincronización de movimiento bilateral.

En la sincronización de movimiento bilateral, tanto controlador maestro como esclavo apuntan a la sincronización de movimiento con el otro dispositivo. Esto se logra midiendo y transmitiendo información de posición y/o velocidad y en algunas ocasiones de fuerza.

Debido a su simplicidad, la arquitectura P-P (transmisión de posición entre maestro y esclavo) es la más popular para lograr sincronización de movimiento en teleoperación bilateral, la estabilidad a menudo se analiza en el espacio articular. Aun con los términos de pre-alimentación y la compensación local de las dinámicas como la gravedad, inercia y fricción, que se originan en el control del manipulador (**Spong2005**), cada controlador logra la sincronización mediante el uso de una ley de retroalimentación. Desafortunadamente, incluso en la situación sin retardo, tiene dos inconvenientes principales: la dinámica del esclavo se refleja en el operador y el reflejo de la rigidez del entorno es deficiente.

Reflejar la dinámica del esclavo no es deseado ya que distorsiona la percepción y aumenta la fatiga, especialmente para los teleoperadores pesados. Incluso cuando el maestro y el esclavo son idénticos, la percepción de rigidez está distorsionada debido a las dinámicas maestro y esclavo.

En la teleoperación retardada, además del efecto desestabilizador del retardo en la dinámica de lazo cerrado, se pueden dar oscilaciones no deseadas con una frecuencia relacionada con el retardo de ida y vuelta $h_r := h_1 + h_2$. Otro inconveniente son las “fuerzas inducidas por el retardo” que se reflejan en el operador.

Reflexión directa de fuerza.

En las arquitecturas de reflexión directa de fuerza, el controlador maestro y esclavo están diseñados para reflejar el entorno al operador y sincronizar el movimiento del esclavo con el del maestro. A diferencia de la sincronización en movimiento bilateral, la reflexión directa de fuerza se utiliza con mayor frecuencia en el espacio de tareas dado que el esclavo interactúa con el entorno a través de su efector final. Por lo tanto, las arquitecturas que reflejan la fuerza se presentan en el espacio de tareas.

En un sistema de teleoperación con retardo de tiempo, cuando el esclavo hace contacto con el medio ambiente surgen dos problemas. El primer problema se debe a que el propio sistema de teleoperación puede volverse inestable al interactuar con el entorno, esta inestabilidad puede provenir de la dinámica en el contacto, que incluye también al maestro y operador, o de las transiciones entre el movimiento libre y contacto. El segundo, operador no es capaz de llevar al esclavo a contacto con el medio ambiente.

1.4. Objetivos

Los principales problemas en teleoperación por su naturaleza son estabilidad y rendimiento; uno de los desafíos en control más relevantes es establecer una interacción apropiada entre esclavo y entorno. Dado que la interacción es de naturaleza híbrida se debe de garantizar un contacto estable en la transición de movimiento libre a contacto.

Como primer objetivo se diseñara un esquema de control donde se modela el sistema de teleoperación en coordenadas cartesianas, dado que la mayoría de tareas se realizan en el espacio de trabajo por parte del efector final en el robot esclavo y el operador humano realiza la dirección de movimiento en la punta del manipulador.

Los esquemas de control basados en fuerza para el control de manipuladores tienen la desventaja de requerir la cinemática inversa. Se ha probado que los esquemas de control basados en impedancia/admitancia ofrecen una solución alternativa sin requerir de la cinemática inversa. Esto nos conduce al siguiente objetivo.

Diseñar un sistema de teleoperación basado en el modelo de admitancia humano en espacio cartesiano. El operador al aplicar una fuerza al modelo de admitancia generara una referencia en posición que deberá ser seguida por el manipulador; el error de posición permitirá al humano regular su fuerza.

Como se ha explicado uno de los principales objetivos en los sistemas de teleoperación es el seguimiento de posición, en general los esquemas desarrollados se realizan en coordenadas articulares. Por lo cual, como tercer objetivo:

Aplicar técnicas de sincronización de movimiento al sistema de teleoperación basado en el modelo de admitancia con la finalidad de mejorar el seguimiento. Estabilidad debe ser garantizada, además de transparencia. El modelo de admitancia permitirá al humano regular su fuerza para tener una transición estable.

De los problemas mas importantes en teleoperación es el rendimiento, de las diversas formas de medirlo, la más usual es transparencia. El esquema de teleoperación basado en admitancia tiene como fin mejorar el seguimiento de posición, además garantizar estabilidad en transición. Una medida directa de fuerza del entorno en el sitio local ayudaría al operador a mejorar su rendimiento. Como cuarto objetivo:

Establecer un esquema de control del sistema de teleoperación basado en el modelo de admitancia del operador en espacio de trabajo con reflexión directa de fuerza del entorno. Estabilidad y transparencia deben ser garantizadas.

En la literatura no se ha presentado ningún análisis para la transición entre movimiento libre de contacto y contacto para un sistema de teleoperación no lineal con retardo de tiempo variable y asimétrico. Como quinto objetivo:

Realizar un análisis de la estabilidad en transición del sistema de teleoperación no lineal basado en el modelo de admitancia con retardos de tiempo variables y asimétricos.

La estabilidad de las arquitecturas de control se basan en el uso de la teoría de Lyapunov, haciendo uso de funcionales del tipo Lyapunov-Krasovskii.

1.5. Organización del trabajo

Este trabajo está organizado de la siguiente manera. El primer capítulo presenta una introducción muy breve a los sistemas de teleoperación y problemas principales. En la actualidad los problemas son diversos y diferentes dependiendo de la aplicación, algunos problemas son explicados con la finalidad de establecer las motivaciones y objetivos del presente documento. Al final se presenta la organización del trabajo.

El segundo capítulo se ha reservado para brindar una mayor información al lector sobre sistemas de teleoperación, problemas y soluciones a lo que se han enfrentado los investigadores a lo largo de las décadas, además de algunos retos actuales. Un pequeño apartado sobre impedancia y admitancia se presenta al final de capítulo.

El tercer capítulo presenta el nuevo esquema de control para un sistema de teleoperación basado en el modelo de admitancia del operador humano, el modelo desarrollado es en coordenadas cartesianas (coordenadas de trabajo). Con la finalidad de resolver los objetivos establecidos se estudian arquitecturas con control $Pd+$ y $PD+$, demostrando que puede alcanzarse un seguimiento de posición o correspondencia cinemática directa y correspondencia de fuerza indirecta, esto es transparencia con retardos variables, la estabilidad de los sistemas de control se analiza usando la teoría de Lyapunov. Simulaciones y conclusiones se presentan al final.

Una modificación al esquema de control $Pd+$ donde retroalimentación de fuerza del entorno es agregada se realiza en el capítulo cuarto, con la finalidad de poder mejorar el seguimiento de posición e interacción con el entorno, problemas observados en el capítulo 3. La estabilidad de los sistemas de control se analiza usando la teoría de Lyapunov. Simulaciones y conclusiones se presentan al final.

En el capítulo 5 se analiza en base a la teoría de sistemas híbridos la estabilidad del sistema de teleoperación no lineal basado en el modelo de admitancia con retardos variables y asimétricos con control $Pd+$ más retroalimentación de fuerza.

En el último capítulo se dan a conocer conclusiones y trabajo futuro a desarrollar.

1.6. Publicaciones

1. Edgar Estrada, Wen Yu, Xiaou Li, Stability and transparency of delayed bilateral teleoperation with haptic feedback, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, Vol. 29, No. 4, 681-692, 2019
2. Edgar Estrada, Wen Yu, Stable PD position/force control in bilateral teleoperation, *15th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE18)*, Mexico City, Mexico, 1-6, 2018
3. Edgar Estrada, Wen Yu, Stable Bilateral Teleoperation with Haptic Feedback, *Journal of The Franklin Institute - Engineering and Applied Mathematics*, submitted
4. Edgar Estrada, Wen Yu, Bilateral Teleoperation with Haptic Feedback: Stability and Application, *59th Conference on Decision and Control - Jeju Island, Republic of Korea - December 8th-11th 2020*, submitted.

Capítulo 2

Sistema de teleoperación

2.1. Modelado de un sistema de teleoperación bilateral

En teleoperación bilateral, un operador interactúa con un entorno remoto a través de una interfaz local conectada a un dispositivo esclavo remoto. Esto se muestra en el diagrama a bloques de la figura 2.1. La interfaz local se denomina maestro, ya que presenta al operador con retroalimentación de fuerza con respecto a la interacción esclavo-entorno. Una conexión entre maestro y esclavo se obtiene intercambiando información de movimiento y/o fuerza a través de la red de comunicación. Un controlador local en cada lado utiliza esta información para crear un acoplamiento bilateral de manera que el operador pueda accionar el dispositivo esclavo y recibir retroalimentación de fuerza desde el lado remoto. Este acoplamiento bilateral debería crear una forma de tele presencia, es decir, al operador se le da la sensación de que está presente en el lado remoto. Las siguientes secciones describen los diferentes componentes del teleoperador bilateral a más detalle.



FIGURA 2.1: Diagrama a bloques general de un sistema de teleoperación bilateral.

2.1.1. Dispositivo maestro y esclavo

Tanto el dispositivo maestro como el esclavo se consideran un robot manipulador, éste consta de múltiples grados de libertad (gdl) y una configuración serie o paralelo.

Los dispositivos suelen estar equipados con sensores de posición para medir el desplazamiento de las articulaciones, y algunas veces con sensores de fuerza para medir la interacción con el operador y/o entorno.

El operador dirige al dispositivo maestro, mientras el controlador calcula pares y fuerzas aplicadas simultáneamente al dispositivo. El dispositivo esclavo es operado por un controlador y se utiliza el efector final para interactuar con el entorno remoto. Se consideran los eslabones rígidos en los manipuladores y las articulaciones no presentan flexibilidad. Como resultado, la dinámica de los dispositivos puede obtenerse a través de técnicas de modelado estándar (Spong2005). En donde $\mathbf{q}_i \in \mathbf{R}^n$ son las coordenadas en el espacio articular, con n el número de grados de libertad e $i \in \{m, s\}$, la posición articular del dispositivo maestro (m) y esclavo (s), respectivamente, la dinámica no lineal en el espacio articular está representada por

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{q}_m) \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m) \dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{q}_m) &= \tau_m - \mathbf{J}_m^T(\mathbf{q}_m) \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{q}_s) \ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) \dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{q}_s) &= \mathbf{J}_s^T(\mathbf{q}_s) \mathbf{f}_e - \tau_s, \end{aligned} \quad (2.1)$$

donde las matrices de inercia se denotan por $\mathbf{M}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{C}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ son las matrices de Coriolis, $\mathbf{g}_i \in \mathbf{R}^n$ son los vectores de gravedad, $\mathbf{J}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^{n \times l}$ los Jacobianos de los manipuladores, y $\tau_i \in \mathbf{R}^n$ son los pares de control del dispositivo i . Se supone que el operador y el entorno solo interactúan con los efectores finales del dispositivo maestro y esclavo, respectivamente, como resultado, $\mathbf{f}_h \in \mathbf{R}^n$ representa las fuerzas y pares ejercidos por el operador en el efector final del maestro, y $\mathbf{f}_e \in \mathbf{R}^n$ representa las fuerzas y pares ejercidos por el efector final del esclavo en el entorno.

Dado que el operador y entorno interactúan a nivel del efector final con el maestro y esclavo, respectivamente, y de acuerdo a la configuración y dimensiones de maestro y esclavo pueden diferir, las dinámicas (2.1) se transforman a menudo en una representación en el espacio cartesiano

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s, \end{aligned} \quad (2.2)$$

donde $\mathbf{M}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{C}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$, $\mathbf{g}_i \in \mathbf{R}^n$ son las matrices y vectores equivalentes en el espacio cartesiano, y $\mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n$ denota la posición y orientación del efector final en el dispositivo i . Las fuerzas de control y los pares a nivel del efector final $\mathbf{f}_i \in \mathbf{R}^n$ están relacionados con los pares de torsión $\tau_i = \mathbf{J}_i^T(\mathbf{q}_i) \mathbf{f}_i$. Para tener más referencia sobre la

transformación de (2.1) a (2.2), puede consultar (**Spong2005; Kelly2005**).

Una propiedad ampliamente utilizada en los robots manipuladores es que si fuerza y par de control se consideran como entrada y velocidad como salida, la dinámica es pasiva. Puede referirse a (**Spong2005**), para obtener más material de referencia y (**khalil2002**) o (**VanderSchaff2000**), para una definición de pasividad.

2.1.2. Entorno

Entornos típicamente presentes en aplicaciones remotas de manejo y mantenimiento para la fusión nuclear y aplicaciones espaciales se caracterizan por materiales duros. Establecer una interacción apropiada entre esclavo y entorno es un requisito clave, además uno de los principales problemas en teleoperación bilateral, especialmente en combinación con retardos en la comunicación. Un buen entendimiento de esta interacción es por lo tanto crucial para garantizar un impacto estable, preferiblemente sin rebotes del esclavo contra el entorno.

Los enfoques tomados en la literatura pueden ser clasificados en si usan o no un modelo del entorno. Cuando se usa el modelo del entorno, éste generalmente describe la fuerza como un función de la penetración del medio ambiente a través de un modelo de contacto flexible. Los modelos de contacto más comunes son el de Hertz, Kelvin-Voigt y Hunt-Crossley (**Hunt1975**). Para más lectura sobre modelos de contacto, se hace referencia al lector (**Gilardi2002**). Una alternativa al modelo de contacto flexible, aunque rara vez se utiliza en la literatura de sistemas en teleoperación bilateral, es modelar la interacción manipulador-ambiente con un enfoque mecánico (**Brogliato1999**).

En muchas aplicaciones, el entorno remoto es estático y puede representarse a través de un mapeo pasivo de velocidad a fuerza, es decir, existe una constante finita $\mathbf{E}_e(t_0)$, dependiendo de la condición inicial en el tiempo t_0 , que representa la energía inicial almacenada del ambiente, tal que la energía del ambiente $E_e(t)$ satisface (**VanderSchaff2000**)

$$-\mathbf{E}_e(t_0) \leq \mathbf{E}_e(t) - \mathbf{E}_e(t_0) \leq \int_0^t \mathbf{f}_e^T \dot{\mathbf{x}}_s d\sigma, \quad (2.3)$$

donde $\dot{\mathbf{x}}_s$ y \mathbf{f}_e representan entrada y salida del entorno. Tenga en cuenta que la energía máxima extraíble está acotada por abajo. Al usar (2.3), se elude el modelado explícito

en interacción esclavo-ambiente. Se introduce un mayor conservadurismo en el análisis como desventaja, dado que debe garantizarse la estabilidad para cualquier entorno pasivo, por ejemplo, para diferentes valores de la impedancia.

Debe enfatizarse que en teleoperación la interacción del esclavo con el ambiente es de naturaleza híbrida: el entorno cambia de fuerza aplicada cero en movimiento libre a distinta de cero cuando está en contacto con el ambiente. Por lo tanto, la estabilidad en el teleoperador no puede concluirse a partir de situaciones en movimiento libre y/o contacto por sí solas. También se deben incluir las transiciones de movimiento libre a contacto, y viceversa, para analizar y prevenir inestabilidad de contacto, es decir, el rebote del esclavo contra el entorno con amplitud creciente. Idealmente, el teleoperador logra contacto sin rebotes, por lo que solo hay una transición del movimiento libre al contacto después del impacto. A pesar de las inestabilidades frecuentemente mencionadas y experimentadas (véase, por ejemplo, **Daniel1998; Lawrence1993; Love2004**), las transiciones de contacto raramente se incluyen en el análisis de estabilidad. Solo unos pocos artículos, entre los que se encuentran **Ni2004; Ni2002**), analizan la estabilidad durante las transiciones utilizando un enfoque basado en la función de Lyapunov.

2.1.3. Operador humano

El operador es responsable en la ejecución de las tareas. El teleoperador debe diseñarse de tal manera que se vuelva intuitivo para el operador. Una buena comprensión del comportamiento del brazo humano para una determinada tarea es crucial en el diseño de un teleoperador estable y con alto rendimiento.

Curiosamente, los anchos de banda en actuación y percepción humana no son idénticos, sino asimétricos (**Brooks1990; Daniel1998; Tanner2005**). Varios anchos de banda máximos se informan en **(Brooks1990)** para diferentes tipos: 1-2 Hz en señales inesperadas, 2-5 Hz para periódicas, aproximadamente 5 Hz en trayectorias generadas internamente o aprendidas, y cercas de 10 Hz para acciones reflexivas. Los anchos de banda en percepción son mucho más altos: "La sensación de vibración mecánica en la piel se ha informado de hasta 10.000 Hz, pero la capacidad de discriminar una señal de otra disminuye por encima de 320 Hz"(**Brooks1990**).

El modelado en la interacción entre operador y dispositivo maestro es difícil, entre otras cosas por la necesidad de capturar la intención del operador tanto en el movimiento

libre como en tareas de contacto. En direcciones no restringidas, el operador controla el movimiento del dispositivo esclavo, pero en direcciones restringidas, el operador controla la fuerza de interacción entre esclavo y entorno (**Daniel1998**). Además, las características de un brazo humano (como el nivel de rigidez debido a la contracción muscular) son variables en el tiempo y varían incluso entre los operadores.

Varios autores han identificado modelos para ciertas tareas realizadas por operadores, ejemplo, el comportamiento humano puede ser modelado como un sistema dinámico híbrido determinístico (**Okuda2007**) o estocástico (**Yamada2006**), estos modelos deben ser entrenados con una cantidad suficiente de datos y son relativamente complejos para el análisis en estabilidad. El modelo de Jerk es un modelo más simple para el movimiento punto a punto (con un perfil de velocidad en forma de campana) (**Flash1985**), relacionado con un enfoque de esfuerzo mínimo empleado por los operadores, está restringido solo al movimiento sin restricciones. El modelo utilizado con mayor frecuencia para representar al operador tanto en movimiento libre como en contacto, debido a su simplicidad, se basa en un modelo de resorte-masa-amortiguador y algunas veces se amplía con un filtro pasa baja para incluir el ancho de banda de actuación limitado del operador (**Lopez2013; Vittorias2010**). Las características de masa, amortiguación y rigidez del brazo humano, representan la impedancia del brazo. Para simplificar el análisis de estabilidad, los parámetros suelen considerarse constantes, lo que resulta en un modelo lineal e invariante de tiempo (LIT). Por el contrario, se identifica un rango de parámetros en la impedancia (**Lopez2015; Lopez2013**) tanto para el movimiento libre como para tareas de contacto y se considera que los parámetros varían en el tiempo dentro de conjuntos acotados.

Para eludir el modelo explícito, a menudo se supone que el operador se caracteriza por un mapeo pasivo velocidad/fuerza (**Hokayem2006; Nuno2011**). La pasividad del operador humano se basa en el trabajo de Hogan, quien concluye que “los actuadores musculares y retroalimentación neuronal que impulsan el brazo seguramente constituirían un sistema activo, sin embargo, los experimentos hasta la fecha indican que la impedancia en la mano parece indistinguiblemente la de un objeto pasivo” (**Hogan1989**). Sin embargo, suponiendo un operador pasivo podría conducir a análisis conservadores. El operador puede cambiar su rigidez dentro de un conjunto limitado de valores de parámetros, pero el conjunto de dinámicas cubiertas por sistemas pasivos, que contiene valores de rigidez de cero a infinito, es mucho mayor que el conjunto de dinámicas que

el operador puede mostrar.

En publicaciones recientes existe una discusión con respecto a la pasividad del operador. Dependiendo de los límites del sistema, éste puede mostrar un comportamiento no pasivo en ciertas tareas (**Polushin2012**). Por ejemplo, considere la fuerza aplicada por la mano humana sobre el maestro como entrada y el movimiento resultante en la mano como salida, al controlar el equilibrio inestable en un péndulo, el operador debe inyectar energía para subir el péndulo. En lugar de centrarse en la pasividad, Burdet et al. (**Burdet2001**) informan que un operador humano tiende a estabilizar un objeto manipulado en presencia de fuerzas externas aprendiendo un modelo interno de la dinámica.

2.1.4. Diseño de controlador

Debido a la distancia física entre maestro y esclavo, la arquitectura de control se distribuye a través de una red, como Internet, y el intercambio de información sufre retardos, pueden ser constantes o variables en el tiempo, varían desde unos pocos milisegundos para teleoperación de corta distancia, pocos cientos de milisegundos en comunicación global, o incluso varios segundos para aplicaciones espaciales (**Sheridan1993**). Además, el intercambio de información podría sufrir pérdida de paquetes o incluso un apagón de comunicación completo. Tenga en cuenta que una pequeña variación de retardo se puede eliminar a costa de un retardo constante adicional utilizando una memoria intermedia y liberando los paquetes recibidos a una tasa fija.

La arquitectura de control asegura una conexión bilateral entre maestro y esclavo. El objetivo del acoplamiento bilateral es lograr que el dispositivo esclavo imite el movimiento del maestro, inducido por el operador y proporcionar una retroalimentación háptica con respecto al progreso de la tarea. Esta retroalimentación debe ser lo suficientemente intuitiva para el operador. Una “buena retroalimentación” es difícil de cuantificar ya que es una medida subjetiva que varía entre operadores y tareas. Los investigadores han intentado capturar los requisitos de rendimiento en varios criterios que pueden medirse y usarse para diseñar y evaluar controladores. Los criterios más populares se enumeran a continuación:

- **Transparencia** - Métrica de rendimiento más utilizada, implica que el operador pueda sentir a través del teleoperador como si estuviera interactuando directamente con el entorno. La transparencia perfecta se logra cuando $\mathbf{f}_h(t) = \mathbf{f}_e(t)$ y

$\mathbf{x}_m(t) = \mathbf{x}_s(t)$ (Lawrence1993), y requiere que el teleoperador sea sin masa e infinitamente rígido, además de considerar nulo retardo. En parte debido a la compensación inherente entre estabilidad y transparencia, es difícil, si no imposible, de obtener en la práctica. Varios estudios (Boessenkool2011; Wildenbeest2013), informan que mejorar el rendimiento en la tarea satura los niveles de transparencia. Por lo tanto, no se requiere transparencia perfecta, solo es suficiente un nivel básico (dependiente de la tarea y del operador).

- **Ancho-Z** - Representa el rango de impedancias que se pueden reflejar al operador (Colgate1994). Los dos extremos del rango se obtienen calculando la impedancia reflejada en movimiento libre y contacto con un entorno infinitamente rígido. Tenga en cuenta que un teleoperador con ancho-Z más grande no necesariamente da como resultado una mejor percepción del entorno remoto que uno más pequeño; cuando se interactúa con entornos suaves, no se requiere el reflejo de altas rigideces.
- **Fidelidad** - Variante de transparencia propuesta específicamente para telecirugía (Cavusoglu2002). En lugar de centrarse en la transmisión de impedancia del entorno incorpora las capacidades perceptivas humanas y describe cómo el operador puede sentir los cambios en la conformidad del entorno.
- **Desempeño del operador y la tarea** - Además del rendimiento en el teleoperador, también son importantes el esfuerzo del operador y calidad de ejecución de tarea. Algunos ejemplos de métricas en el rendimiento de tareas incluyen tiempo de ejecución y precisión de orientación. El esfuerzo del operador consiste en un componente físico relacionado con la energía que necesita para realizar la tarea, y carga mental relacionada con intuición en la que trabajará el teleoperador. Aunque rara vez se utiliza en estudios comparativos, estas medidas podrían ofrecer más información sobre cómo mejorar las arquitecturas de control.

Obtener buen rendimiento es importante, incluso estabilidad es una tarea difícil debido a los retardos, la interacción y el impacto con entornos difíciles, las características variables del operador, el comportamiento activo del operador y el acoplamiento bilateral. De hecho, uno debe analizar las ecuaciones diferenciales con retardos variables en el tiempo no lineales conmutadas, pero emplea técnicas de estabilidad no conservativas para obtener un buen rendimiento. Estas técnicas aún no existen para estas ecuaciones diferenciales, por lo que el enfoque actual en la literatura es resolver sub problemas como la estabilidad de retardo o el impacto del esclavo con el ambiente.

Clasificación del controlador

Las arquitecturas de control en teleoperación bilateral a menudo se clasifican por el número de señales que se transmiten a través del canal de comunicación. Por ejemplo, una arquitectura P-F (2 canales, 'P' significa posición y 'F' fuerza) se transmite información de posición de maestro a esclavo y fuerza de esclavo a maestro. En una arquitectura P-P, solo se intercambia información de posición. Un ejemplo de arquitectura de 3 canales es la arquitectura P-PF, donde, en comparación con P-P, la información de fuerza adicional del entorno se transmite al maestro. Una arquitectura de 4 canales también se conoce como controlador PF-PF. Con esta clasificación, se pueden distinguir un total de 9 arquitecturas diferentes para teleoperación bilateral.

Varias investigaciones presentan una visión general de las arquitecturas propuestas para teleoperación bilateral retardada. Se hace una clasificación basada en la teoría de pasividad (**Hokayem2006**), esquemas que usan o no variables de onda (**Nuno2011**) o usan explícitamente la información disponible sobre el operador, ambiente o tarea en cuestión (**Passenberg2010**).

Las arquitecturas se pueden clasificar según su objetivo: *sincronización de movimiento bilateral* (véase la figura 2.2) o la *reflexión de fuerza directa* (véase la figura 2.3). En el primero, tanto el controlador maestro como esclavo apuntan a la sincronización de movimiento, lo que da como resultado una conexión en serie de los componentes del teleoperador. La fuerza del entorno se refleja indirectamente creando un estrecho acoplamiento entre el maestro y esclavo, usando por ejemplo, un resorte virtual y amortiguador, como el controlador P-P clásico. En el segundo, el controlador esclavo actúa como operador virtual, y el controlador maestro actúa como entorno virtual, específicamente, con el objetivo de reflejar la fuerza de contacto del entorno esclavo. Un ejemplo típico es la arquitectura P-F.

2.2. Sincronización de movimiento bilateral

En la sincronización de movimiento bilateral, tanto el controlador maestro como esclavo apuntan a la sincronización del movimiento con el otro dispositivo. Esto se logra midiendo y transmitiendo información de posición (y/o velocidad). Además, las arquitecturas PF-P, P-PF y PF-PF utilizan también la fuerza aplicada por el operador y/o entorno para mejorar la sincronización de movimiento. La arquitectura P-P es más fácil

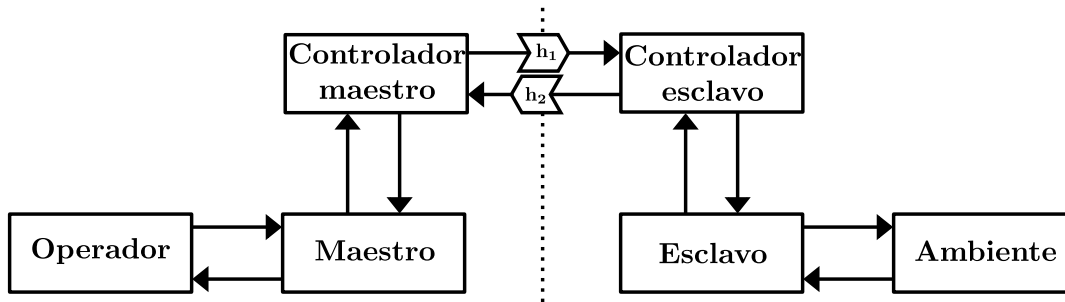


FIGURA 2.2: Diagramas a bloques del enfoque de control basado en la sincronización de movimiento en teleoperación bilateral. Las flechas representan flujos de información y h_1, h_2 , los retardos en la comunicación.

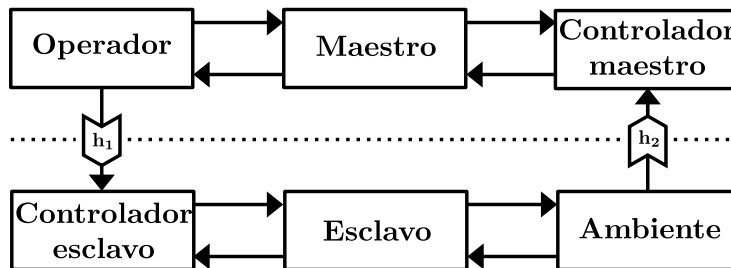


FIGURA 2.3: Diagramas a bloques del enfoque de control basado en reflexión de fuerza directa en teleoperación bilateral. Las flechas representan flujos de información y h_1, h_2 , los retardos de comunicación.

de implementar en la práctica, ya que no se requieren costosos sensores de fuerza, que sufren señales de medición ruidosas y requieren calibración.

Esta sección primero analiza el efecto del retardo en la comunicación y percepción del entorno a través de la arquitectura P-P. Luego, se abordan las tres extensiones de esta arquitectura y se elabora su efecto sobre el esfuerzo del operador y la percepción del entorno.

2.2.1. Arquitectura Posición-Posición (P-P)

Se origina en el caso sin retardo y consta de dos controladores locales para minimizar el error de seguimiento en el movimiento maestro-esclavo. Debido a su simplicidad, es la más popular para lograr teleoperación bilateral; la estabilidad a menudo se analiza en el espacio articular. Además de los términos de pre-alimentación y compensación local de

las dinámicas como gravedad, inercia y fricción, que se originan en el control del manipulador (Spong2005), se logra la sincronización mediante el uso de un controlador con retroalimentación. Debido a su equivalencia mecánica con un resorte y amortiguador, el término de retroalimentación generalmente consiste en un controlador Proporcional-Derivativo (PD)

$$\begin{aligned}\tau_m &= k_{pm}(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_m) + k_{dm}(\dot{\mathbf{q}}_s - \dot{\mathbf{q}}_m), \\ \tau_s &= -k_{ps}(\mathbf{q}_m - \mathbf{q}_s) - k_{ds}(\dot{\mathbf{q}}_m - \dot{\mathbf{q}}_s),\end{aligned}\quad (2.4)$$

las ganancias positivas k_{pi} y k_{di} , con $i \in \{m, s\}$, representan la ganancia proporcional y derivativa. Estas ganancias se seleccionan de manera general como $k_{pm} = k_{ps}$ y $k_{dm} = k_{ds}$ para evitar el escalado, lo que da como resultado un acoplamiento virtual de resorte-amortiguador entre maestro y esclavo. Desafortunadamente, incluso en la situación sin retardo, el control P-P tiene dos inconvenientes principales: la dinámica del esclavo se refleja en el operador y el reflejo de la rigidez del entorno es deficiente. La explicación de estos inconvenientes se da en los siguientes párrafos al considerar

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_m(\mathbf{q}_m)\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{M}_s(\mathbf{q}_s)\ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{C}_m(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m)\dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{C}_s(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s)\dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{g}_m(\mathbf{q}_m) \\ + \mathbf{g}_s(\mathbf{q}_s) = \mathbf{J}_m^T(\mathbf{q}_m)\mathbf{f}_h - \mathbf{J}_s^T(\mathbf{q}_s)\mathbf{f}_e,\end{aligned}\quad (2.5)$$

se obtiene al usar (2.4) en las dinámicas maestro y esclavo (2.1).

Reflexión de la dinámica esclava

La reflexión de la dinámica del esclavo se obtiene directamente de (2.5), ya que aparte de la fuerza del entorno \mathbf{f}_e , el operador también debe superar todas las dinámicas en el lado izquierdo. Reflejar la dinámica del esclavo no es deseado ya que distorsiona la percepción y aumenta la fatiga, especialmente para los teleoperadores pesados. Por lo tanto, el maestro y esclavo deberían diseñarse muy ligeros o la dinámica debe ser compensada por el controlador, por ejemplo con un enfoque de dinámica inversa. Debido a las dificultades en la identificación, especialmente los componentes de fricción que pueden ser no lineales, dependientes de la posición y variables en el tiempo, y debido a la ausencia de medidas en velocidad y aceleración, es difícil lograr una compensación en línea precisa de la dinámica en la práctica.

Percepción de rigidez

Incluso cuando el maestro y esclavo son idénticos, en la ecuación (2.5) revela que la percepción de \mathbf{f}_e está distorsionada debido a las dinámicas maestro y esclavo. Solo cuando el maestro y el esclavo están en reposo, es decir, cuando $\ddot{\mathbf{q}}_i = \dot{\mathbf{q}}_i = 0$, los términos de gravedad y fricción son compensados, y las configuraciones maestro y esclavo son idénticas, es decir $\mathbf{q}_m = \mathbf{q}_s$ tal que $\mathbf{J}_m(\mathbf{q}_m) = \mathbf{J}_s(\mathbf{q}_s)$, la dinámica de lazo cerrado (2.5) se reduce a $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e$. En esta situación, usando (2.4) en (2.1), las dinámicas maestro y esclavo se reducen a

$$\begin{aligned}\mathbf{J}_m^T(\mathbf{q}_m) \mathbf{f}_h &= \tau_m, \\ \mathbf{J}_s^T(\mathbf{q}_s) \mathbf{f}_e &= \tau_s.\end{aligned}\quad (2.6)$$

Sin escala de fuerza, $k_{pm} = k_{ps}$, tal que $\tau_m = \tau_s$, (2.6) se reduce a

$$\mathbf{J}_m^T(\mathbf{q}_m) \mathbf{f}_h = k_{pi}(\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_m) = \mathbf{J}_s^T(\mathbf{q}_s) \mathbf{f}_e. \quad (2.7)$$

Por lo tanto, el error de sincronización $\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_m$ aumenta proporcionalmente con \mathbf{f}_e . Se requiere un valor muy grande de k_{pi} para crear un acoplamiento hermético entre maestro y esclavo, algo que raramente se puede obtener. Un valor limitado de k_{pi} no reduce el reflejo de \mathbf{f}_e (en estado estable), pero debido a una diferencia de posición entre el maestro y el esclavo, el entorno se percibe más suave: el teleoperador representa un resorte conectado en serie con la rigidez del entorno.

Un enfoque interesante para mejorar la transparencia, propone un controlador con cambio de ganancia, basado en la siguiente observación: "Intuitivamente, no debería haber retroalimentación de fuerza al operador cuando el manipulador esclavo está en movimiento, por lo que el controlador maestro debería tener ganancias tan bajas como sea posible, de lo contrario, el sistema se sentiría lento debido al error de posición. El controlador esclavo debe tener altas ganancias para un buen rendimiento de seguimiento de posición en movimiento libre. Cuando el manipulador esclavo tiene un contacto duro, el controlador maestro debe tener altas ganancias para que el operador sea más sensible a la colisión que ocurre en el sitio remoto; mientras que el controlador esclavo debería tener bajas ganancias para suavizar la colisión "(Ni2004). Ni y Wang insinúan imitar un controlador de sincronización en movimiento bilateral con una arquitectura en reflexión de fuerza directa. La conmutación asincrónica en combinación con un enfoque de

función Lyapunov para incluir la naturaleza de conmutación del entorno y las ganancias del controlador, se obtiene una ley de control en conmutación que garantiza un contacto estable en un problema de regulación (Ni2004). Sin embargo, el uso de diferentes ganancias en el controlador maestro y esclavo da como resultado un escalamiento de la fuerza reflejada, lo que aún afecta la percepción del operador de la rigidez remota.

Efecto de los retardos

Cuando se usa la arquitectura P-P en teleoperación, asumiendo retardos constantes para simplificar y fines ilustrativos, las posiciones maestro y esclavo transmitidas \mathbf{q}_m y \mathbf{q}_s llegan h_1 y h_2 segundos más tarde, respectivamente, al otro lado. Los controladores (2.4) se vuelven

$$\begin{aligned}\tau_m &= k_{pm} (\mathbf{q}_s (t - h_2) - \mathbf{q}_m) + k_{dm} (\dot{\mathbf{q}}_s (t - h_2) - \dot{\mathbf{q}}_m), \\ \tau_s &= -k_{ps} (\mathbf{q}_m (t - h_1) - \mathbf{q}_s) - k_{ds} (\dot{\mathbf{q}}_m (t - h_1) - \dot{\mathbf{q}}_s).\end{aligned}\quad (2.8)$$

Por lo tanto, los controladores sincronizan el movimiento de su dispositivo con el retardado del otro elemento. Claramente, en el tiempo t , el maestro y el esclavo tienen un error de seguimiento de movimiento diferente, ya que $\mathbf{q}_s (t - h_2) - \mathbf{q}_m \neq \mathbf{q}_s - \mathbf{q}_m (t - h_1)$. Aunque los controladores intentan sincronizarse con el dispositivo remoto, los dos locales tienen diferentes objetivos. Además del efecto desestabilizador por parte del retardo en la dinámica de lazo cerrado, esto puede dar lugar a oscilaciones no deseadas con una frecuencia relacionada con el retardo de ida y vuelta $h_r := h_1 + h_2$.

Otro inconveniente en la arquitectura P-P, produce fuerzas inducidas por el retardo reflejadas al operador. Para ilustrar, reescriba τ_m de (2.8) como

$$\begin{aligned}\tau_m &= k_{pm} (\mathbf{q}_s - \mathbf{q}_m) + k_{dm} (\dot{\mathbf{q}}_s - \dot{\mathbf{q}}_m) + k_{pm} (\mathbf{q}_s (t - h_2) - \mathbf{q}_m) \\ &\quad + k_{dm} (\dot{\mathbf{q}}_s (t - h_2) - \dot{\mathbf{q}}_m).\end{aligned}\quad (2.9)$$

Los primeros dos términos en el lado derecho son idénticos a la acción de control τ_m en (2.4). Los últimos dos términos son causados por el retardo y representan una conexión resorte-amortiguador entre la posición actual, velocidad del esclavo y la posición y velocidad h_2 segundos atrás. Las altas ganancias k_{pm} y k_{dm} o el movimiento rápido del esclavo resultarán en fuerzas adicionales reflejadas al operador. “Esto hace que el

sistema se sienta lento en el movimiento de espacio libre, ya que los retardos entre movimientos de posición maestro y esclavo provocan grandes fuerzas de reacción para el operador" (Lawrence1993).

Se han propuesto varios métodos para garantizar la estabilidad del teleoperador retardado bajo la sincronización de movimiento bilateral e intentar acercarse al nivel de rendimiento del caso no retardado. Estos métodos incluyen el uso de variables de dispersión u onda, inyección de amortiguamiento, información de fuerza adicional y el uso de predictores.

2.2.2. Variables de dispersión y onda

La primera solución para garantizar estabilidad en sincronización bilateral retardada se origina en la teoría de pasividad. Denote el teleoperador por un sistema de 2 puertos que consta de maestro, esclavo, controladores y canal de comunicación. Como las dinámicas maestro y esclavo son sistemas pasivos de 2 puertos y los controladores PD en (2.4) representan componentes pasivos en la situación no retardada, basta con hacer pasiva la red de comunicación para garantizar la pasividad del teleoperador. Al transmitir variables de potencia en una red sujeta a retardos, no es pasiva (Anderson1989; Niemeyer1991), esto significa, "las elecciones específicas en las variables de entrada producirán energía que puede conducir al sistema general inestable" (Niemeyer1991). En

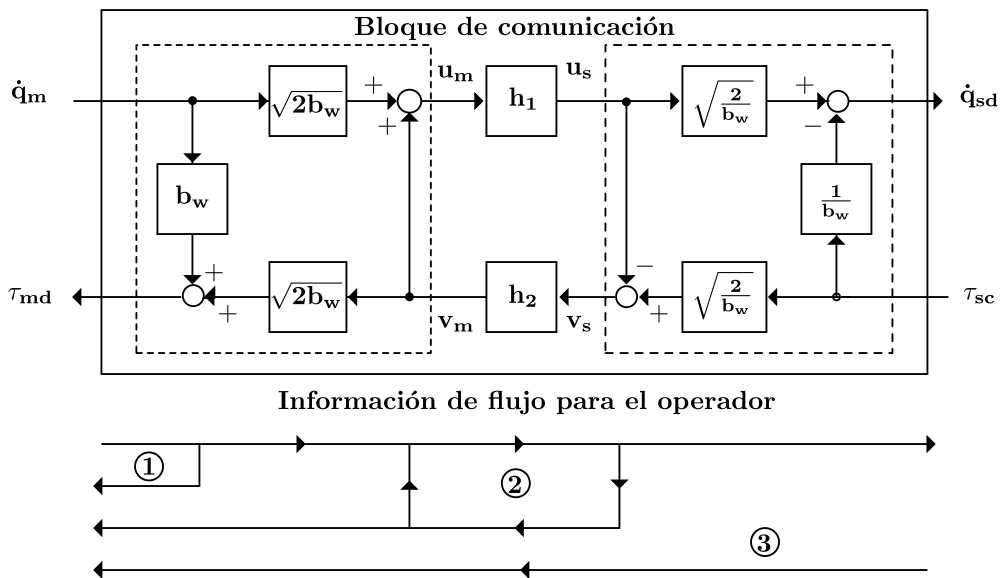


FIGURA 2.4: Transformación en variable de onda y flujo de información.

base a los resultados de la teoría en líneas de transmisión, Anderson y Spong (**Anderson1989**) introdujeron la transformación de dispersión para crear un bloque de comunicación sin pérdidas. Niemeyer y Slotine presentaron una formulación equivalente a la que denominan transformación en variable de onda (**Niemeyer1991**). Con \mathbf{u} la onda directa transmitida de maestro a esclavo y \mathbf{v} la onda de regreso, las variables de onda se definen como

$$\begin{aligned}\mathbf{u}_m &= \frac{1}{\sqrt{2b_w}} (\tau_{md} + b_w \dot{\mathbf{q}}_m), & \mathbf{u}_s &= \frac{1}{\sqrt{2b_w}} (\tau_{ms} - b_w \dot{\mathbf{q}}_{sd}), \\ \mathbf{v}_m &= \frac{1}{\sqrt{2b_w}} (\tau_{md} - b_w \dot{\mathbf{q}}_m), & \mathbf{v}_s &= \frac{1}{\sqrt{2b_w}} (\tau_{ms} + b_w \dot{\mathbf{q}}_{sd}).\end{aligned}\quad (2.10)$$

Las variables de onda \mathbf{u}_i y \mathbf{v}_i tienen la unidad \sqrt{W} , de modo que $\mathbf{u}_m^T \mathbf{v}_m$ y $\mathbf{v}_s^T \mathbf{u}_s$ representan el intercambio de potencia con el maestro y esclavo, respectivamente. La constante $b_w > 0$ es la impedancia característica de onda que se puede sintonizar para compensar la velocidad de movimiento con niveles de fuerza (**Niemeyer2004**) para lograr el rendimiento deseado. En la práctica, el límite superior de la impedancia de onda está limitado por no idealidades tales como la resolución del codificador, el ancho de banda del amplificador y el retardo del servo (**Tanner2004a; Tanner2004b**).

Un ejemplo de codificación y decodificación de variables de potencia se ilustra en la figura 2.4. Las variables $\dot{\mathbf{q}}_m$ y τ_s se codifican primero en variables de onda. Las últimas cantidades se transmiten a través de la red, tal que

$$\mathbf{u}_s = \mathbf{u}_m(t - h_1), \quad \mathbf{v}_m = \mathbf{v}_s(t - h_2). \quad (2.11)$$

Las variables de onda recibidas desde el lado remoto se decodifican en las señales deseadas $\dot{\mathbf{q}}_{sd}$ y τ_{md} , utilizadas en los controladores. Debido a la interacción entre las transmisiones, el bloque de comunicación se vuelve pasivo para cualquier valor de retardo constante (**Niemeyer1991**): la energía del bloque de comunicación satisface

$$\mathbf{E}_{comm} = \int_{t_0}^t (\tau_{md}^T \dot{\mathbf{q}}_m - \tau_s^T \dot{\mathbf{q}}_{sd}) d\sigma = \frac{1}{2} \left(\int_{t-T_m}^t \mathbf{u}_m^T \mathbf{u}_m d\sigma + \int_{t-T_s}^t \mathbf{v}_s^T \mathbf{v}_s d\sigma \right). \quad (2.12)$$

En su forma clásica, el enfoque de variable de onda presenta dos importantes problemas de transparencia. Primero, no se puede garantizar el seguimiento de posición debido a la transmisión de señales solo en velocidad, segundo, la distorsión de fuerza reflejada. Esto se ilustra en la parte inferior de la figura 2.4, se puede ver que la fuerza reflejada al

operador consta de tres componentes (**Niemeyer2004**). Con respecto a la figura 2.4 se tienen las siguientes observaciones:

1. De la trayectoria 1 el operador recibe un término de fricción viscosa con amortiguamiento constante b_w .
2. De la trayectoria 2 las fuerzas reflejadas son el resultado del lazo en el dominio de la onda e incluyen los retardos de comunicación. Este lazo, que es el resultado de la conexión entre las trayectorias de transmisión hacia adelante y atrás, da como resultado reflejo de onda: oscilaciones con una frecuencia igual a $(h_1 + h_2)^{-1}$.
3. La trayectoria 3 contiene información útil que se transmitió inicialmente al operador.

Para una buena reflexión, la información de las trayectorias 1 y 2 debe atenuarse o eliminarse. El término de fricción viscosa en 1 podría reducirse seleccionando una impedancia de onda pequeña b_w , pero eso no siempre se desea. Usando una impedancia adaptable (**Chopra2004**), filtrado de onda (**Niemeyer2004**) o la forma de onda (**Tanner2005**), las reflexiones de onda pueden reducirse o incluso eliminarse. En la impedancia adaptable, b_w corresponde con la impedancia de los controladores, es decir, las ganancias derivativas k_{di} . En el filtrado de onda, se aplica un filtro pasa baja o Notch en el dominio de la onda para atenuar las oscilaciones. La conformación de onda, adecuada para retardos superiores a 100 ms, se presenta como un "filtro que se sintoniza automáticamente a la resonancia de reflexión de onda" (**Tanner2005**).

Variable de onda y seguimiento de posición

Como señales de velocidad se usan en la transformación de variable de onda (2.10), las posiciones maestro y esclavo pueden desviarse. El desvío es resultado de un muestreo discreto, errores numéricos y pérdida de datos. Las soluciones populares para garantizar el seguimiento de posición incluyen el uso de integrales de onda (**Niemeyer2004**; **Nuno2007**), codificación de posición y velocidad a través de $\mathbf{q}_i + \lambda \dot{\mathbf{q}}_i$, con $\lambda > 0$ un parámetro constante, en la transformación de onda (2.10) (**Chopra2004a**; **Chopra2004**; **Rodriguez2009**) y el uso de términos proporcionales fuera del dominio de onda (**Chopra2006**; **Namerikawa2006**; **Nuno2011**).

En (**Chopra2006**; **Namerikawa2006**; **Nuno2011**), los comandos de posición se transmiten explícitamente fuera del dominio de la onda. Esta acción no es pasiva, por lo que la

estabilidad de un teleoperador lineal de 1-GDL se analiza con una función de Lyapunov positiva definida

$$V = \frac{1}{2} \left(M_m(q_m) \dot{q}_m^2 + M_s(q_s) \dot{q}_s^2 + k_p (q_m - q_d)^2 \right) + \int_0^{t_0} (\tau_e \dot{q}_s - \tau_h \dot{q}_m) d\sigma \\ + \int_{t-T_m}^t u_m^2 d\sigma + \int_{t-T_s}^t v_s^2 d\sigma. \quad (2.13)$$

Los tres primeros términos en el lado derecho de (2.13) están relacionados con la energía cinética y potencial del teleoperador; el último para la situación libre de retardos. La primera integral en el lado derecho no es negativa y representa el operador y entorno pasivo (una suposición crucial). Las dos últimas integrales resultan de la integración (2.12) y representan la energía en el bloque de comunicación. Utilizando los términos locales de inyección de amortiguamiento $B_i \dot{q}_i$ en cada controlador, con B_i una constante de amortiguación positiva, se prueban que si la desigualdad

$$k_{pm} k_{ps} (h_1^2 + h_2^2) < 4B_m B_s, \quad (2.14)$$

se satisface, las velocidades \dot{q}_i convergen asintóticamente a cero, el error de seguimiento $q_m - q_s$ permanece acotado y solo converge a cero asintóticamente cuando $\tau_e = 0$. La convergencia asintótica del error de seguimiento a cero solo para $\tau_e = 0$ es inherente a las arquitecturas bilaterales de sincronización, como se ilustra en (2.7). La desigualdad (2.14) establece que la ganancia proporcional está acotada por el retardo y la cantidad de amortiguamiento inyectada. Un valor grande de k_{pi} implica mucha inyección de amortiguamiento, que resulta en una sensación de lentitud (es decir, muy amortiguada) en el movimiento libre. Un valor bajo de k_{pi} permite un B_i pequeño, pero reduce el seguimiento de movimiento y una reflexión de rigidez pobre. Una compensación entre estos dos extremos es inevitable, por lo tanto, el rendimiento se sacrifica a costa del seguimiento de la posición.

Esquemas de inyección de amortiguamiento

En (Nuno2011), los autores comparan varias de las arquitecturas de sincronización basadas en variables de onda con arquitecturas que no usan variables de onda. Los análisis de estabilidad para este último se basan en funciones de Lyapunov y tienen una estructura similar a la presentada en (Chopra2006; Namerikawa2006), es decir, de la forma (2.13). Los esquemas propuestos incluyen el control P+d (Nuno2009; Nuno2008) y el control PD+d (Lee2005; Nuno2009; Nuno2009b; Wang2012) (con 'd' que implica

amortiguamiento). En (**Chopra2008; Liu2012; Nuno2010**), se presentan varias extensiones que usan términos adaptables para compensar las incertidumbres paramétricas, similares al control de un solo manipulador (**Spong2005**). Todas estas arquitecturas requieren una cantidad mínima de inyección de amortiguamiento para garantizar estabilidad, como se ilustra a continuación.

Para retardos constantes, e ignorando los términos de gravedad y fricción, los siguientes controladores PD+d se proponen en (**Nuno2009**) para sincronizar el movimiento maestro y el esclavo

$$\begin{aligned}\tau_{mc} &= k_{pm}(q_s(t-h_2) - q_m) + k_{dm}(\dot{q}_s(t-h_2) - \dot{q}_m) - B_m\dot{q}_m, \\ \tau_{sc} &= k_{ps}(q_m(t-h_1) - q_s) + k_{ds}(\dot{q}_m(t-h_1) - \dot{q}_s) - B_s\dot{q}_s,\end{aligned}\quad (2.15)$$

con B_i , la cantidad local de amortiguamiento inyectada. Seleccionar $k_{dm} = k_{ds} = 0$ da como resultado el controlador P+d presentado en (**Nuno2008**). La estabilidad del sistema en lazo cerrado se analiza con la siguiente funcional

$$\begin{aligned}V &= \frac{1}{2} \left(M_m(q_m) \dot{q}_m^2 + M_s(q_s) \dot{q}_s^2 + k_p(q_m - q_s)^2 \right) \\ &+ \int_0^{t_0} (\tau_e \dot{q}_s - \tau_h \dot{q}_m) d\sigma + E_e(t_0) + E_h(t_0) \\ &+ \frac{k_d}{2} \int_{t-h_1}^t \dot{q}_m^2 d\sigma + \frac{k_d}{2} \int_{t-h_2}^t \dot{q}_s^2 d\sigma.\end{aligned}\quad (2.16)$$

donde para simplificar $k_p := k_{pm} = k_{ps}$ y $k_d := k_{dm} = k_{ds}$. Los tres primeros términos en el lado derecho representan la energía cinética del maestro y esclavo, y la energía potencial del acoplamiento en la situación libre de retardo. La primera integral no es negativa debido a la pasividad asumida del entorno y operador (una suposición crucial), y $E_e(t_0)$ y $E_h(t_0)$ representan la energía inicialmente almacenada del entorno y el operador, respectivamente. Las dos últimas integrales son funcionales para garantizar que V disminuye con el tiempo. El uso de una función de almacenamiento como (2.16) generalmente se obtiene un resultado independiente del retardo, pero los autores en (**Nuno2009**) obtuvieron un resultado dependiente del retardo al explotar la desigualdad (**Namerikawa2006**)

$$-2 \int_0^t x^T(\sigma) \int_{-h}^0 y(\sigma + \theta) d\theta d\sigma \leq \alpha \|x(t)\|_2^2 + \frac{h^2}{\alpha} \|y(t)\|_2^2, \quad (2.17)$$

donde $x(\cdot)$ y $y(\cdot)$ son dos señales vectoriales arbitrarias y la constante $\alpha > 0$. Las velocidades \dot{q}_i convergen asintóticamente a cero, y el error de seguimiento $q_m - q_s$ permanece acotado si se cumple (2.14). Debido a la conexión de resorte, $q_m - q_s$ solo converge a cero cuando $\tau_e = 0$, como se ilustra en (2.7). La ecuación (2.14) implica una compensación entre k_{pi} y la inyección de amortiguamiento requerida para garantizar la estabilidad de todos los operadores y entornos pasivos.

Agregar amortiguamiento podría eventualmente contribuir al seguimiento de posición al reducir la velocidad de ambos dispositivos. Pero cuando se agrega amortiguamiento en movimiento libre, el impacto del esclavo con el medio ambiente es percibido más suave por los operadores humanos (VanBeek2015). Además, cuando las ganancias de amortiguamiento se seleccionan muy grandes, el operador ya no puede mover el teleoperador. Aunque el error de posición puede converger a cero, el hecho de que el operador no pueda mover el dispositivo claramente no es deseable. La compensación entre una B_i grande y k_{pi} , este último requerido para un buen seguimiento de movimiento y reflexión de fuerza, y B_i baja y k_{pi} deben considerarse con cuidado.

Sincronización de movimiento bilateral de arquitecturas de 3 y 4 canales

Para mejorar el rendimiento, las arquitecturas P-P tradicionales se pueden ampliar con las fuerzas aplicadas por el operador y entorno en el teleoperador. Utilizando técnicas de sistemas LIT, en (Aziminejad2008) una arquitectura P-PF y PF-P se compara tanto en la estabilidad como en rendimiento teórico en presencia de retardos. Se concluye que PF-P es más adecuado para teleoperadores con un esclavo pesado, mientras que el P-PF se recomienda para teleoperadores con un maestro pesado. En (Albakri2013), los autores proponen usar una arquitectura P-PF para la interacción con los tejidos blandos.

La mayor parte del trabajo sobre el control con 4 canales proviene de la arquitectura de Lawrence (Lawrence1993), presentada para sistemas lineales. Las arquitecturas de 3 y 2 canales se pueden derivar de la arquitectura para 4, estableciendo ciertos términos de control en cero. Especialmente al caso sin retardo, el controlador con 4 canales puede proporcionar la mejor transparencia de todas las arquitecturas. En movimiento libre, el uso de \mathbf{f}_h en el controlador esclavo mejora el seguimiento del movimiento. Combinado con el uso de \mathbf{f}_e en el esclavo, esta arquitectura da como resultado la mejor reflexión de rigidez en todas las arquitecturas de sincronización de movimiento bilateral. Pero para valores de retardo distintos de cero, las arquitecturas de 4 canales también sufren de fuerzas inducidas por retardo. Para obtener más material de fondo sobre el

control con 4 canales, puede consultar (**Hokayem2006; Sun2014**), las referencias en él, y (**Hashtrudi-Zaad2001**) para un análisis de los dispositivos maestro y esclavo de tipo admitancia/impedancia.

Predictores

Para reducir o eliminar las fuerzas inducidas por el retardo, los controladores maestro y esclavo necesitan información de la posición actual del dispositivo remoto. Esto se puede lograr mediante el uso de predictores. Desafortunadamente, es difícil, si no imposible, predecir la interacción con el operador, debido a las características cambiantes de impedancia del brazo humano y la intención del operador, y el medio ambiente, debido a las incertidumbres en las propiedades y ubicación del entorno. A pesar de estos problemas, varios autores proponen esquemas con predictores para compensar (parcialmente) las fuerzas inducidas por el retardo. Para una visión general hasta 2006, se remite al lector a la introducción de (**Smith2006**) y las referencias incluidas.

Los beneficios de un predictor en el dominio de onda incluyen un mejor movimiento y seguimiento de fuerza, mientras la pasividad aún se puede analizar (**Niemeyer1991**). Uno de los primeros intentos de utilizar predictores en el dominio de onda es por Munir y Book (**Munir2001**). En (**Munir2002**) y (**Ching2005**) el esquema de control se extiende para compensar el desvío de posición debido a retardos de tiempo variables o errores en la posición inicial.

En (**Pan2004**), se muestra (tanto teóricamente como en simulación) que el uso de modelos precisos en las dinámicas maestra y esclava en un predictor, junto con un buen modelo de operador y ambiente que incluye predicciones perfectas de las entradas exógenas, produce mejoras significativas en movimiento y seguimiento de fuerza. Sin embargo, rara vez se dispone de una predicción perfecta de las entradas exógenas del operador y del entorno. En (**Yoshida2008**) los autores extienden la arquitectura adaptable de (**Chopra2004a**) con dos predictores para el movimiento del dispositivo remoto. Se supone que las fuerzas del operador y entorno no cambian durante el intervalo de retardo, de modo que la información retardada se puede utilizar en ambos predictores. Finalmente, (**Natori2010**) considera el efecto del retardo en el teleoperador como una perturbación y los autores diseñan un observador de perturbación de comunicación. El maestro y el esclavo se modelan como masas simples o inercias y la respuesta del esclavo se predice en el lado maestro. A diferencia de los métodos mencionados anteriormente,

este esquema no requiere conocimiento del valor de retardo.

A pesar de compensar (parcialmente) las fuerzas inducidas por el retardo mediante la incorporación de predictores, permanecen los problemas fundamentales inherentes a la sincronización del movimiento bilateral, como el reflejo de la dinámica del esclavo y las altas rigideces.

2.3. Reflexión directa de fuerza

En las arquitecturas de reflexión directa de fuerza, el controlador maestro y esclavo están diseñados para reflejar el entorno al operador y sincronizar el movimiento del esclavo con el del maestro. De las 5 arquitecturas posibles P-F, F-P, F-F, PF-F y F-PF, tanto F-P como F-PF raramente se abordan en la literatura, debido a que estos controladores sufren de fuerzas inducidas por retardo, están ausentes en los controladores P-F, F-F y PF-F, ya que el controlador maestro no contribuye directamente a la sincronización del movimiento. De estos tres controladores, solo las arquitecturas P-F y PF-F recibieron atención en la literatura, ya que el controlador F-F carece de seguimiento en posición.

Las arquitecturas que reflejan la fuerza directa como P-F y PF-F tienen más potencial para obtener un buen seguimiento del movimiento y reflexión de fuerza, especialmente en teleoperación retardada. Desafortunadamente, se sabe que estas arquitecturas tienen inconvenientes como inestabilidad de contacto, rebote del esclavo contra el entorno y un reflejo de rigidez pobre (**Daniel1998; Lawrence1993; Love2004**). A diferencia de la sincronización de movimiento bilateral, estos esquemas no son pasivos (**Willaert2009**), de modo que las arquitecturas de reflexión de fuerza no se han explorado tan extensamente como la sincronización de movimiento bilateral.

Los problemas existentes con arquitecturas de reflexión de fuerza directa se ilustran a continuación utilizando la arquitectura P-F. Posteriormente, se abordan dos soluciones propuestas para garantizar un teleoperador estable. Esta sección concluye con una breve discusión sobre la arquitectura PF-F.

2.3.1. Arquitectura Posición-Fuerza (P-F)

La reflexión directa de fuerza se utiliza con mayor frecuencia en el espacio de tareas dado que el esclavo interactúa con el entorno a través de su efector final. Por lo tanto,

las arquitecturas que reflejan la fuerza se presentan en el espacio de tareas. La dinámica del manipulador está dada por (2.2). Sin retardos en la comunicación, la arquitectura P-F está dada por

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_m &= -\mu_2 \mathbf{f}_e, \\ \mathbf{f}_s &= k_{ps} (\mu_1 \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s) + k_{ds} (\mu_1 \dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s),\end{aligned}\quad (2.18)$$

donde $\mu_1 > 0$ y $\mu_2 > 0$ son las ganancias de movimiento y escalado de fuerza. Cuando el esclavo está en movimiento libre, $\mathbf{f}_e = 0$ y por lo tanto también $\mathbf{f}_m = 0$, de modo que la arquitectura de control es unilateral. Para la sincronización unilateral se puede concluir la estabilidad, independientemente del retardo, analizando los subsistemas maestro y esclavo por separado. En contacto, sin embargo, $\mathbf{f}_e \neq 0$ y por lo tanto $\mathbf{f}_m \neq 0$ y el controlador cambia a una arquitectura bilateral. En el caso estático, por lo tanto $\ddot{\mathbf{x}}_m = \ddot{\mathbf{x}}_s$ y $\dot{\mathbf{x}}_m = \dot{\mathbf{x}}_s$, ignorando la fricción y la gravedad, la dinámica (2.2) con el controlador (2.18) se reduce a

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_h &= -\mathbf{f}_m = \mu_2 \mathbf{f}_e, \\ \mathbf{f}_e &= \mathbf{f}_s = k_{ps} (\mu_1 \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s).\end{aligned}\quad (2.19)$$

Seleccionar $\mu_2 = 1$ implica $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e$, de modo que el operador perciba una copia exacta de la fuerza del entorno. Sin embargo, incluso cuando $\mu_1 = 1$, el error de seguimiento es

$$\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s = \frac{1}{k_{ps}} \mathbf{f}_e.$$

Por lo tanto, de forma similar a la sincronización de movimiento bilateral, se requiere una alta ganancia proporcional k_{ps} para transmitir con precisión la rigidez del entorno.

Un problema frecuente de las arquitecturas P-F es el comportamiento inestable al interactuar con entornos rígidos (**Kuchenbecker2006; Lawrence1993**). Esta inestabilidad puede tener múltiples causas. El primero y más trivial es la dinámica inestable del teleoperador, incluida la del operador, en la fase de contacto.

La conmutación inestable entre movimiento libre y contacto se conoce como inestabilidad de contacto y se caracteriza por el rebote del esclavo contra el entorno con amplitudes crecientes. Para evitar la inestabilidad de contacto, también se debe incluir el comportamiento de conmutación en el análisis. Esto no se hace en el enfoque de pasividad de entorno acotado (PEA) (**Willaert2009**), ya que el sistema de entorno del

teleoperator de 1 puerto se considera LIT (**Colgate1988**). Los enfoques estándar basados en Lyapunov y pasividad incluyen en el análisis la conmutación entre movimiento libre y contacto. Pero el impacto en sí mismo no está modelado y, por lo tanto, no se puede analizar directamente. El rebote estable no puede analizarse ni excluirse.

Un problema común en la reflexión de fuerza, debido a la conmutación entre un esquema unilateral y bilateral, “la retroalimentación directa de las fuerzas de contacto generalmente provoca que el maestro retroceda violentamente cuando el esclavo se pone en contacto con un entorno rígido. Para estabilizar el sistema, la magnitud de las fuerzas reflejadas debe atenuarse significativamente” (**Daniel1998**). Como se reporta en (**Kim1992; Kuchenbecker2006**), esto implica que el producto $\mu_1\mu_2$, o la ganancia proporcional k_{ps} debe reducirse considerablemente. Ambas soluciones contribuyen a una sensación “esponjosa” o “blanda” que los operadores humanos encuentran insatisfactoria (**Lawrence1993**), dando a estas arquitecturas un mal nombre.

Efectos del retardo

Cuando el canal de comunicación tiene retardo de tiempo constante, (2.18) se convierte

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= -\mu_2 \mathbf{f}_e(t - h_2), \\ \mathbf{f}_s &= k_{ps} (\mu_1 \mathbf{x}_m(t - h_1) - \mathbf{x}_s) + k_{ds} (\mu_1 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1) - \dot{\mathbf{x}}_s). \end{aligned} \quad (2.20)$$

En movimiento libre del esclavo, el esquema es unilateral y la estabilidad no se ve afectada por el retardo. Esta es una clara ventaja sobre los esquemas de sincronización de movimiento bilateral. Pero cuando el esclavo hace contacto con el medio ambiente, surgen dos problemas adicionales en comparación con el caso sin retardo.

Primero, el propio teleoperator puede volverse inestable al interactuar con el entorno. Esta inestabilidad puede provenir de la dinámica de contacto inestable, que incluye también al maestro y al operador, o de las transiciones entre el movimiento libre y contacto. La estabilidad puede analizarse, por ejemplo con el criterio de estabilidad absoluta de Llewellyn para sistemas LIT, o con funcionales de Lyapunov como (2.16) para sistemas no lineales, pero estos métodos son independientes del retardo y por lo tanto son conservadores.

Segundo, el operador no es capaz de llevar al esclavo a contacto con el medio ambiente. Denote el tiempo cuando la posición de maestro pasa a la posición del entorno $x_e = 0$ por t_1 . Suponiendo un seguimiento de movimiento perfecto, el esclavo hace contacto en $t_2 = t_1 + h_1$, y la fuerza $\mathbf{f}_m = -\lambda \mathbf{f}_e(t - h_2)$ de (2.20) se aplica en el dispositivo maestro en $t_3 = t_1 + h_r$. Durante el intervalo $[t_1, t_1 + h_r]$, el maestro se movió virtualmente dentro del entorno. Mientras tanto, el controlador esclavo (2.20) intenta seguir x_m , creando grandes fuerzas \mathbf{f}_s y \mathbf{f}_e . Más tarde, al operador se le presenta esta gran fuerza inesperada del entorno y, por lo general, no puede reaccionar ante ella de forma inmediata, de modo que el maestro es empujado hacia atrás y alcanza la posición x_e en el momento t_4 . En el tiempo $t_5 = t_4 + h_2$ también el esclavo se separa, de modo que la fuerza $\mathbf{f}_e = 0$ llega en el lado maestro en $t_6 = t_4 + h_r$. Entonces, durante el intervalo $[t_4, t_4 + h_r)$, el maestro recibe una fuerza significativa $\mathbf{f}_e \neq 0$ y se acelera lejos del entorno. Si el operador todavía intenta contactar con el entorno, el mismo patrón se repite, generalmente con un incremento en la amplitud. Este fenómeno se describe a menudo cuando se realizan experimentos físicos, pero no se puede analizar cuando las dinámicas del operador y del entorno no se incluyen explícitamente en el análisis, por ejemplo, cuando se consideran sistemas pasivos de 1 puerto.

Movimiento maestro inducido

Un interesante análisis del retroceso en el dispositivo maestro, denominado movimiento maestro inducido, es presentado por Kuchenbecker y Niemeyer (**Kuchenbecker2006**). Su análisis se centra en los sistemas LIT sin retardos. Movimiento maestro inducido es el movimiento del dispositivo maestro causado por la retroalimentación de la fuerza (\mathbf{f}_m) en lugar de la intención del usuario. "Compromete la estabilidad de un telerobot al permitir que la señal de fuerza de retroalimentación influya en la posición ordenada del esclavo, creando un lazo de control interno que es inestable en alta ganancia" (**Kuchenbecker2006**). Para cancelar el movimiento maestro inducido, los autores proponen restar el movimiento causado por \mathbf{f}_m del movimiento maestro originalmente transmitido x_m . Esta resta se basa en un principio de superposición y, por lo tanto, solo se aplica a sistemas lineales.

Basado en el principio del movimiento maestro inducido, Polushin et al. (**Polushin2012**) desarrolló un algoritmo de reflexión de fuerza basado en proyección que se puede usar para sistemas no lineales con retardos de comunicación y actividad acotada del operador. Su enfoque utiliza un análisis de ganancia pequeña y se basa en la siguiente pregunta:

“¿Qué fuerzas siente realmente el operador humano cuando interactúa con un dispositivo maestro? La respuesta es casi tautológica: el operador humano siente las fuerzas de interacción entre su brazo y el dispositivo maestro. Específicamente, la fuerza que siente el operador humano es exactamente el componente de las fuerzas externas que se compensa durante la interacción con la mano. Es importante notar que, dado que este componente de fuerza externa se compensa, no genera el movimiento maestro inducido” (Polushin2012). Los autores proponen “descomponer la fuerza reflejada en componentes de interacción y generación de impulso, y atenuar esta última al tiempo que se aplica la anterior en su totalidad”. Esto se logra al proyectar la fuerza reflejada, es decir, \mathbf{f}_e , en la fuerza de operador aplicada \mathbf{f}_h y solo implementar en el lado maestro la fuerza proyectada

$$\mathbf{f}_m = -\text{sat}_{[0,1]} \left(\frac{\mathbf{f}_e^T \mathbf{f}_h}{\text{máx}(|\mathbf{f}_h|^2, \epsilon)} \right) \mathbf{f}_h. \quad (2.21)$$

La saturación previene que la fuerza reflejada sea mayor en magnitud que la fuerza del operador, y ϵ es una constante pequeña para evitar la división por cero. Por lo tanto, usar (2.21) evita un retroceso del maestro ya que la fuerza de control está limitada por el operador aplicado fuerza. Un inconveniente del método basado en proyección de la forma (2.21) es una percepción extraña del entorno. Se afirma que las fuerzas en otras direcciones distintas a la dirección de \mathbf{f}_h “no son sentidas inmediatamente por el operador humano” (Polushin2012). Por lo tanto, los componentes de las fuerzas en direcciones tangenciales a la fuerza del operador no se presentan al operador. Este último paso es una forma notable de pensar. En lugar de reflejar \mathbf{f}_e en su totalidad, donde la fuerza aplicada del operador es una reacción a la fuerza reflejada, ahora la fuerza reflejada es una reacción a la fuerza del operador. En otras palabras, el teleoperador no informa al operador, pero el operador informa al teleoperador en qué direcciones informarlo.

2.3.2. Arquitectura Posición/Fuerza-Fuerza (PF-F)

Una interesante extensión de la arquitectura P-F, al menos en la situación de no retardo, es la arquitectura PF-F de 3 canales, donde además también se transmite la fuerza del operador al lado esclavo. Esta señal de fuerza adicional puede interpretarse como una señal de avance cuando el esclavo está en movimiento libre, mientras que en el caso de contacto mejora la rigidez reflejada del entorno. En comparación con la arquitectura P-F, se muestra en (Willaert2010) utilizando el enfoque de Pasividad de Entorno Acotado (PEA) para LIT que la arquitectura PF-F, sin retardo, tiene una gama más amplia de parámetros del sistema que conduce a una operación estable en contacto. En

el caso retardado, la estabilidad de la arquitectura de PF-F se analiza en (**Abbott2006; Hashtrudi-Zaad2002**), aunque para sistemas LIT que no incluyen transiciones de movimiento libre a contacto. Se concluye en (**Abbott2006**) que la arquitectura PF-F es la más adecuada para entornos pesados con grandes impedancias, es decir, entornos que se pueden encontrar típicamente, por ejemplo en aplicaciones de mantenimiento remoto para la fusión nuclear. Desafortunadamente, también la arquitectura PF-F puede sufrir un retroceso del dispositivo maestro cuando el esclavo hace contacto con el entorno.

Una forma interesante de la arquitectura PF-F, específicamente propuesta para retardos grandes, se considera en la arquitectura de teleoperación mediante por modelos (**Mitra2008**). Aquí, el maestro está conectado a un proxy, una copia del esclavo e interactúa con una versión virtual, posiblemente simplificada, del entorno remoto. Al interactuar con el proxy, se puede evitar un retroceso violento del maestro debido a la demora mediante el diseño de una actualización adecuada del entorno virtual. Sin embargo, construir y usar un modelo local del entorno remoto solo es posible en entornos bien conocidos y estructurados con componentes móviles limitados.

2.4. Estabilidad y rendimiento

Las secciones anteriores abordaron varias técnicas para analizar y garantizar la estabilidad del teleoperador. Idealmente, se analiza para conexión bilateral de los dos manipuladores (no lineales), la presencia de retardos, la interacción del esclavo con el entorno (rígido), las características variables en el tiempo del brazo humano y el comportamiento posiblemente activo del operador humano. Desafortunadamente, cada una de las técnicas consideradas en la literatura se centran en solo algunas de estas propiedades. Por ejemplo, una de las técnicas de análisis más populares para teleoperadores lineales es el criterio de estabilidad absoluta de dos puertos de Llewellyn (**Llewellyn1952**), que analiza la estabilidad absoluta del sistema de 2 puertos de comunicación maestra lineal invariante en el tiempo (LIT). El entorno solo se considera como un sistema pasivo de 1 puerto, de modo que no se puede analizar el impacto del esclavo con el entorno. El método PEA (**Willaert2009**) incluye un modelo de entorno para reducir el conservadurismo, pero supone que el sistema de comunicación de 1 puerto maestro-esclavo es LIT (**Colgate1988**), por lo tanto, ignora las transiciones de contacto. Estas transiciones, junto con un rango de rigideces del operador y entorno (**Lopez2015**). Los autores resuelven numéricamente un conjunto de LMI para obtener un controlador robusto de 4 canales.

Desafortunadamente, los retardos no se consideran en este trabajo.

Las técnicas de análisis populares para teleoperadores no lineales, como los funcionales de Lyapunov (2.13) y (2.16), utilizados en las referencias mencionadas en (Nuno2011), también asumen la pasividad del entorno. Las transiciones entre movimiento libre y contacto no están incluidas en el modelo, por lo que no se puede analizar el rebote persistente del manipulador esclavo contra el entorno.

Además de no abordar todas las propiedades que afectan la estabilidad y rendimiento, algunas técnicas consideran una clase de incertidumbre demasiado grande. Por ejemplo, si el operador y el entorno se consideran sistemas pasivos, se analiza la estabilidad de cualquier sistema pasivo, incluidos los sistemas infinitamente rígidos y muy suaves. Otros ejemplos garantizan la estabilidad independiente del retardo e incluyen todos los movimientos posibles del operador. Como resultado el análisis de estabilidad se vuelve demasiado conservador. La consecuencia es una reducción en el rendimiento, por ejemplo, debido a una reducción de la fuerza del acoplamiento bilateral y/o la inyección de una cantidad significativa de amortiguamiento. Un enfoque alternativo y menos conservador es monitorear la cantidad de actividad en línea y adaptar la cantidad de amortiguamiento inyectada en función de la necesidad actual. Este enfoque se conoce como control de pasividad en el dominio de tiempo (CPDT).

2.4.1. Control de pasividad en el dominio del tiempo

El original CPDT se propuso para crear una interacción pasiva con entornos virtuales (Hannaford2002). En (Ryu2004), este enfoque se aplicó a teleoperación bilateral. Un observador de pasividad (OP) se utiliza para controlar los flujos de energía entrante y saliente de los componentes del teleoperador. La pasividad está garantizada por medio de la inyección de amortiguamiento variable con un controlador de pasividad (CP). La ventaja de este enfoque es que el amortiguamiento solo se inyecta cuando la pasividad tiende a perderse. Como resultado, se mejora el rendimiento en comparación con los esquemas que requieren inyección de amortiguamiento constante.

El enfoque se extendió para incluir retardo, mediante la incorporación de un algoritmo de referencia en energía (Artigas2007). Este algoritmo utiliza OP para determinar la energía presente en el canal de comunicación. Dos CP locales son responsables de mantener la pasividad de acuerdo con el OP en el lado local. Otras dos extensiones del CPDT

son el acoplamiento pasivo entre los dominios continuos y discretos (**Artigas2008**), y la separación de la interacción de energía en un flujo de energía entrante y saliente (**Ryu2007**). En este último caso, los paquetes de energía se envían al otro lado, lo que hace que el enfoque sea robusto para retardos variables en el tiempo. La combinación de todos estos enfoques se puede encontrar en el algoritmo descrito en (**Ryu2010**). Una extensión hacia una arquitectura de 4 canales se presenta en (**Rebelo2015**).

2.4.2. Arquitectura de dos capas

Con el enfoque CPDT, la pasividad se garantiza independientemente de la arquitectura de control utilizada para lograr el rendimiento. El OP y CP monitorean y regulan la pasividad del teleoperador. Usando un enfoque de dos capas, en combinación con tanques de almacenamiento de energía para representar la energía disponible para los controladores, la separación entre pasividad y transparencia se hace explícita por Franken et al. en (**Franken2011; Franken2009**).

En la capa superior jerárquica, llamada Capa de Transparencia (CT), se implementa un algoritmo que es responsable de lograr el rendimiento deseado. Esta podría ser cualquiera de las arquitecturas discutidas en las secciones anteriores (por ejemplo, P-P, P-F o esquemas de variables de onda). En la capa inferior, llamada Capa de Pasividad (CaP), se aplica la pasividad del teleoperador. La principal diferencia de este enfoque con el CPDT es el uso explícito de tanques de energía para garantizar la pasividad. Los tanques de energía representan la cantidad de energía almacenada que se puede usar para aplicar la acción de control proveniente del CT. Cuando un tanque está vacío, no hay energía para implementar la acción de control local requerida proveniente del CP y la acción de control se interrumpe. La energía para llenar ambos tanques se obtiene del operador al inyectar una cantidad variable de amortiguamiento en el lado maestro.

La cantidad de energía restada del operador está regulada por el Control de nivel de tanque (CNT) y depende del nivel de energía deseado en los tanques, y del protocolo de energía utilizado para distribuir (sincronizar) la energía sobre los dos tanques. La distribución de energía es necesaria, ya que el operador se considera el único elemento activo del sistema de teleoperador y, por lo tanto, debe proporcionar energía a ambos tanques.

Debe destacarse que si bien ambos conceptos de control de energía en línea ofrecen una técnica menos conservadora para estabilizar el teleoperador retardado, no ofrecen directamente una solución para el comportamiento de rebote del esclavo contra el entorno, la inestabilidad de contacto o el retroceso del dispositivo maestro. Sin embargo, se demuestra experimentalmente en (Franken2011) que el uso de la ganancia de amortiguamiento variable contribuye a la estabilización y el impacto al reducir significativamente las oscilaciones de impacto.

2.5. Impedancia y admitancia

El concepto de impedancia es comúnmente utilizado en el ámbito eléctrico. La impedancia Z es una medida de oposición que presenta un circuito a una corriente cuando se aplica una tensión. Considere el circuito RLC de la figura 2.5. Donde $V(t)$ es una

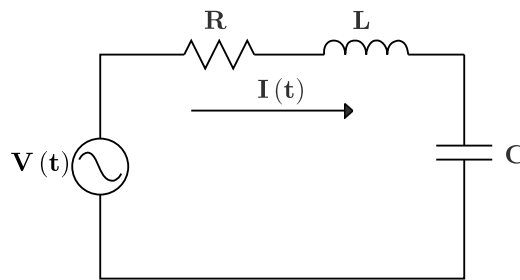


FIGURA 2.5: Circuito serie RLC.

fuerza alterna de voltaje, $I(t)$ es la corriente que circula en la malla del circuito, R una resistencia, L un inductor y C un capacitor. Por definición, la impedancia es el cociente entre el fasor tensión y el fasor intensidad de corriente, es decir, obedece la Ley de Ohm

$$Z = V/I.$$

Se denomina Z_R , Z_L , Z_C a la impedancia del elemento resistor, inductor y capacitor, respectivamente. Z_R mide cuánto “impedirá” el elemento el flujo de carga a través de la red (los resistores son elementos disipativos); Z_L mide cuánto “impedirá” el elemento el nivel de corriente a través de la red (los elementos inductivos son dispositivos de almacenamiento); Z_C mide cuánto “impedirá” el elemento capacitivo el nivel de corriente a través de la red (los elementos capacitivos son dispositivos de almacenamiento). En

forma fasorial el circuito RLC en serie de la figura 2.5 se escribe como

$$V(t) = (Z_R + Z_L + Z_C) I(t). \quad (2.22)$$

De la expresión anterior se nota una clara relación entre corriente y tensión a través de la impedancia eléctrica. Si el circuito se resuelve utilizando las Leyes de Kirchhoff y la relaciones voltaje-corriente de los elementos pasivos, se obtiene la siguiente ecuación diferencial

$$V(t) = L \frac{d}{dt} I(t) + RI(t) + \frac{1}{C} \int_0^t I(\sigma) d\sigma. \quad (2.23)$$

Aplicando la transformada de Laplace con condiciones iniciales cero a (2.23), se obtiene

$$V(s) = \left(Ls + R + \frac{1}{Cs} \right) I(s) \quad \text{o} \quad V(s) = \left(Ls^2 + Rs + \frac{1}{C} \right) q(s), \quad (2.24)$$

donde q es carga. La primera expresión muestra una relación de impedancia entre tensión y corriente del circuito, mientras que la segunda establece una relación entre tensión y carga, la cual se conoce como filtro de impedancia

$$Z(s) = Ls^2 + Rs + 1/C.$$

De forma análoga se tiene en un sistema mecánico una impedancia, considere el sistema masa, resorte, amortiguador de la figura 2.6. Donde m es la masa del carro, k es la constante de rigidez del resorte, b es la constante de amortiguamiento y F es la fuerza ejercida en el extremo de la masa. Se considera que el carro únicamente se mueve en el eje horizontal, y el resorte y amortiguador son lineales en su movimiento. La ecuación dinámica que representa el sistema es

$$F(t) = m\ddot{x}(t) + b\dot{x}(t) + kx(t). \quad (2.25)$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$F(s) = (ms^2 + bs + k) x(s). \quad (2.26)$$

La impedancia mecánica o filtro de impedancia es

$$Z(s) = ms^2 + bs + k.$$

Al igual que el caso eléctrico cada elemento tiene una función. El resorte almacena y

desprende energía potencial (equivalente a un capacitor); el amortiguador disipa energía cinética (equivalente a un resistor), la masa impedirá la velocidad que puede tomar el objeto (equivalente a un inductor).

El inverso de la impedancia se le conoce como Admitancia, a una entrada de fuerza “admite” una cierta cantidad de movimiento. Para el caso mecánico se expresa de la siguiente forma

$$Y(s) = Z^{-1}(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k}. \quad (2.27)$$

El modelo de impedancia y admitancia mecánica son de bastante utilidad en las aplicaciones que requieren interacción con el ambiente. El medio ambiente es central para cualquier estrategia de control por fuerza. Es usualmente modelado por un resorte lineal k y algunas veces en paralelo con un amortiguador b . Ambos son considerados conocidos y constantes. Para un ambiente lineal, la impedancia se define como la razón en el

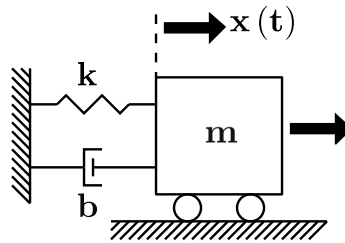


FIGURA 2.6: Sistema mecánico masa, resorte, amortiguador.

dominio s (transformada de Laplace) del esfuerzo y flujo (en sistemas eléctricos, esfuerzo equivale a la tensión y flujo a la corriente; en sistemas mecánicos, esfuerzo es una fuerza o par y flujo una velocidad lineal o angular). Para cualquier frecuencia dada ω , la impedancia es un número complejo con parte real $R(\omega)$ y parte imaginaria $X(\omega)$

$$Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega). \quad (2.28)$$

Cuando ω se aproxima a cero, la magnitud de la impedancia del ambiente puede caer en alguna de las siguientes posibilidades: puede aproximarse al infinito, puede aproximarse a un número finito no cero, o se puede aproximar a cero. Se introducen las siguientes definiciones.

Definición 1. *Un sistema con impedancia (2.28) es inercial, sí y sólo si $|Z(0)| = 0$.*

Definición 2. *Un sistema con impedancia (2.28) es resistivo, sí y sólo si $|Z(0)| = c$, donde $0 < c < 1$.*

Definición 3. *Un sistema con impedancia (2.28) es capacitivo, sí y sólo si $|Z(0)| = \infty$.*

Los ambientes capacitivos e inerciales representan impedancias duales en el sentido que el inverso de un sistema capacitivo es inercial, y el inverso de un sistema inercial es capacitivo. Un ambiente resistivo es autodual. Para representar su dualidad se utiliza los circuitos equivalentes de Norton y Thévenin.

Recordando que el circuito equivalente de Norton consiste en una impedancia en paralelo con una fuente de flujo, y un circuito equivalente de Thévenin consiste de una impedancia en serie con una fuente de esfuerzo. Se utiliza un circuito equivalente de Norton para representar un sistema capacitivo, y a la inversa, se utiliza un circuito equivalente de Thévenin para representar sistemas inerciales. Cualquier circuito equivalente es suficiente para representar un ambiente resistivo.

Un fundamento principal para diseñar un controlador es que el error en estado estacionario sea cero a una entrada escalón. Esto será obtenido si se adhiere el siguiente principio de dualidad.

Principio de dualidad 1. *El manipulador debe ser controlado para responder como el dual del medio ambiente.*

Este hecho es descrito de una forma sencilla en términos de los circuitos equivalentes de Norton y Thévenin. Cuando el ambiente es capacitivo se representa como una impedancia en paralelo con una fuente de flujo, y el dual correspondiente del manipulador es una fuente de esfuerzo en serie con una impedancia no capacitiva, ya sea inercial o resistiva (ver figura 2.7). Cuando el ambiente es inercial se representa como una impedancia en serie con una fuente de esfuerzo, y el dual correspondiente del manipulador es una fuente de flujo en paralelo con una impedancia no inercial, ya sea capacitiva o resistiva (ver 2.8). Cuando el ambiente es resistivo, cualquier circuito equivalente puede ser utilizado pero el dual de la impedancia del manipulador debe ser no resistiva. En resumen, ambientes capacitivos requieren un manipulador controlado por fuerza, ambientes inerciales requieren un manipulador controlado en posición, y ambientes resistivos permiten tanto control de fuerza o posición. Mostrar que el principio de Dualidad asegura error en estado estacionario cero a un escalón (se asume que no hay entradas en el entorno) es sencillo. Primero se asume que el entorno es inercial tal que $Z_E(0) = 0$, el subíndice E se refiere al entorno y el subíndice R al robot. La Figura 2.7 muestra el entorno y su

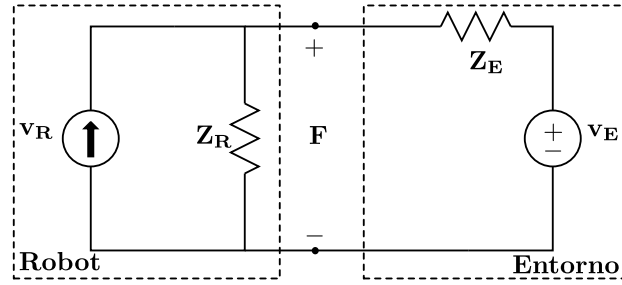


FIGURA 2.7: Modelo de control de posición.

respectivo manipulador, donde Z_E es la impedancia del entorno, Z_R es la impedancia del robot manipulador, v_R es el flujo de entrada y v es el flujo medido entre el entorno y robot. La función de transferencia entrada salida para el flujo esta dada por

$$\frac{v}{v_R} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_E}. \quad (2.29)$$

Asumiendo estabilidad (polos ubicados en el semiplano izquierdo del plano complejo) de la función de transferencia, el error en estado estacionario a una entra escalón está dado por el teorema del valor final

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} (v - v_R) = \frac{Z_R(0)}{Z_R(0) + Z_E(0)} = 0. \quad (2.30)$$

mientras que $Z_R(0) \neq 0$, es decir, mientras que la impedancia del manipulador sea no inercial. Después se asume un ambiente capacitivo tal que $Z_E(0) = \infty$. La figura 2.8 muestra el ambiente y su respectivo robot manipulador, donde F_R es la entrada de esfuerzo del robot. La función de transferencia entrada/salida para el esfuerzo F está dada por

$$\frac{F}{F_R} = \frac{Z_E}{Z_R + Z_E}. \quad (2.31)$$

y el error en estado estacionario a una entrada escalón es

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} (F - F_R) = \frac{-Z_E(0)}{Z_R(0) + Z_E(0)} = 0. \quad (2.32)$$

mientras que $Z_R(0)$ es finito, es decir, que la impedancia del robot manipulador es no capacitiva. Para un ambiente resistivo, la condición de error en estado estacionario cero es satisfecha, ya sea que $Z_R(0) = 0$ y el manipulador sea controlado por fuerza, ó $Z_R(0) = \infty$ y el manipulador sea controlado en posición.

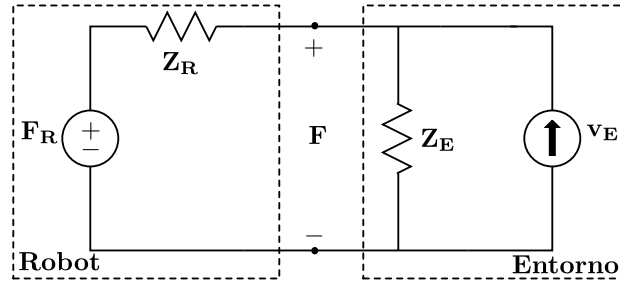


FIGURA 2.8: Modelo de control de fuerza.

La condición de dualidad engloba la noción de que dos flujos distintos o dos esfuerzos diferentes no pueden mantenerse simultáneamente en la unión de un puerto. Un medio ambiente siguiendo la trayectoria en posición y un robot controlado en posición intentando seguir la trayectoria es inconsistente. Sin embargo, la combinación dual de una fuente de flujo de Norton y una fuente de esfuerzo de Thévenin puede existir simultáneamente.

2.6. Modelo del entorno

El método de procesamiento de señales en la estimación del entorno fue desarrollada a partir de la teoría de sistemas invariantes en el tiempo, lineales y de segundo orden. Un robot que es controlado usando control por impedancia exhibe una dinámica de segundo orden relacionada entre la posición del efector terminal y la fuerza externa aplicado en él. Las características de esta relación son gobernadas por valores de impedancia deseada (M_d , B_d , K_d), los cuales el usuario puede especificar el desempeño dinámico del manipulador. También recordar que el entorno se asume que se comporta como una impedancia lineal de acuerdo a sus coeficientes de rigidez y amortiguamiento (K_e , B_e). Es usual tratar cada variable Cartesiana de forma independiente, es decir, se asume que las impedancias del ambiente en diferentes direcciones están desacopladas. En este caso, se representa por n ecuaciones escalares de la forma

$$m_{di} (\ddot{x}_i - \ddot{x}_{di}) + b_{di} (\dot{x}_i - \dot{x}_{di}) + k_{di} (x_i - x_{di}) = F_i; \quad i = 1, \dots, n. \quad (2.33)$$

donde las matrices de la impedancia deseada M_d , B_d y K_d y las matrices de la impedancia del entorno K_e y B_e son diagonales.

En lo siguiente se abordará la versión unidimensional del sistema robot-entorno, el cual se extiende para el caso general. Cuando los sistemas robot y ambiente están en contacto, un nuevo sistema de segundo orden se obtiene (ver figura 2.9) que esta compuesto por las características de impedancia del controlador y ambiente. Si las características de la impedancia del sistema combinado (controlador por impedancia y el ambiente) pueden ser determinados, entonces los del ambiente pueden ser calculados. Si se considera

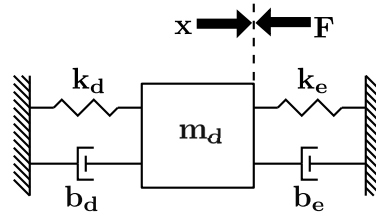


FIGURA 2.9: Sistema de segundo orden formado por el ambiente y el robot controlado por impedancia.

que el medio ambiente se encuentra situado en una posición x_e , el modelo de la figura 2.9 es el siguiente:

$$m_d (\ddot{x} - \ddot{x}_d) + b_d (\dot{x} - \dot{x}_d) + k_d (x - x_d) = -b_a \dot{x} + k_a (x_a - x), \quad (2.34)$$

donde $x_a < x$. Considerando $x_a = 0$, la función de transferencia del sistema anterior es:

$$x(s) = x_d(s) \left[1 - \frac{b_a s + k_a}{m_d s^2 + (b_d + b_a) s + k_d + k_s} \right]. \quad (2.35)$$

De lo anterior, es evidente que al no existir ambiente los parámetros b_a y k_a son cero al igual que la fuerza de contacto, teniendo que la posición $x(t)$ es equivalente a $x_d(t)$.

2.7. Modelo de admitancia del Operador humano

Impedancia mecánica describe una relación fuerza/velocidad del efector final (**Hogan1985**)

$$\frac{f_e(s)}{\dot{x}(s)} = Z_i(s) = M_i s + B_i + \frac{D_i}{s},$$

donde f_e representa la fuerza ejercida sobre el entorno, \dot{x} representa la velocidad del manipulador en punto de contacto del entorno. Z_i representa la impedancia del entorno. La relación de admitancia es

$$\frac{\dot{x}(s)}{f(s)} = R(s) = M_a s + B_a + \frac{D_a}{s}, \quad (2.36)$$

donde f representa la fuerza y par del sensor de fuerza, M_a , B_a y D_a son parámetros diseñados para el control de admitancia.

Cuando enviamos una señal de comando f_d al robot, debe generar una referencia x_d en el espacio de trabajo.

Hay dos maneras en la que el control de impedancia puede ser implementado. La primera es usar un control de impedancia, que es llamado filtro de impedancia (Tsujii2005), que no puede garantizar fuerza de contacto cero. El segundo método, aplica la relación de admitancia (2.36) directamente, tiene una forma PID

$$\begin{aligned} \dot{x}_d(t) &= B_a f_d + D_a \int_0^t f_d(v) dv + M_a \dot{f}_d, \\ x_d(t) &= \int_0^t \dot{x}_d(t) dt. \end{aligned} \quad (2.37)$$

donde M_a , B_a y D_a que son también consideradas como las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID, respectivamente.

$$\frac{f_d(s)}{x_d(s)} = \frac{K_m}{T_m^2 s^2 + 2\zeta_m T_m s + 1}.$$

Capítulo 3

Control de posición basado en el modelo de admitancia

3.1. Introducción

Como se ha descrito, la estabilidad juega un rol muy importante en sistemas de teleoperación bilateral, sobre todo cuando existe retardo en la comunicación, desde hace décadas el problema de estabilidad ha sido atendido por diversos investigadores; el trabajo más relevante hasta estos días fue propuesto por Anderson y Spong (**Anderson1989**) a finales de la década 1980; presentaron una ley de control basada en la teoría de pasividad y dispersión, que supera el problema de inestabilidad provocada por retardo de tiempo en el canal de comunicación, salvo que consideran retardo de tiempo constante. Estos resultados fueron extendidos por Niemeyer y Slotine (**Niemeyer1991**), donde el concepto de variable de onda se introduce para obtener una nueva configuración bilateral para sistemas de teleoperación. El método de dispersión y variable de onda garantiza estabilidad en teleoperación bilateral con retardos constantes, aun así el desempeño en seguimiento de posición no mejora, además, el sistema en lazo cerrado es muy conservador y presenta ondas de reflexión que afecta negativamente al desempeño del sistema.

Los enfoques basados en Lyapunov-Krasovskii (**Chopra2006; Imaida2004; Lee2006; Nuno2008; Nuno2009; Nuno2010**), donde a través del uso de controladores del tipo PD resuelven el problema de seguimiento, presentado en los enfoques de variables de onda (**Niemeyer1991**) eliminando el conservadurismo en el canal de comunicación introducido por el enfoque de Anderson y Spong. Lee y Spong proponen un control PD (**Lee2006**); además, Nuño o et al. probaron que las velocidades del maestro y esclavo convergen asintóticamente a cero en movimiento libre para diferentes controladores PD (**Nuno2008**). Sin embargo, existe un problema inherente en sistemas con controladores

del tipo PD; note que cualquiera de estos controles no provee un control de fuerza, en particular no es fácil conocer la superficie de contacto en el entorno, por esta razón se vuelve necesario diseñar control de fuerza para garantizar el seguimiento de posición en la transición de movimientos y durante la etapa de contacto.

Los trabajos presentados en (**Chopra2006; Imaida2004; Lee2006; Nuno2008; Nuno2009; Nuno2010**) se desarrollan bajo el conocimiento del modelo dinámico del sistema de teleoperación en coordenadas articulares, donde se asume que las articulaciones son del tipo rotacional; el sistema de teleoperación al estar en contacto con cualquier tipo de superficie en el sitio remoto a la hora de desarrollar una tarea se puede generar una pequeña desviación en la posición del efector final. Si en lugar de trabajar en coordenadas articulares, se modela el sistema de teleoperación en coordenadas del espacio de trabajo (en este punto se realizan la mayoría de las tareas en un sistema de teleoperación), se logra centrar la atención en posición y orientación del efector final lo que resultará en un mejor control de posición en el punto donde se desarrolla la tarea.

Transparencia en un sistema de teleoperación significa que el operador puede sentir como si él estuviera manipulando directamente el objeto remoto. En teleoperación bilateral hay dos grandes retos: estabilidad y transparencia. Logrando estas metas generalmente el operador puede mejorar la habilidad para desarrollar tareas complejas.

En sistemas mecánicos, una *admitancia* es un mapeo dinámico de fuerza a movimiento. La entrada de admitancia es fuerza y salida la posición y/o velocidad. En otras palabras, un dispositivo de admitancia sentiría la fuerza de entrada y “admitirá” una cierta cantidad de movimiento. La precisión del seguimiento de trayectoria y las fuerzas de contacto son dos objetivos contradictorios en el control de rigidez, control de fuerza o seguimiento de posición (**Lee2006; Nuno2008; Nuno2009; Nuno2010**). Mejorar la precisión de seguimiento de posición puede dar lugar a fuerzas de contacto más grandes. El control de fuerza/posición (**Raibert1981**) y control de impedancia (**Hogan1985**) usan la dinámica inversa tal que el movimiento se linealiza y desacopla globalmente, y es asintóticamente estable. Sin embargo, es posible diseñar un control de impedancia/admitancia basado en el modelo del operador humano cuando la dinámica completa del robot es desconocida. En (**Wen2011**), un control de admitancia tipo PID se usa para generar una señal de posición deseada a partir de una fuerza aplicada por el operador humano, además un control PID usado para lograr el seguimiento de la posición deseada

es usado para el control de un exoesqueleto.

Los esquemas de control en teleoperación tradicionales no poseen una ley de control en fuerza que permitan una buena interacción con el entorno independientemente del tipo de contacto, además los esquemas de fuerza requieren el conocimiento de la dinámica inversa del robot y ésta genera singularidades. Basados en estos hecho se propone usar el enfoque del modelo de admitancia, para poder en una primera parte mejorar el seguimiento de posición en un sistema de teleoperación e indirectamente mejorar la interacción a través de regulación en fuerza por el operador humano. Además se hace la consideración que los retardos en la comunicación son variables con respecto del tiempo y asimétricos, esto es que no son iguales de ida y regreso.

En este capítulo analizamos la estabilidad del sistema de teleoperación no lineal con retardos variables y asimétricos basado en el modelo de admitancia del operador humano para generar una posición deseada y transparencia cinemática, esto es, tener un seguimiento de posición estable en movimiento libre y en contacto de forma directa e indirecta correspondencia de fuerza.

3.2. Sistema de teleoperación no lineal basado en el modelo de admitancia

Las dinámicas de los robots son lineales y altamente acopladas, como resultado, un sistema de teleoperación no lineal con múltiple grados de libertad se prefiere; además la red de comunicación está sujeta a retardos variables y asimétricos.

3.2.1. Modelo del sistema de teleoperación

El robot maestro y esclavo pueden ser modelados como un par de robots con n -gdl de articulaciones rotacionales. Sus correspondientes dinámicas no lineales son descritas por

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{q}_m) \ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{q}_m, \dot{\mathbf{q}}_m) \dot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{q}_m) &= \tau_m - \mathbf{J}_m^T \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{q}_s) \ddot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{q}_s, \dot{\mathbf{q}}_s) \dot{\mathbf{q}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{q}_s) &= \mathbf{J}_s^T \mathbf{f}_e - \tau_s, \end{aligned}$$

donde los subíndices $i = m, s$, representan el robot manipulador maestro y esclavo respectivamente, además, $\ddot{\mathbf{q}}_i, \dot{\mathbf{q}}_i, \mathbf{q}_i \in \mathbf{R}^n$ son la aceleración, velocidad, y posición articular. $\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ son las matrices de inercia, $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ las matrices de las fuerzas centrífugas y de coriolis, $\mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) \in \mathbf{R}^n$ los vectores de fuerzas gravitacionales, $\mathbf{f}_h, \mathbf{f}_e \in \mathbf{R}^n$ son las fuerzas ejercidas por el operador humano y la interacción con el entorno, mientras que $\tau_m, \tau_s \in \mathbf{R}^n$ son las fuerzas de control del robot maestro y esclavo, respectivamente.

Las siguientes propiedades del modelo dinámico de un robot manipulador con articulaciones rotacionales son bien conocidas (**Spong2005**).

1. La matriz de inercia $\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i)$ es simétrica definida positiva y uniformemente acotada, esto es,

$$0 < \lambda_{\min} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) \} \mathbf{I} \leq \mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) \leq \lambda_{\max} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) \} \mathbf{I} < \infty,$$

con $\lambda_{\min} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) \}, \lambda_{\max} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) \} \in \mathbf{R}^+$.

2. La matriz de fuerzas centrífugas y de coriolis $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ es acotada, es decir, existe un número $k_c > 0$ tal que,

$$\| \mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) \| \leq k_c \| \dot{\mathbf{q}}_i \|^2,$$

y $\dot{\mathbf{M}}_i(\mathbf{q}_i) - 2\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$ es antisimétrica, eso significa,

$$\dot{\mathbf{q}}^T [\dot{\mathbf{M}}_i(\mathbf{q}_i) - 2\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)] \dot{\mathbf{q}}_i = 0.$$

Es bien sabido que $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}}$ y $\ddot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{J}}(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}$, por lo tanto la representación del modelo dinámico en el espacio de trabajo esta descrito como

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s, \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde $\ddot{\mathbf{x}}_i, \dot{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_i \in \mathbf{R}^n$ son la aceleración, velocidad y posición del efector final en el espacio de trabajo, respectivamente. $\mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ son las matrices de inercia, $\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ las matrices de las fuerzas centrífugas y de coriolis, $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i) \in \mathbf{R}^n$ los vectores de fuerzas gravitacionales, $\mathbf{f}_h, \mathbf{f}_e \in \mathbf{R}^n$ son las fuerzas ejercidas por el operador humano y la interacción con el entorno en el espacio de trabajo, mientras que

$\mathbf{f}_m, \mathbf{f}_s \in \mathbf{R}^n$ son las fuerzas de control del robot maestro y esclavo en coordenadas espaciales, respectivamente.

Para una mayor referencia sobre la transformación el lector puede consultar (Spong2005). Las propiedades desarrolladas para el modelo dinámico en el espacio de trabajo (3.1) son idénticas a las propiedades vistas para el modelo dinámico en coordenadas articulares rotacionales, estas propiedades se describen a continuación (Spong2005).

P.I La matriz de inercia $\mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i)$ es simétrica definida positiva y uniformemente acotada, esto es,

$$0 < \lambda_{\min} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i) \} \mathbf{I} \leq \mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i) \leq \lambda_{\max} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i) \} \mathbf{I} < \infty, \quad (3.2)$$

con $\lambda_{\min} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i) \}, \lambda_{\max} \{ \mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i) \} \in \mathbb{R}^+$.

P.II La matriz de fuerzas de coriolis y centrífugas $\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es acotada, es decir, existe un número $k_{c'} > 0$ tal que ,

$$\| \mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \| \leq k_{c'} \|\dot{\mathbf{x}}_i\|^2, \quad (3.3)$$

y $\dot{\mathbf{M}}_i(\mathbf{x}_i) - 2\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ y antisimétrica, esto es

$$\dot{\mathbf{x}}_i^T [\dot{\mathbf{M}}_i(\mathbf{x}_i) - 2\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)] \dot{\mathbf{x}}_i = 0. \quad (3.4)$$

3.2.2. Modelo de admitancia en teleoperación

Consideremos el algoritmo general de control en un sistema de teleoperación bilateral retardado mostrado en la figura 3.1.



FIGURA 3.1: Esquema de control general basado en el modelo de admitancia en el sitio local.

En el esquema que se muestra en la figura 3.1, el modelo de admitancia es usado para generar una referencia de posición basada en la fuerza aplicada por el operador humano,

que deberá ser seguida por el dispositivo maestro y a su vez el dispositivo esclavo deberá imitar la posición del dispositivo maestro.

El modelo de admitancia del operador humano tiene forma siguiente,

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a_i}s^2 + \mathbf{B}_{a_i}s + \mathbf{K}_{a_i}}. \quad (3.5)$$

Aquí, \mathbf{x}_d es la referencia deseada en posición del sistema de control interno, $\mathbf{f}_h \in \mathbf{R}^m$ denota la fuerza/torque externa aplicada por el operador, m es la dimensión del vector de salida del sensor de fuerza/torque. \mathbf{M}_a , \mathbf{B}_a y $\mathbf{K}_a \in \mathbf{R}^{m \times m}$ son los parámetros de diseño para el modelo de admitancia, son elegidos en base a la cinemática y dinámica del brazo de operador humano.

Cuando se envíe una señal \mathbf{f}_h al robot, debería generarse una referencia \mathbf{x}_d en el espacio de trabajo. Entonces un control en el espacio de trabajo se usa para regular la posición del robot maestro \mathbf{x}_m tal que pueda seguir \mathbf{x}_d . Al mismo tiempo, la persona puede controlar su fuerza \mathbf{f}_h basado en el error de posición $\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m$.

Generalmente, control de impedancia/admitancia involucra tres componentes: rigidez, amortiguamiento e inercia. En la literatura hay evidencia que la variación en los tres parámetros modifica las características biomecánicas. En este trabajo se asume que las matrices \mathbf{M}_{a_i} , \mathbf{B}_{a_i} y \mathbf{K}_{a_i} son definidas positivas. En algunos estudios se ha demostrado que los parámetros relacionados al modelo de admitancia del humano son variables en el tiempo, además dependen de las características físicas propias del humano y la tarea a desarrollar también modifica los parámetros.

3.2.3. Consideraciones generales

Los siguientes enunciados se asumen verdaderos.

A.I Siguiendo consideraciones estándar, se asume que el operador humano y el entorno definen un mapeo pasivo (fuerza-velocidad), esto es, existe $\kappa_i \in \mathbf{R}^+$ tal que para todo $t \geq 0$, (**Spong2005**)

$$\int_0^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_h d\sigma \geq -\kappa_m, \quad \text{y} \quad - \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e d\sigma \geq -\kappa_s. \quad (3.6)$$

A.II El retardo variable en el tiempo, por su propia naturaleza no puede ser negativo, tiene una cota superior conocida $h_{\text{máx}}$, esto es

$$0 \leq h(t) \leq h_{\text{máx}} < \infty.$$

Además, es fácil notar que el retardo es acotado, si existiera un retardo infinito implica que la comunicación se ha perdido.

Se asumen retardos asimétricos en el canal de comunicación, esto quiere decir que los retardos de ida y regreso no son iguales. Además, la derivada del retardo es acotada, esto es $\dot{h}(t) < 1$.

El retardo de ida del sitio local al sitio remoto se denota por $h_1(t)$, mientras que el retardo de regreso del sitio remoto al local se denota por $h_2(t)$.

3.2.4. Objetivos de control

El objetivo de control en la arquitectura propuesta, además del seguimiento de posición habitual en un sistema de teleoperación donde \mathbf{x}_s debe seguir la posición retardada de \mathbf{x}_m y a la vez \mathbf{x}_m debe seguir la posición retardada de \mathbf{x}_s , se ha agregado un nuevo objetivo de control relacionado con la posición deseada \mathbf{x}_d , generada por el modelo de admitancia y la posición del dispositivo local \mathbf{x}_m , esto significa que se tienen los siguientes objetivos de control en cuanto a posición se refiere

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d &\rightarrow 0, \\ \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0.\end{aligned}$$

Además como se mencionó, un modelo basado en admitancia permite al operador humano regular su fuerza, esto gracias al error de la posición deseada \mathbf{x}_d y del maestro \mathbf{x}_m . En lo que refiere a fuerza los objetivos de control son

$$\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t)) \rightarrow 0.$$

En lo que sigue se analizan dos arquitecturas de control.

3.3. Control Pd+ para seguimiento de posición

Consideremos el esquema de control de posición basado en el modelo de admitancia mostrado en la figura 3.2.

El esquema de control presentado en la figura 3.2 describe la siguiente dinámica: el operador humano genera una señal de fuerza \mathbf{f}_h aplicada a la punta del efector final del

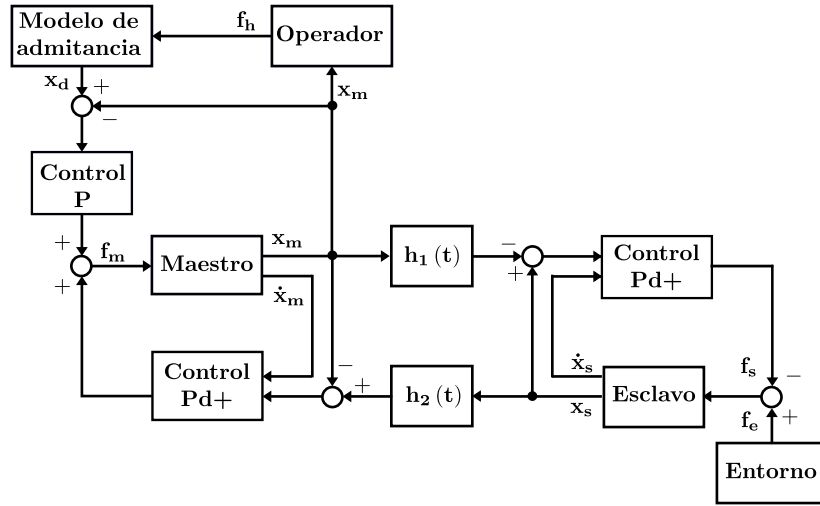


FIGURA 3.2: Esquema de control Pd+ con modelo de admitancia en el sitio local.

robot maestro, a través del modelo de admitancia se genera una posición de referencia \mathbf{x}_d en coordenadas de trabajo que deberá seguir el robot maestro; a su vez la posición del robot maestro es enviada a través del canal de comunicación al sitio remoto para que el dispositivo remoto imite la posición recibida. En el sitio local el operador humano puede controlar su fuerza basada en los errores de posición generados entre la posición deseada \mathbf{x}_d y la posición del robot maestro \mathbf{x}_m y la corrección de posición en el sitio local generada por la posición retardada del esclavo \mathbf{x}_s .

A fin de lograr los objetivos establecidos en la sub sección 3.2.4, se propone un control tipo Pd mas compensación de gravedad (Pd+) en el sitio remoto para regular la posición \mathbf{x}_s del robot esclavo con respecto de la posición retardada del maestro $\mathbf{x}_m(t - h_1(t))$ y un control Pd+ en el sitio local se usa para regular ambos errores de posición con doble ganancia proporcional, una para el error $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d$ y otra para el error $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$. La ley de control propuesta es

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m, \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s. \end{aligned} \quad (3.7)$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas.

3.3.1. Estabilidad

Antes de proporcionar el resultado principal sobre estabilidad en lazo cerrado, se requiere un lema instrumental el cual es dado a continuación (**Hashemzadeh2013**).

Lema 1. Para una matriz definida positiva \mathbf{K} , la siguiente desigualdad se cumple:

$$-2\mathbf{a}^T(t) \int_{t-h(t)}^t \mathbf{b}(\theta) d\theta \leq h_{\max} \mathbf{a}^T(t) \mathbf{K}^{-1} \mathbf{a}(t) + \int_{t-h(t)}^t \mathbf{b}^T(\theta) \mathbf{K} \mathbf{b}(\theta) d\theta,$$

donde $\mathbf{a}(\cdot)$ y $\mathbf{b}(\cdot)$ son funciones y $h(t)$ es una función variable escalar con $0 < h(t) \leq h_{\max}$.

El siguiente Teorema establece las condiciones de estabilidad del sistema en lazo cerrado y proporciona reglas de sintonización para el control del tipo Pd+.

Teorema 1. Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s. \end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i} s^2 + \mathbf{B}_{a,i} s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional más inyección de amortiguamiento con compensación de gravedad (Pd+), de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s), \end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas. Entonces, el sistema de teleoperación no lineal con retardo variable y asimétrico es estable si las ganancias de control satisfacen las condiciones

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\max} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 &\geq 0, \\ \mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\max} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 &\geq 0. \end{aligned}$$

Donde $h_{r,\text{máx}}$ es el retardo máximo de ida y regreso. Además las siguientes condiciones son ciertas:

- Las velocidades $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s$ y los errores de posición $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s$ y $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d$ están acotados, esto es, $\{\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d\} \in \mathcal{L}_\infty$.
- Además las velocidades, $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2$.
- También se cumple que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) \in \mathcal{L}_\infty$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) \in \mathcal{L}_\infty$.

Demostración. Consideremos la función candidata de Lyapunov-Krasovskii $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ definida como

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \sum_{n=1}^5 \mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i), \quad (3.8)$$

donde

$$\mathbf{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \dot{\mathbf{x}}_s, \quad (3.9)$$

$$\mathbf{V}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \frac{1}{2} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d)^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \frac{1}{2} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s)^T \mathbf{K}_1 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s), \quad (3.10)$$

$$\mathbf{V}_3(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \int_{-h_{1,\text{máx}}}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\sigma d\theta + \int_{-h_{2,\text{máx}}}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\sigma d\theta, \quad (3.11)$$

$$\mathbf{V}_4(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\theta + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\theta, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{V}_5(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_h d\sigma + \kappa_m - \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_e d\sigma + \kappa_s. \quad (3.13)$$

En la funcional de Lyapunov-Krasovskii, \mathbf{V}_1 representa la energía cinética del dispositivo maestro y esclavo, mientras que \mathbf{V}_2 representa la energía potencial del acoplamiento sin retardo, las funcionales \mathbf{V}_3 y \mathbf{V}_4 están relacionadas con el retardo en la red y su derivada, la última funcional \mathbf{V}_5 son las energías de entrada del operador humano y el entorno.

La Propiedad P.I y la Suposición A.I asegura que la funcional de Lyapunov-Krasovskii sea definida positiva y radialmente acotada, esto es, $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) > 0$ y $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \rightarrow \infty$ si $\{\dot{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_i\} \rightarrow \infty$.

Para demostrar la estabilidad del sistema se probará que la derivada de la funcional es definida negativa o al menos semidefinida negativa, para esto determinaremos la derivada de la funcional (3.8) la cual está dada por la suma de derivadas de la ecuación (3.9) a (3.13).

La derivada respecto al tiempo de la funcional $V_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ en la ecuación (3.9) es

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \dot{\mathbf{M}}_m(\mathbf{x}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \dot{\mathbf{M}}_s(\mathbf{x}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s, \end{aligned}$$

al sustituir la dinámica del sistema de teleoperación no lineal descrita en la ecuación (3.1), la derivada de $\dot{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ se re-escibe como

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \dot{\mathbf{M}}_m(\mathbf{x}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) (\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h - \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) - \mathbf{g}_m) \\ &\quad + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \dot{\mathbf{M}}_s(\mathbf{x}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) (\mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s - \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) - \mathbf{g}_s), \end{aligned}$$

al aplicar la ecuación (3.4) de la Propiedad P.II, la derivada $\dot{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ se simplifica a

$$\dot{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \dot{\mathbf{x}}_m^T (\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h - \mathbf{g}_m) + \dot{\mathbf{x}}_s^T (\mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s - \mathbf{g}_s).$$

La ley de control para \mathbf{f}_m y \mathbf{f}_s dadas en la ecuación (3.7) se sustituyen en la relación anterior, por lo que la derivada $\dot{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_h + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m(t - h_1(t)) - \mathbf{x}_s] - \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{x}_s^T \mathbf{f}_e. \quad (3.14) \end{aligned}$$

La derivada con respecto al tiempo de $\dot{V}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ en la ecuación (3.10) está dada por

$$\dot{V}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + (\dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_s)^T \mathbf{K}_1 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s)$$

dado que $\dot{\mathbf{x}}_d = 0$, al sumar los términos $\pm \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ y $\pm \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \mathbf{x}_m(t - h_1(t))$ a $\dot{\mathbf{V}}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, después de cierto manejo algebraico la derivada se re-escibe como

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = & \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_s] + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m(t - h_1(t)) - \mathbf{x}_m] \\ & + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] \\ & + \mathbf{x}_m^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d), \end{aligned} \quad (3.15)$$

Del teorema fundamental del cálculo se tienen las siguientes relaciones

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) - \mathbf{x}_m &= - \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m d\theta, \\ \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_s &= - \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s d\theta, \end{aligned}$$

al aplicar la definición integral anterior a $\dot{\mathbf{V}}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ de la ecuación (3.15), ésta se simplifica a

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = & - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s d\theta - \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m d\theta + \mathbf{x}_m^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) \\ & + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))]. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Al derivar $\mathbf{V}_3(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ con respecto al tiempo de la ecuación (3.11) se tiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_3(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = & \int_{-h_{1,\text{máx}}}^0 \left(\frac{d}{dt} \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\sigma \right) d\theta \\ & + \int_{-h_{2,\text{máx}}}^0 \left(\frac{d}{dt} \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\sigma \right) d\theta, \end{aligned}$$

al realizar la derivada del término integral interno resultante y después de un manejo algebraico, la derivada se simplifica como

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_3(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = & h_{1,\text{máx}} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m - \int_{-h_{1,\text{máx}}}^0 \dot{\mathbf{x}}_m^T(t + \theta) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m(t + \theta) d\theta \\ & + h_{2,\text{máx}} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s - \int_{-h_{2,\text{máx}}}^0 \dot{\mathbf{x}}_s^T(t + \theta) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s(t + \theta) d\theta, \end{aligned}$$

la cual puede ser acotada y escrita de la siguiente manera

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_3(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &\leq h_{1,\text{máx}} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m - \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\theta \\ &\quad + h_{2,\text{máx}} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s - \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\theta, \end{aligned} \quad (3.17)$$

La derivada con respecto al tiempo de la funcional $\mathbf{V}_4(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, en la ecuación (3.12) se reduce a

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_4(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_m^T(t - h_1(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)) \\ &\quad + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s - \dot{\mathbf{x}}_s^T(t - h_2(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Debido a la suposición presentada anteriormente sobre $\dot{h}_i(t)$, la cual establece que siempre, $1 - \dot{h}_i(t) > 0$ y por lo tanto $\text{sgn}(1 - \dot{h}_i(t)) = 1$.

La derivada con respecto al tiempo de (3.13) está dada como

$$\dot{\mathbf{V}}_5(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_h - \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e. \quad (3.19)$$

La suma de las derivadas de funcionales, $\mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, ($n = \overline{1,5}$), dadas por las ecuaciones de (3.14) a (3.19) y después de hacer algunas simplificaciones algebraicas da como resultado $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, esto es

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &\leq -\dot{\mathbf{x}}_m^T \left[\mathbf{K}_2 - \left(h_{1,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_s^T \left[\mathbf{K}_3 - \left(h_{2,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_s \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s d\theta - \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\theta \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m d\theta - \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\theta \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_m^T(t - h_1(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)) \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_s^T(t - h_2(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)), \end{aligned}$$

De acuerdo al lema 1, se tienen las siguientes desigualdades

$$-\dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s d\theta \leq h_{2,\text{máx}} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m + \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\theta,$$

y

$$-\dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m d\theta \leq h_{1,\text{máx}} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s + \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\theta,$$

al aplicarlas a la derivada de $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, ésta se reduce a la siguiente expresión

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq & -\dot{\mathbf{x}}_m^T \left[\mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_m \\ & - \dot{\mathbf{x}}_s^T \left[\mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_s \\ & - \dot{\mathbf{x}}_m^T (t - h_1(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m (t - h_1(t)) \\ & - \dot{\mathbf{x}}_s^T (t - h_2(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s (t - h_2(t)), \end{aligned}$$

donde $h_{r,\text{máx}}$ es el máximo retardo de ida y regreso en el canal de comunicación. Como se definió la ley de control, las ganancias \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$) son definidas positivas; para garantizar que la derivada $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ sea definida negativa, se deben de satisfacer las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 & \geq 0, \\ \mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 & \geq 0. \end{aligned}$$

además se demuestra que $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es acotada.

Por lo tanto se prueba que $\dot{\mathbf{x}}_m$, $\dot{\mathbf{x}}_s$, $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s$, $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d \in \mathcal{L}_\infty$, lo cual significa que son acotadas.

Podemos re-escribir $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ de la forma

$$\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq -\mathbf{x}^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x}, \quad (3.20)$$

donde $\mathbf{x} = [\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)), \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t))]$ y

$$\mathbf{\Xi} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1-\dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1-\dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{K}_1 \end{bmatrix},$$

Integrando ambos lados de (3.20) en el intervalo $[0, t]$, se tiene

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) - \mathbf{V}(0) \leq - \int_0^t \mathbf{x}^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x} d\theta,$$

puede ser escrita de forma equivalente como

$$\int_0^t \mathbf{x}_m^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x} d\theta \leq \mathbf{V}(0) - \mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq \mathbf{V}(0) < +\infty.$$

Lo que muestra que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)), \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) \in \mathcal{L}_2$. Por lo que podemos concluir que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$.

Re-escribiendo $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ como

$$\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) = \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s + \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)),$$

al aplicar la desigualdad de Schwartz podemos concluir

$$\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) = \int_0^{h_2(t)} \dot{\mathbf{x}}_s(t + \theta) d\theta \leq h_{2,\text{máx}}^{1/2} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|_2 \in \mathcal{L}_\infty,$$

dado que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s$ es acotado y se acaba de probar que $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ lo es también, se concluye que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) \in \mathcal{L}_\infty$. Siguiendo el mismo análisis se puede demostrar que $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) \in \mathcal{L}_\infty$. Con esto concluimos la prueba. □

3.3.2. Transparencia

Como se mencionó, la transparencia en un sistema de teleoperación se ha convertido en el segundo reto más importante en control después de estabilidad. Cuando un sistema de teleoperación tiene retroalimentación háptica, la transparencia incluye posición entre

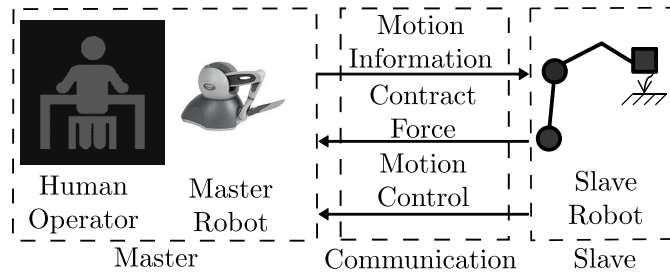


FIGURA 3.3: Sistema de teleoperación con retroalimentación háptica.

los dispositivos maestro y esclavo, además la fuerza percibida por operador y entorno (**Yokokohji1994; Salcudean2000**), esta relación de fuerza y posición/velocidad ha sido desarrollada como la impedancia percibida por el operador y el entorno en sistemas de teleoperación lineales (**Lawrence1993**).

Tanto como el operador humano y el entorno están en contacto con el robot maestro y esclavo, respectivamente, ver figura 3.3. En el caso de un sistema de teleoperación no lineal un análisis en base a impedancias percibidas no se puede realizar, recordemos, la impedancia es relación fuerza-posición, así que para este tipo de sistemas un análisis independiente entre correspondencia de posición y fuerza se requiere.

Las principales condiciones en transparencia son: la correspondencia cinemática, Lawrence (**Lawrence1993**) establece que ésta se satisface si $\mathbf{x}_m \equiv \mathbf{x}_s$, como la correspondencia en fuerza si

$$\mathbf{f}_{te}|_{f_h^*=0} = \mathbf{f}_h \quad \text{y} \quad \mathbf{f}_{to}|_{f_e^*=0} = \mathbf{f}_e,$$

donde \mathbf{f}_{te} y \mathbf{f}_{to} son las fuerzas del operador humano y entorno transmitidas, y \mathbf{f}_h^* , \mathbf{f}_e^* son fuerzas exógenas en el operador humano y el entorno respectivamente.

En una situación ideal, estas condiciones se deben alcanzar para lograr transparencia, como es bien sabido el retardo en la transmisión de información en un sistema de teleoperación no se puede despreciar, si el retardo de tiempo en la comunicación es nulo se ha probado que la transparencia es perfecta, esto es la correspondencia posición y fuerza como se ha descrito en las ecuaciones anteriores. En la práctica se conoce por todo el mundo que no puede negarse la presencia de retardos en la red de comunicación, los cuales pueden llegar a ser variables en el tiempo e incluso asimétricos, en esta situación una transparencia perfecta no puede ser alcanzada. La correspondencia cinemática y de fuerza en un sistema de teleoperación no lineal con retardos variables y asimétricos está



FIGURA 3.4: Estructura de dos puertos en un sistema de teleoperación bilateral.

dada por las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t)) &\rightarrow 0,\end{aligned}$$

en el sitio local, donde $f_h^* = 0$, y

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_h(t - h_1(t)) &\rightarrow 0,\end{aligned}$$

en el sitio remoto, para $f_e^* = 0$. Estas condiciones se aplican cuando los cuatro canales de comunicación son usados con información de posición/velocidad y fuerza (ver figura 3.4).

En lo que sigue se analiza la transparencia en movimiento libre y restringido, esto es, en contacto con el entorno.

Movimiento libre

En el esquema de control presentado se tienen disponibles dos canales de comunicación, únicamente se transmite posición, por lo cual las condiciones de transparencia se remiten a la correspondencia cinemática. Así, para el sistema de teleoperación no lineal basado en el modelo de admitancia, se deben satisfacer las condiciones

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0.\end{aligned}$$

Asumimos que las fuerzas del operador humano y el entorno son iguales a cero, esto es, $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e = 0$. En movimiento libre la siguiente proposición establece la correspondencia

cinemática en un sistema no lineal con retardo variable y asimétrico basado en el modelo de admitancia con control Pd+.

Proposición 1. *Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas*

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s.\end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional más inyección de amortiguamiento con compensación de gravedad (Pd+), de la forma

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s),\end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas.

Cuando el operador humano no mueve el manipulador local y el manipulador remoto no está en contacto con el entorno ($\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e = 0$), las velocidades convergen asintóticamente a cero y el seguimiento de posición se logra,

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty.\end{aligned}$$

Esto es transparencia en correspondencia cinemática.

Demostración. Debemos probar primero cuando $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e = 0$, las velocidades convergen a cero, después debemos demostrar la convergencia a cero de las aceleraciones. Con estos resultados se puede finalmente alcanzar la convergencia del error de posición a cero.

En el análisis de estabilidad concluimos que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$, además que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))$ son acotados.

Al escribir el sistema de teleoperación no lineal de la ecuación (3.1) con el control del tipo Pd+ en (3.7) con la suposición que las fuerzas del operador humano y entorno son nulas, se tiene

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}}_m &= -\mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) [\mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] + \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m], \\ \ddot{\mathbf{x}}_s &= -\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) [\mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s].\end{aligned}\quad (3.21)$$

De acuerdo a los resultados previos, $\dot{\mathbf{x}}_m$, $\dot{\mathbf{x}}_s$, $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$, $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))$, $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d \in \mathcal{L}_\infty$, además la propiedad P.I establece que la matriz $\mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i)$ es acotada y la propiedad P.II dice que la matriz $\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ lo es también, esto nos permiten concluir que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$.

El lema de Barbalat garantiza que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \rightarrow 0$ como $t \rightarrow \infty$, debido a que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$ y $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$.

De (3.21) puede ser fácilmente visto que el seguimiento de posición se puede garantizar si probamos que $\ddot{\mathbf{x}}_i \rightarrow 0$.

Diferenciando (3.21) con respecto al tiempo obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{d\ddot{\mathbf{x}}_m}{dt} &= -\frac{d}{dt}\mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) [\mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] + \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m] - \mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) \frac{d}{dt} [\mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] \\ &\quad + \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m],\end{aligned}\quad (3.22)$$

y

$$\begin{aligned}\frac{d\ddot{\mathbf{x}}_s}{dt} &= -\frac{d}{dt}\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) [\mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s] \\ &\quad - \mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) \frac{d}{dt} [\mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s].\end{aligned}\quad (3.23)$$

Para el primer término de (3.22) y (3.23) tenemos que

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) &= -\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i)\dot{\mathbf{M}}_i(\mathbf{x}_i)\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \\ &= -\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \left(\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) + \mathbf{C}_i^T(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \right) \mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i)\end{aligned}$$

que es acotado debido a la propiedad P.II. La suma de términos acotados es acotada, entonces el término en paréntesis cuadrados que multiplica a la derivada de $\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i)$ es acotado, esto implica que el primer término es acotado, el segundo término en (3.22) y (3.23) también es acotado, dado que es la derivada de un término acotado.

Por consecuencia, $(d/dt) \ddot{\mathbf{x}}_i \in \mathcal{L}_\infty$, así $\ddot{\mathbf{x}}_i$ son uniformemente continuas para $t > 0$. Usando el lema de Barbalat, concluimos que $\ddot{\mathbf{x}}_i \rightarrow 0$.

Al hacer uso de los resultados anteriores, esto es, $\{\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s\} \rightarrow 0$ en (3.21), se tiene el siguiente resultado

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t))] &\rightarrow 0, \\ \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t))] &\rightarrow 0. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Es conocido que

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t)) &= \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s + \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s d\theta \rightarrow \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t)) &= \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m + \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m d\theta \rightarrow \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m. \end{aligned}$$

Dado que $\{\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s\} \rightarrow 0$, por lo tanto la ecuación (3.24) se reduce a

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{K}_1 (\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m) &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Se concluye fácilmente que

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t))) &\rightarrow 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t))) &\rightarrow 0 \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

Esto demuestra la correspondencia cinemática en movimiento libre. □

Movimiento restringido

En el siguiente resultado las fuerzas del operador humano y entorno son diferentes de cero, se asumen acotadas, esto es, $\mathbf{f}_h \in \mathcal{L}_\infty$ y $\mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$.

Proposición 2. Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m)\ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m + \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s)\ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s.\end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional más inyección de amortiguamiento con compensación de gravedad (Pd+), de la forma

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s),\end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas.

En el caso que la fuerzas del operador humano y entorno sean diferentes de cero y además acotadas, esto es, $\mathbf{f}_h, \mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$, las velocidades convergen asintóticamente a cero y el seguimiento de posición es logrado:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty.\end{aligned}$$

Esto es transparencia en correspondencia cinemática.

Demostración. Debemos probar cuando $\mathbf{f}_h, \mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$, las velocidades y aceleraciones convergen a cero y con estos resultados se puede demostrar la convergencia del error de posición a cero.

En el análisis de estabilidad concluimos que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$, además $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s$, $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d$, $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))$ son acotados.

Al escribir el sistema de teleoperación no lineal de la ecuación (3.1) con el control del tipo Pd+ en (3.7) con la suposición que las fuerzas del operador humano y entorno

son diferentes de cero, se tiene

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}}_m &= -\mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) [\mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] + \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m - \mathbf{f}_h \\ &\quad + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m], \\ \ddot{\mathbf{x}}_s &= -\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) [\mathbf{f}_e + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s].\end{aligned}\quad (3.25)$$

De acuerdo a los resultados previos, $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)), \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)), \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d \in \mathcal{L}_\infty$, además la propiedad P.I establece que la matriz $\mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i)$ es acotada y la propiedad P.II dice que la matriz $\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ lo es también nos permiten concluir que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$ ya que las fuerzas del operador humano y entorno son acotadas.

El lema de Barbalat garantiza que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \rightarrow 0$ como $t \rightarrow \infty$, debido a que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$ y $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$.

De (4.7) puede ser fácilmente visto que el seguimiento de posición se puede garantizar si probamos que $\ddot{\mathbf{x}}_i \rightarrow 0$.

Diferenciando (4.7) con respecto al tiempo obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{d\ddot{\mathbf{x}}_m}{dt} &= -\frac{d}{dt}\mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) [\mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] + \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m - \mathbf{f}_h \\ &\quad + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m] - \mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) \frac{d}{dt} [\mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] \\ &\quad + \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{f}_h + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m],\end{aligned}\quad (3.26)$$

y

$$\begin{aligned}\frac{d\ddot{\mathbf{x}}_s}{dt} &= -\frac{d}{dt}\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) [\mathbf{f}_e + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s] \\ &\quad - \mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) \frac{d}{dt} [\mathbf{f}_e + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s].\end{aligned}\quad (3.27)$$

Para el primer término de (3.26) y (3.27) tenemos que

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) &= -\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \dot{\mathbf{M}}_i(\mathbf{x}_i) \mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \\ &= -\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \left(\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) + \mathbf{C}_i^T(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \right) \mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i)\end{aligned}$$

que es acotado debido a la propiedad P.II. La suma de términos acotados es acotada,

entonces el término en paréntesis cuadrados que multiplica a la derivada de $\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i)$ es acotado, esto implica que el primer término es acotado, el segundo término en (3.26) y (3.27) también es acotado, dado que es la derivada de un término acotado.

Por consecuencia, $(d/dt)\ddot{\mathbf{x}}_i \in \mathcal{L}_\infty$, así $\ddot{\mathbf{x}}_i$ son uniformemente continuas. Usando el lema de Barbalat, concluimos que $\ddot{\mathbf{x}}_i \rightarrow 0$.

Al hacer uso de los resultados anteriores, esto es, $\{\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s\} \rightarrow 0$ en (3.25), se tiene el siguiente resultado

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] - \mathbf{f}_h &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_e + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] &\rightarrow 0. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Dado el hecho que

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &= \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s + \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s d\theta \rightarrow \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &= \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m + \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m d\theta \rightarrow \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m. \end{aligned}$$

La ecuación (3.28) se simplifica a

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s) - \mathbf{f}_h &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_e + \mathbf{K}_1(\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m) &\rightarrow 0, \end{aligned}$$

del conjunto de ecuaciones (3.25) es fácil deducir la relación

$$\mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_h \rightarrow 0,$$

donde concluimos que $\mathbf{x}_m \rightarrow \mathbf{x}_d$ si el operador compensa la fuerza del entorno, esto es, $\mathbf{f}_h \rightarrow \mathbf{f}_e$, por lo que

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))) &\rightarrow 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))) &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Esto demuestra la correspondencia cinemática. □

Observación 1. *El objetivo del modelo basado en admitancia es controlar de forma indirecta la fuerza aplicada por el operador humano para compensar la interacción con el entorno. Por lo tanto como podemos ver se alcanza el objetivo en correspondencia*

de fuerza en el sitio local indirectamente, esto es

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e \rightarrow 0.$$

3.4. Control PD+ para seguimiento de posición

En diversos enfoques se ha probado que la retroalimentación de velocidad mejora el seguimiento de posición. En este sentido se presenta el esquema de control en la figura 3.5, donde un control del tipo proporcional derivativo mas compensación de gravedad (PD+) en ambos lados del sistema de teleoperación se implementa.

La estructura del sistema de control en general es similar a la sección 3.3; a diferencia

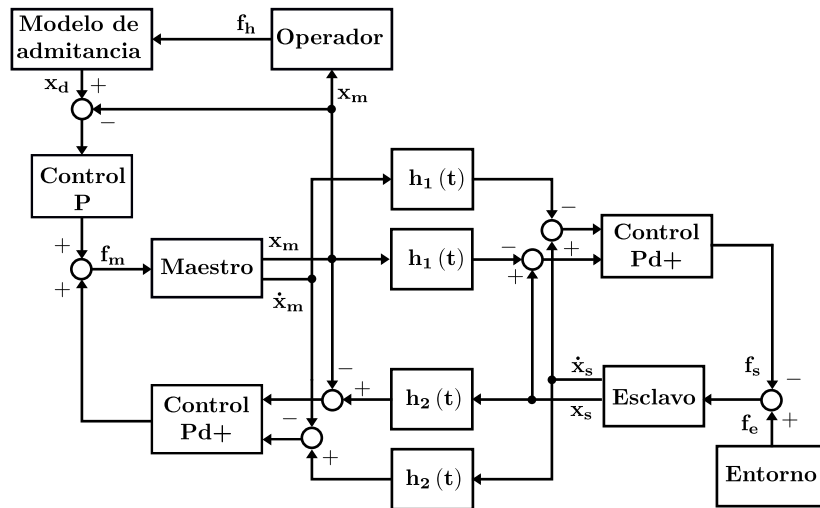


FIGURA 3.5: Esquema de control PD basado en el modelo de admitancia en el sitio local.

de la ley de control (3.7) de la sección anterior en éste se agrega retroalimentación de velocidad en ambos lados del sistema, el control tiene la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s (t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{K}_4 [\gamma_s \dot{\mathbf{x}}_s (t - h_2(t)) - \dot{\mathbf{x}}_m], \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_2(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_4 [\dot{\mathbf{x}}_s - \gamma_m \dot{\mathbf{x}}_m (t - h_1(t))], \end{aligned} \quad (3.29)$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas y \mathbf{K}_4 una matriz simétrica definida positiva, además

$$\begin{aligned}\gamma_m^2 &= 1 - \dot{h}_1(t) > 0, \\ \gamma_s^2 &= 1 - \dot{h}_2(t) > 0.\end{aligned}\tag{3.30}$$

Si el retardo de tiempo incrementa o decrece, las ganancias variables γ_m y γ_s disipan la energía generada por la comunicaciones.

3.4.1. Estabilidad

En el siguiente teorema se establecen las condiciones de estabilidad del sistema en lazo cerrado y proporciona las reglas de sintonización en la ley de control del tipo PD+.

Teorema 2. *Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas*

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s.\end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional derivativo más compensación de gravedad (PD+), de la forma

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{K}_4[\gamma_s\dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) - \dot{\mathbf{x}}_m], \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_2(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_4[\dot{\mathbf{x}}_s - \gamma_m\dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t))],\end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas y \mathbf{K}_4 simétrica y definida positiva; además se asume que los retardos de tiempo no crecen o decrecen más rápido que el mismo tiempo, esto es, $|\dot{h}_i(t)| < 1$, donde

$$\begin{aligned}\gamma_m^2 &= 1 - \dot{h}_1(t), \\ \gamma_s^2 &= 1 - \dot{h}_2(t).\end{aligned}$$

Entonces, el sistema de teleoperación no lineal con retardo variable y asimétrico es estable si las ganancias de control satisfacen las condiciones

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_m^2} \right) \mathbf{K}_1 &\geq 0, \\ \mathbf{K}_3 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_s^2} \right) \mathbf{K}_1 &\geq 0, \\ \mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_m^2}{2}\mathbf{K}_4 &\geq 0, \\ \mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_s^2}{2}\mathbf{K}_4 &\geq 0. \end{aligned}$$

Donde $h_{r,\text{máx}}$ es el retardo máximo de ida y regreso. Por otro lado, las siguiente condición se satisfacen:

- Las velocidades $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s$ y los errores de posición $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s$ y $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d$ están acotados, esto es, $\{\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d\} \in \mathcal{L}_\infty$.
- Además las velocidades, $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2$.
- También se cumple que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) \in \mathcal{L}_\infty$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) \in \mathcal{L}_\infty$.

Demostración. Consideremos la función candidata de Lyapunov-Krasovskii, $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ definida en (3.8), donde $\mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, ($n = \overline{1,5}$) están dadas como en la ecuaciones (3.9)-(3.13).

La Propiedad P.I y la Suposición A.I asegura que la función de Lyapunov-Krasovskii sea definida positiva y radialmente acotada, esto es, $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) > 0$ y $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \rightarrow \infty$ si $\{\dot{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_i\} \rightarrow \infty$.

Al igual que en la sección 3.3, para demostrar la estabilidad del sistema en lazo cerrado se debe garantizar que la derivada en la funcional de Lyapunov-Krasovskii es definida negativa.

La derivada respecto al tiempo de la funcional $\mathbf{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, después de sustituir la dinámica del sistema de teleoperación no lineal descrita en la ecuación (3.1) y aplicando la ecuación (3.4) de la Propiedad P.II, se reduce a

$$\dot{\mathbf{V}}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \dot{\mathbf{x}}_m^T (\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h - \mathbf{g}_m) + \dot{\mathbf{x}}_s^T (\mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s - \mathbf{g}_s).$$

Al sustituir la ley de control para \mathbf{f}_m y \mathbf{f}_s propuesto en (3.29), la derivada $\dot{\mathbf{V}}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ se simplifica a

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = & \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_h \\ & + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_4 [\gamma_s \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) - \dot{\mathbf{x}}_m] + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m(t - h_1(t)) - \mathbf{x}_s] \\ & - \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_4 [\gamma_m \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)) - \dot{\mathbf{x}}_s] + \mathbf{x}_s^T \mathbf{f}_e. \end{aligned} \quad (3.31)$$

El resto de las derivadas, de $\dot{\mathbf{V}}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ a $\dot{\mathbf{V}}_5(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ se determinan de la misma forma que en la sección 3.3.

La suma de las derivadas de $\sum_{n=1}^5 \mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, dadas por las ecuaciones (3.31), (3.16)-(3.19), después de hacer algunas simplificaciones algebraicas y aplicar el lema 1, da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq & -\dot{\mathbf{x}}_m^T \left[\mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_m^2} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_m \\ & -\dot{\mathbf{x}}_s^T \left[\mathbf{K}_3 + \mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_s^2} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_s \\ & -\dot{\mathbf{x}}_m^T(t - h_1(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)) + \gamma_s \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) \\ & -\dot{\mathbf{x}}_s^T(t - h_2(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) + \gamma_m \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)). \end{aligned}$$

Si la matriz \mathbf{K}_4 es simétrica definida positiva se puede escribir como $\mathbf{K}_4 = \mathbf{K}_{4'}^T \mathbf{K}_{4'} = \mathbf{K}_{4'} \mathbf{K}_{4'}^T$, entonces las siguientes desigualdades son ciertas

$$\begin{aligned} \gamma_s \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) & \leq \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_m + \frac{\gamma_s^2}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T(t - h_2(t)) \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)), \\ \gamma_m \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)) & \leq \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_s + \frac{\gamma_m^2}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T(t - h_1(t)) \mathbf{K}_4 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)). \end{aligned}$$

Al aplicar las desigualdades anteriores en $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, se simplifica a la siguiente relación

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq & -\dot{\mathbf{x}}_m^T \left[\mathbf{K}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_m^2} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_m \\ & -\dot{\mathbf{x}}_s^T \left[\mathbf{K}_3 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_s^2} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_s \\ & -\dot{\mathbf{x}}_m^T (t - h_1(t)) \left[\mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_m^2}{2}\mathbf{K}_4 \right] \dot{\mathbf{x}}_m (t - h_1(t)) \\ & -\dot{\mathbf{x}}_s^T (t - h_2(t)) \left[\mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_s^2}{2}\mathbf{K}_4 \right] \dot{\mathbf{x}}_s (t - h_2(t)), \end{aligned}$$

donde $h_{r,\text{máx}}$ es el máximo retardo de ida y regreso en el canal de comunicación. Como se definió la ley de control, las ganancias K_i , ($i = \overline{0,4}$) son definidas positivas; para garantizar que la derivada $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es definida negativa, se deben de satisfacer las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_m^2} \right) \mathbf{K}_1 & \geq 0, \\ \mathbf{K}_3 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_s^2} \right) \mathbf{K}_1 & \geq 0, \\ \mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_m^2}{2}\mathbf{K}_4 & \geq 0, \\ \mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_s^2}{2}\mathbf{K}_4 & \geq 0. \end{aligned}$$

Por otro lado se demuestra que $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es acotada. El resultado anterior prueba que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d \in \mathcal{L}_\infty$.

Podemos re-escribir $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ de la forma

$$\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq -\mathbf{x}^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x}, \quad (3.32)$$

donde $\mathbf{x} = [\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)), \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t))]$ y

$$\mathbf{\Xi} = \text{diag} \left\{ \mathbf{K}_2 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_m^2} \right) \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_3 + \frac{1}{2}\mathbf{K}_4 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{\gamma_s^2} \right) \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_m^2}{2}\mathbf{K}_4, \mathbf{K}_1 - \frac{\gamma_s^2}{2}\mathbf{K}_4 \right\},$$

Integrando ambos lados de (3.32) en el intervalo $[0, t]$, se tiene

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) - \mathbf{V}(0) \leq - \int_0^t \mathbf{x}^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x} d\theta,$$

puede ser escrita de la forma equivalente

$$\int_0^t \mathbf{x}_m^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x} d\theta \leq \mathbf{V}(0) - \mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq \mathbf{V}(0) < +\infty$$

Lo que muestra que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)), \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) \in \mathcal{L}_2$. Por lo que podemos concluir que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$.

Realizando el mismo análisis de la sección 3.3 podemos concluir que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) \in \mathcal{L}_\infty$. Lo cual completa la prueba. \square

3.4.2. Transparencia

En el esquema de control PD+ presentado tenemos disponibles cuatro canales de comunicación, donde se transmite posición y velocidad buscando mejorar el seguimiento de posición. Como se mencionó en la sección 3.3, las condiciones que buscamos satisfacer en un sistema de teleoperación no lineal para alcanzar la correspondencia cinemática son las siguientes

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Movimiento libre

Asumimos que la fuerza del operador humano y el entorno son igual a cero, esto es, $f_h = f_e = 0$. En movimiento libre la siguiente proposición establece la correspondencia cinemática en un sistema no lineal con retardo variable y asimétrico basado en el modelo de admitancia con control PD+.

Proposición 3. *Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,*

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s. \end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional derivativo con compensación de gravedad (PD+), de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s (t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{K}_4 [\gamma_s \dot{\mathbf{x}}_s (t - h_2(t)) - \dot{\mathbf{x}}_m], \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_2(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_4 [\dot{\mathbf{x}}_s - \gamma_m \dot{\mathbf{x}}_m (t - h_1(t))], \end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas y \mathbf{K}_4 simétrica definida positiva.

Si $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e = 0$, las velocidades convergen asintóticamente a cero y el seguimiento de posición es logrado

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Esto es transparencia en correspondencia cinemática.

Demostración. El proceso de la prueba es el siguiente: si $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e = 0$, las velocidades y aceleraciones convergen a cero, implica directamente la convergencia del error de posición a cero.

En el análisis de estabilidad se concluyó que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$, además que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t))$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t))$ son acotados.

Al escribir el sistema de teleoperación no lineal de la ecuación (3.1) con el control del tipo PD+ en (3.29) con la suposición que las fuerzas del operador humano y entorno son nulas, se tiene

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{x}}_m &= -\mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) [\mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t))] + \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{K}_4 [\dot{\mathbf{x}}_m - \gamma_s \dot{\mathbf{x}}_s (t - h_2(t))] + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m], \\ \ddot{\mathbf{x}}_s &= -\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) [\mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s \\ &\quad + \mathbf{K}_4 [\dot{\mathbf{x}}_s - \gamma_m \dot{\mathbf{x}}_m (t - h_1(t))]]. \end{aligned} \tag{3.33}$$

De acuerdo a los resultados previos, la propiedad P.I y P.II establecen que la matriz $\mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i)$ y la matriz $\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ son acotadas, nos permiten concluir que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$.

Por lo tanto, el lema de Barbalat garantiza que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \rightarrow 0$ como $t \rightarrow \infty$, debido a que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$ y $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$.

El resto de la prueba sigue los mismos pasos asumiendo que $|\dot{h}_i(t)| < 1$, lo que nos permite mostrar que $0 < \gamma_i < \sqrt{2}$ asegurando que

$$\gamma_i(t) = \frac{-\ddot{h}_i(t)}{2(1 - \dot{h}_i(t))^{1/2}} \quad (3.34)$$

es acotada. Con lo cual concluimos que

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Esto demuestra la correspondencia cinemática. □

Movimiento restringido

En el siguiente resultado las fuerzas del operador humano y el entorno son diferentes de cero, se asumen acotadas, esto es, $\mathbf{f}_h \in \mathcal{L}_\infty$ y $\mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$.

Proposición 4. *Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,*

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s. \end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional derivativo con compensación de gravedad (PD+), de la forma

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s (t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{K}_4 [\gamma_s \dot{\mathbf{x}}_s (t - h_2(t)) - \dot{\mathbf{x}}_m], \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_4 [\dot{\mathbf{x}}_s - \gamma_m \dot{\mathbf{x}}_m (t - h_1(t))],\end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas y \mathbf{K}_4 simétrica definida positiva.

En el caso que la fuerzas del operador humano y el entorno sean diferentes de cero y además acotadas, esto es, $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$, las velocidades convergen asintóticamente a cero y el seguimiento de posición es logrado

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty.\end{aligned}$$

Esto es transparencia en correspondencia cinemática.

Demostración. La prueba sigue los mismos pasos asumiendo que $|\dot{h}_i(t)| < 1$, lo que nos permite mostrar que $0 < \gamma_i < \sqrt{2}$ asegurando que

$$\dot{\gamma}_i(t) = \frac{-\ddot{h}_i(t)}{2(1 - \dot{h}_i(t))^{1/2}}$$

es acotada. □

3.5. Simulaciones

En esta sección presentaremos algunas simulaciones con la finalidad de comprobar los resultados presentados en el capítulo. Los robot manipuladores se modelan como un par de robots de 2-gdl con articulaciones rotacionales. Sus correspondientes dinámicas no lineales se describen como en (3.1). La matriz de inercia $\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i)$ está dada por

$$\mathbf{M}_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} \alpha_i + 2\beta_i \cos(q_{2,i}) & \delta_i + \beta_i \cos(q_{2,i}) \\ \delta_i + \beta_i \cos(q_{2,i}) & \delta_i \end{bmatrix},$$

donde $q_{k,i}$ es la posición articular de cada eslabón con $k = 1, 2$ e $i = m, s$, $\alpha_i = l_{2,i}^2 m_{2,i} + l_{1,i}^2 (m_{1,i} + m_{2,i})$, $\beta_i = l_{1,i} l_{2,i} m_{2,i}$, y $\delta_i = l_{2,i}^2 m_{2,i}$. La longitud de ambos eslabones $l_{1,i}$ y $l_{2,i}$ en cada manipulador es 0.5 m, por simplicidad. Las masas para cada eslabón corresponden a $m_{1,m} = 1$ kg, $m_{2,m} = 0.5$ kg, $m_{1,s} = 1$ kg, y $m_{2,s} = 0.5$ kg, respectivamente. Estos valores son tomados de (Lee2005). Las fuerzas centrífugas y de coriolis son modeladas como el vector $\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i)$, el cual es

$$\mathbf{C}_i(\mathbf{q}_i, \dot{\mathbf{q}}_i) = \begin{bmatrix} -\beta_i \sin(q_{2,i}) \dot{q}_{2,i}^2 - \beta_i \sin(q_{2,i}) \dot{q}_{1,i}^2 \dot{q}_{2,i} \\ \beta_i \sin(q_{2,i}) \dot{q}_{1,i}^2 \end{bmatrix},$$

donde $\dot{q}_{k,i}$ son las velocidades de los respectivos eslabones. Los pares gravitacionales para cada robot manipulador son representados por

$$\mathbf{g}_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} \frac{1}{l_{2,i}} g \delta_i \cos(q_{1,i} + q_{2,i}) + \frac{1}{l_{1,i}} (\alpha_i - \delta_i) \cos(q_{1,i}) \\ \frac{1}{l_{2,i}} g \delta_i \cos(q_{1,i} + q_{2,i}) \end{bmatrix}.$$

Debe de aclararse que el operador humano ejerce una fuerza sobre la punta del robot manipulador local y el robot manipulador remoto interactúa con el entorno también la punta del efector final. Las siguientes expresiones son usadas $\tau_h = \mathbf{J}_m^T(\mathbf{q}_m) \mathbf{f}_h$ and $\tau_e = \mathbf{J}_s^T(\mathbf{q}_s) \mathbf{f}_e$, donde $\mathbf{J}_i(\mathbf{q}_i)$ es el Jacobiano del respectivo robot manipulador el cual está descrito como

$$\mathbf{J}_i(\mathbf{q}_i) = \begin{bmatrix} -l \sin(q_{1,i}) - l \sin(q_{1,i} + q_{i,2}) & -l \sin(q_{1,i} + q_{i,2}) \\ l \cos(q_{1,i}) + l \cos(q_{1,i} + q_{i,2}) & l \cos(q_{1,i} + q_{i,2}) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Los retardos de tiempo se asumen variables y asimétricos en la red de comunicación, esto significa que no son iguales de ida o regreso. La figuras 3.6 y 3.7 muestra una señal senoidal enviada a través del canal de comunicación de ida y regreso, respectivamente, los retardos considerados son

$$\begin{aligned} h_1(t) &= 0.05 + 0.05 \sin(5t) \text{ s}, & \dot{h}_1(t) &\leq 0.25 \text{ s} \\ h_2(t) &= 0.1 + 0.05 \sin(3t) \text{ s}, & \dot{h}_2(t) &\leq 0.15 \text{ s} \end{aligned}$$

como se puede observar los retardos máximos son $h_{1,\text{máx}} = 0.1$ s y $h_{2,\text{máx}} = 0.15$ s, además satisfacen la condición $|\dot{h}_i(t)| \leq 1$, el retardo máximo de ida y regreso es $h_{r,\text{máx}} = 0.25$ s. Las simulaciones se han llevado a cabo usando MatLab SimuLink. El

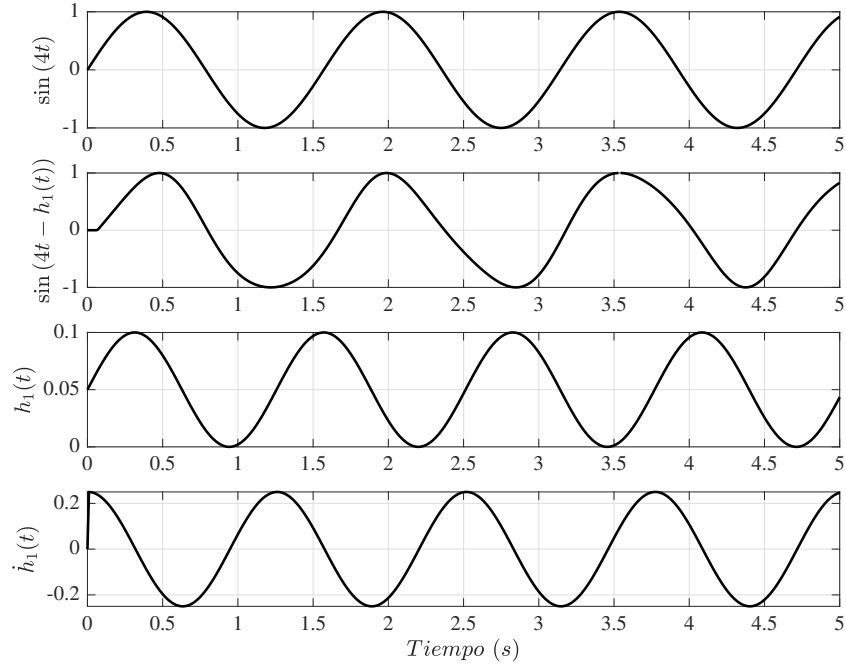


FIGURA 3.6: Señal senoidal en el canal de comunicación de maestro a esclavo con un retardo variable.

modelo de admitancia es

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

$i = 1, 2$, con la matriz de inercia, amortiguamiento y rigidez como $M_a = I \text{ kg}$, $B_a = 140I \text{ kg/s}$ y $K_a = 4000I \text{ kg/s}^2$, donde $I \in \mathbf{R}^2$ es la matriz identidad. Para evaluar la interacción con el entorno, implementamos una pared a la distancia de 0.2 m, modelada como un sistema resorte-amortiguador con las ganancias de rigidez y viscosidad de 500 N/m y 0.1 N s/m reaccionando solo a lo largo de la dirección x .

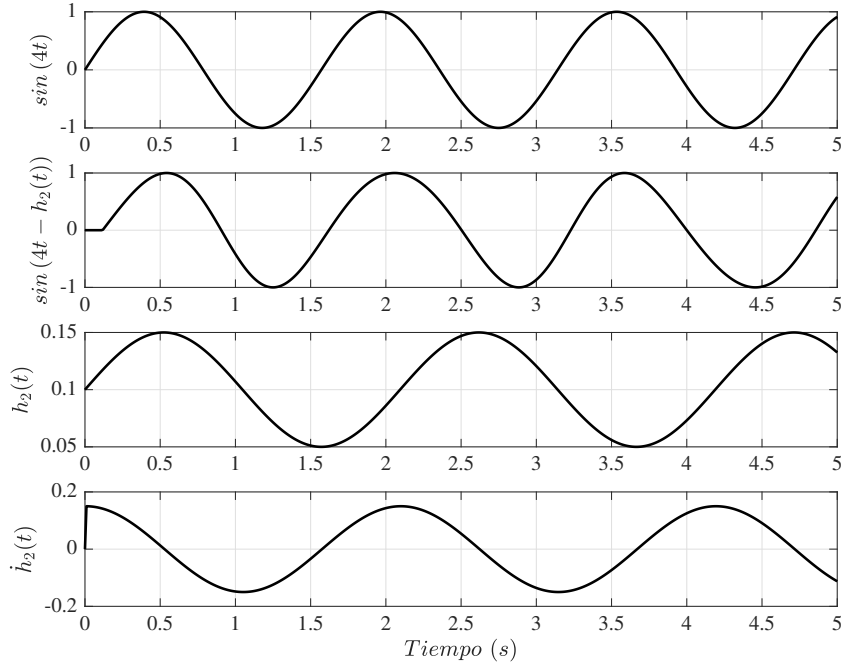


FIGURA 3.7: Señal senoidal en el canal de comunicación de esclavo a maestro con un retardo variable.

3.5.1. Control Pd+

El control Pd+ usado en la sección 3.3 de este capítulo dada por la ecuación (3.7)

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m, \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s. \end{aligned}$$

las ganancias dadas por $\mathbf{K}_1 = 1 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_2 = 2.5 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_3 = 2.5 \times 10^3 I$, donde I es la matriz identidad, los cuales claramente satisfacen el Teorema 1. Las posiciones y velocidades iniciales para el manipulador local y remoto son cero, esto es $\mathbf{x}_i = \dot{\mathbf{x}}_i = [0, 0]^T$.

Se considera el siguiente escenario: la fuerza \mathbf{f}_h aplicada por el operador humano en el sitio local genera una referencia \mathbf{x}_d a través del modelo de admitancia.

En el primer escenario se considera un movimiento libre, es decir, no hay contacto con el entorno, los resultados pueden observarse en la figura 3.8.

En la columna derecha se tienen las posiciones x (arriba) y los errores de posición

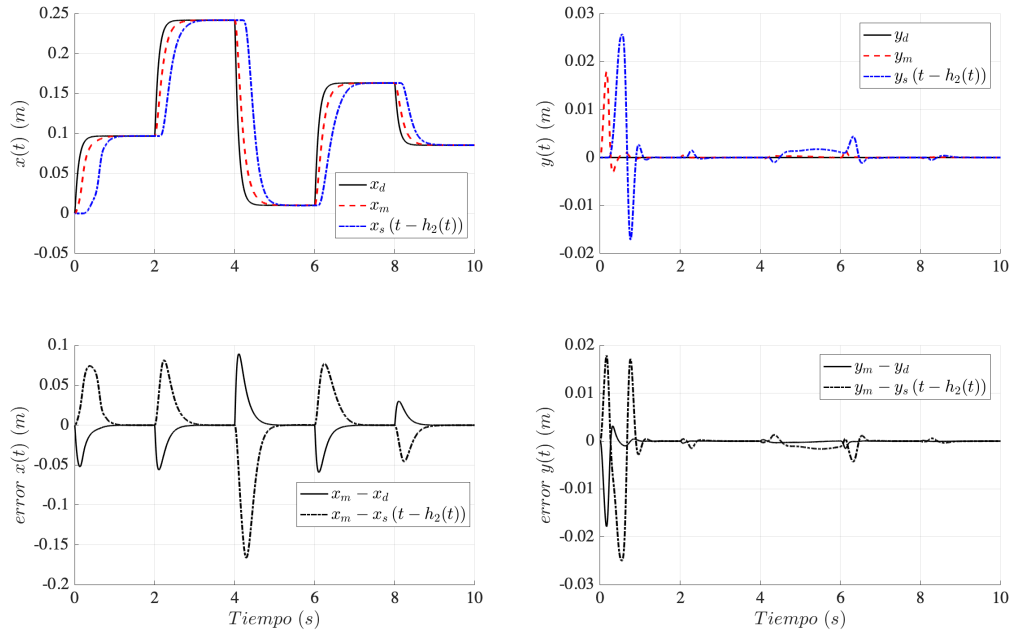


FIGURA 3.8: Posición y error de posición en movimiento libre para un control del tipo Pd+.

(abajo), en la columna izquierda las posiciones y (arriba) y los errores de posición (abajo).

Este primer conjunto de resultados demuestran que el seguimiento de posición es logrado (correspondencia en cinemática).

El segundo conjunto de resultados, en la figura 3.9, muestra el seguimiento de posición y error de posición en una situación de contacto. El comportamiento es adecuado, se observa que el seguimiento de posición no se alcanza, dado la rigidez del entorno, los errores generados por el seguimiento de posición permitirán al operador ajustar su fuerza a fin de lograr el seguimiento de posición en situación de contacto.

Ambos conjuntos de simulaciones mostrados en las figuras 3.8 y 3.9 prueban que cuando la fuerza se mantiene constante, el error de posición $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) \rightarrow 0$ en la ausencia de \mathbf{f}_e .

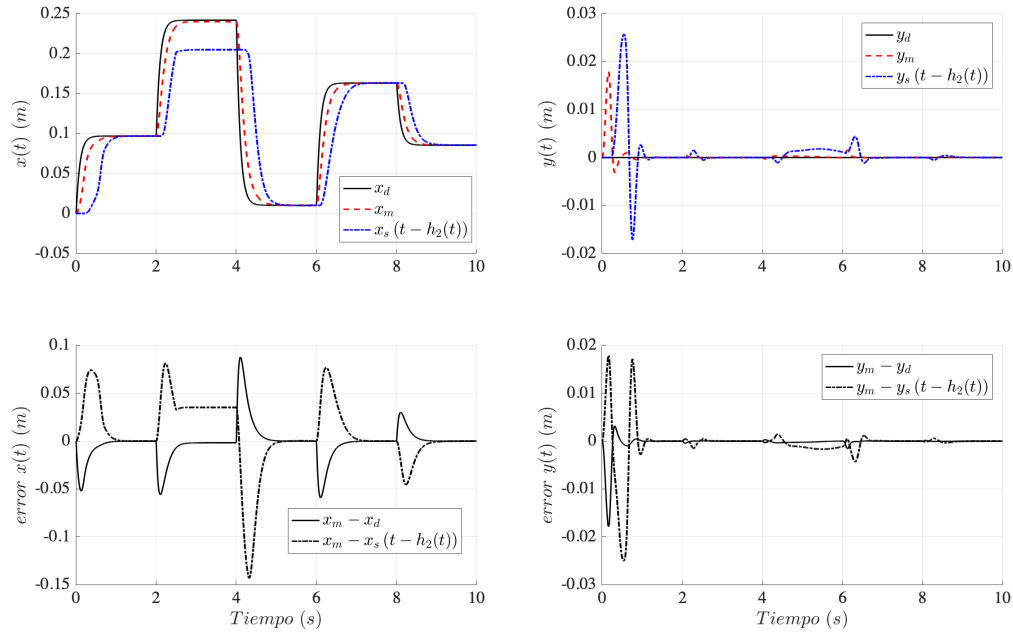


FIGURA 3.9: Posición y error de posición en contacto con el entorno para un control del tipo Pd+.

3.5.2. Control PD+

El control PD+ usado en la sección 3.4 de este capítulo dado por la ecuación (3.29) es

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad + \mathbf{K}_4 [\gamma_s \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)) - \dot{\mathbf{x}}_m], \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_2(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_4 [\dot{\mathbf{x}}_s - \gamma_m \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t))], \end{aligned}$$

las ganancias dadas por $\mathbf{K}_1 = 1 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_2 = 2.5 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_3 = 2.5 \times 10^3 I$ y $\mathbf{K}_4 = 0.5 \times 10^3 I$, donde I es la matriz identidad, satisfacen los requerimientos del Teorema 2. Las posiciones y velocidades iniciales para el manipulador local y remoto son cero, esto es $\mathbf{x}_i = \dot{\mathbf{x}}_i = [0, 0]^T$.

En el primer escenario se considera un movimiento libre, es decir, no hay contacto con el entorno, los resultados pueden observarse en la figura 3.10.

En la columna derecha se tienen las posiciones x (arriba) y los errores de posición

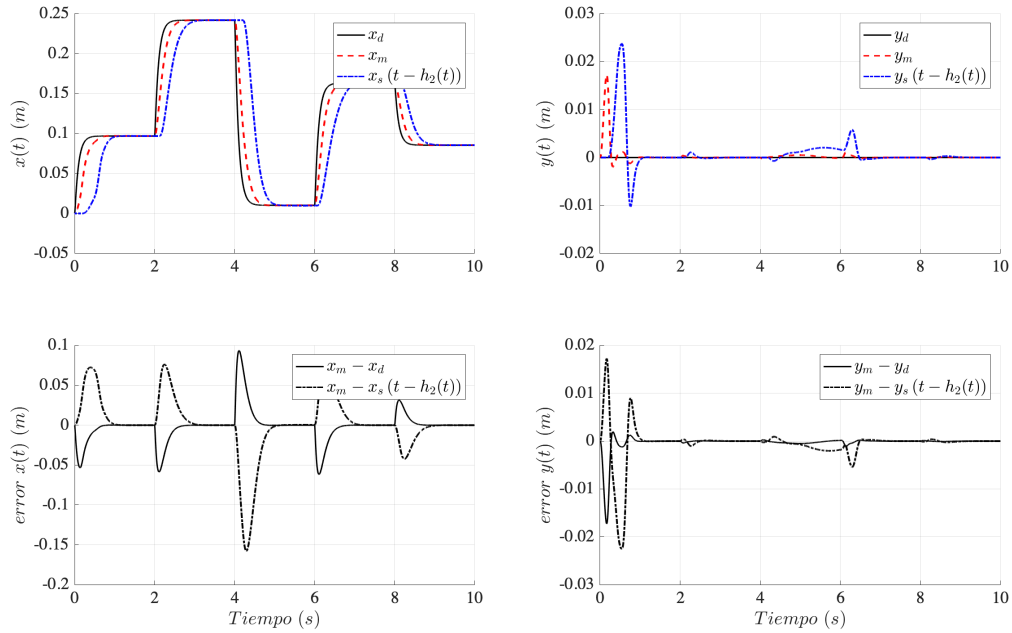


FIGURA 3.10: Posición y error de posición en movimiento libre para un control PD+.

(abajo), en la columna izquierda las posiciones y (arriba) y los errores de posición (abajo).

Este primer conjunto de resultados al igual que el control Pd+ muestran que el seguimiento de posición es logrado (correspondencia en cinemática).

El segundo conjunto de resultados, en la figura 3.11, muestran el seguimiento de posición y error de posición en una situación de contacto, como se describió previamente. El comportamiento es adecuado, se observa que el seguimiento de posición no se alcanza, dado la rigidez del entorno, los errores generados por el seguimiento de posición permitirán al operador ajustar su fuerza a fin de lograr el seguimiento de posición en situación de contacto.

3.5.3. Comparación Pd+ vs PD+

En la figura 3.12 se muestra la comparación de resultados entre ambos esquemas de control Pd+ y PD+; como se esperaba, las respuesta con un control PD+ muestran un mejor comportamiento en comparación con el esquema Pd+.

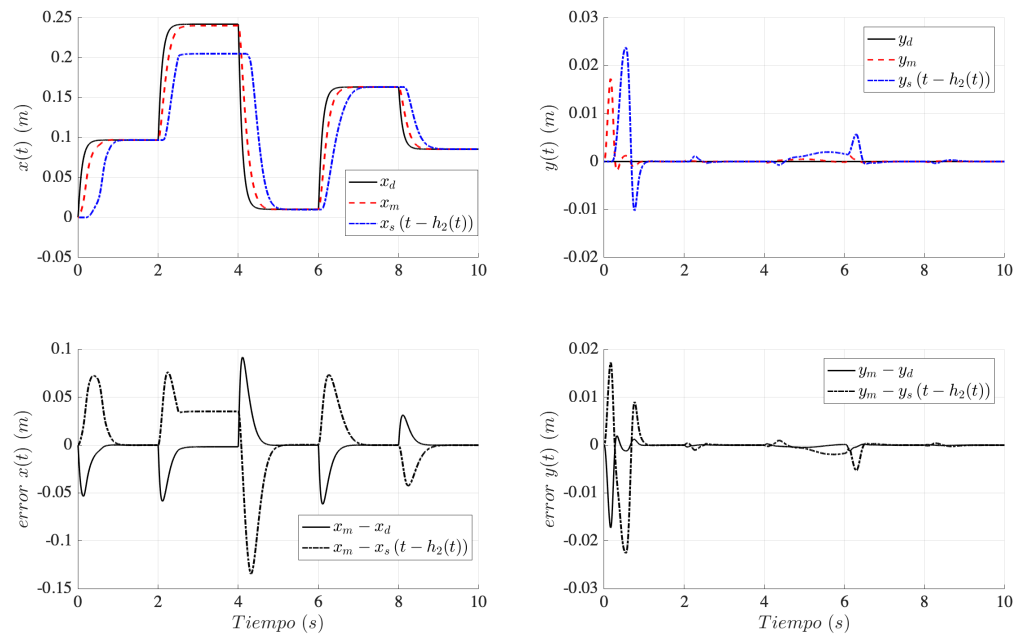


FIGURA 3.11: Posición y error de posición en contacto con el entorno para un control PD+.

Observación 2. El esquema de control $Pd+$ presenta solo dos canales de comunicación, mientras que la arquitectura de $PD+$ cuenta con cuatro canales, si observamos en la figura 3.12 es mejor el esquema con cuatro canales, en la práctica es preferible el primer enfoque, por diversas razones, por ejemplo el costo extra en la implementación de estos dos canales.

3.6. Conclusión

En este capítulo se plantea un esquema de control donde se modela el sistema de teleoperación en coordenadas cartesianas, debido a que el efector final es el encargado de establecer contacto con el entorno y operador humano.

Se utiliza un controlador $Pd+$ y $PD+$ para el control de posición en un sistema de teleoperación. El sistema de teleoperación tiene las siguientes propiedades: bilateral no lineal, retardo de tiempo variable y asimétrico con retroalimentación de fuerza. Además se usa un modelo de admitancia para generar una posición de referencia en base a la fuerza

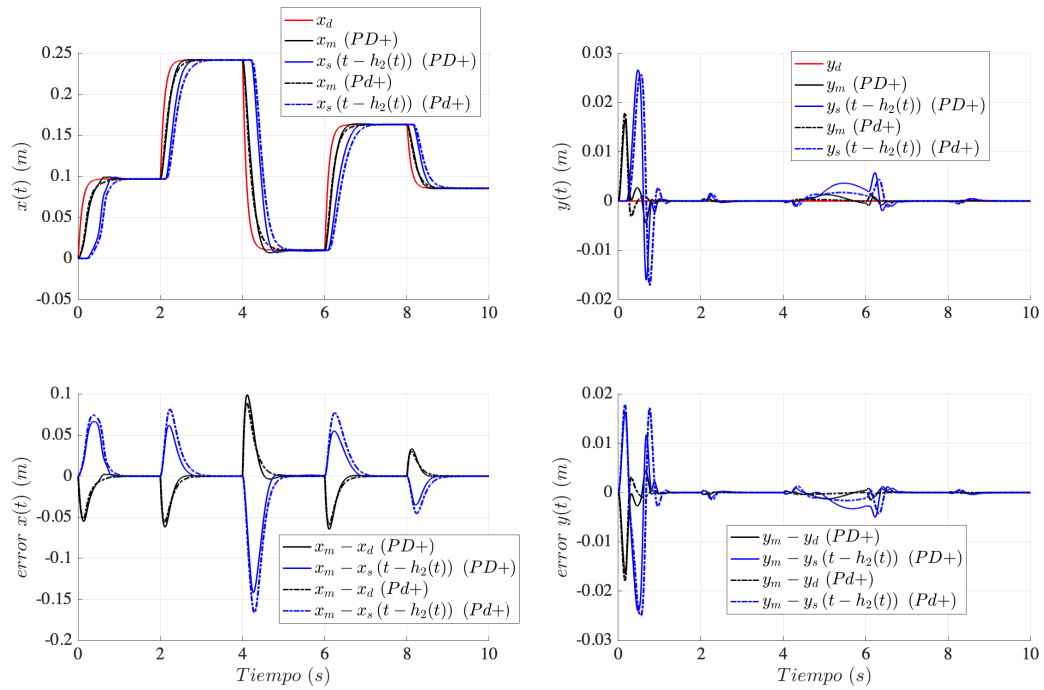


FIGURA 3.12: Comparación entre los esquemas de control P+d y PD en movimiento libre.

aplicada por el operador. Mediante el uso del método de Lyapunov-Krasovskii, la estabilidad del sistema en lazo cerrado está garantizada, además se obtiene correspondencia cinemática directa y correspondencia en fuerza indirectamente, probando transparencia. El rendimiento del método de control propuesto se evidencia en las aplicaciones.

Se ha mencionado que una reflexión directa de fuerza mejora el rendimiento de un sistema de teleoperación. En el siguiente capítulo se analiza un esquema de control que agrega un término con seguimiento de fuerza para mejorar el rendimiento.

Capítulo 4

Control de posición/fuerza basado en el modelo de admitancia

4.1. Introducción

En las arquitecturas de reflexión directa de fuerza, los controladores maestro y esclavo están diseñados para retroalimentar la fuerza del entorno al operador y sincronizar los movimientos, además de proporcionar una medida de fuerza para que el operador pueda compensar o incluso aumentar. A diferencia de la sincronización en movimiento bilateral, la reflexión de fuerza directa se utiliza con mayor frecuencia en el espacio de trabajo dado que la mayoría de tareas realizadas por el esclavo se realizan a través de su efector final.

En el caso de sistema de teleoperación un problema frecuente es el comportamiento inestable al interactuar con entornos rígidos (**Kuchenbecker2006; Lawrence1993**). Esta inestabilidad puede tener múltiples causas, la más trivial es la dinámica inestable del sistema de teleoperación, incluida la dinámica del operador en la fase de contacto. La conmutación inestable entre el movimiento libre y el contacto se conoce como inestabilidad de contacto y se caracteriza por el rebote del esclavo contra el entorno con amplitudes crecientes. Un problema común en la reflexión de fuerza directa, es la retroalimentación directa de las fuerzas de contacto que generalmente provocan que el maestro retroceda violentamente cuando el esclavo se pone en contacto con un entorno rígido.

En un sistema de teleoperación con retardo de tiempo, cuando el esclavo hace contacto con el medio ambiente, surgen dos problemas adicionales: primero, el propio sistema de teleoperación puede volverse inestable al interactuar con el entorno, esta inestabilidad puede provenir de la dinámica de contacto inestable, que incluye también al maestro y

el operador, o transiciones entre el movimiento libre y contacto; segundo, el operador no es capaz de llevar al esclavo en contacto con el medio ambiente.

Como se mencionó en las conclusiones del capítulo 3, el esquema presentado basado en seguimiento de posición del efector final, presenta un contacto estable aun así se requiere mejorar la interacción con diversos entornos en relación a la fuerza aplicada por el operador en esta arquitectura una retroalimentación directa de fuerza se utiliza, pero debido a las grandes fuerzas de contacto que pueden surgir se propone un término de la diferencia del error multiplicado por un pequeña ganancia, de manera que el operador no recibe un reflexión directa de la fuerza. A continuación se analiza la estabilidad y transparencia al igual que en la sección 3.3 del capítulo anterior, como se menciona un término adicional es agregado a la ley de control.

4.2. Control Pd+ con retroalimentación de fuerza

Consideremos el esquema de control en la figura 4.1.

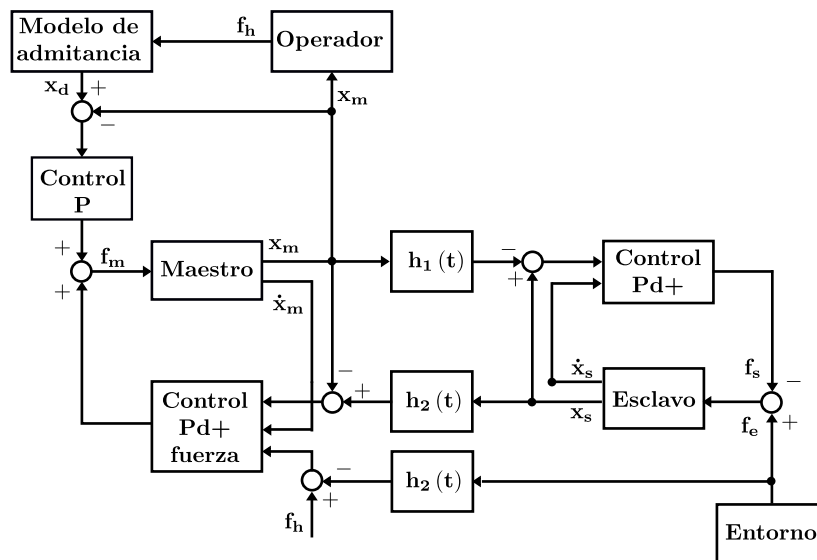


FIGURA 4.1: Esquema de sincronización de posición y de fuerza.

Bajo la idea principal en los esquemas de control presentados en las sección 3.3 y 3.4 del capítulo 3 se busca mejorar la sincronización de movimiento, además de proporcionar un seguimiento de fuerza directo para desarrollar una mejor interacción con el entorno por parte del operador humano. A la ley de control establecida en el control Pd+

de la ecuación (3.7) de la sección 3.3 se le añade un término del error de las fuerzas percibidas en el sistema (fuerza del operador humano y del entorno), este término permite que la fuerza percibida por el operador humano desde el sitio remoto sea la originada por el error de posición y una producida por la diferencia entre las fuerzas que aplica el operador humano y la de reacción del entorno. Una ganancia α pequeña se toma en cuenta para evitar grandes fuerzas en el control. Se beneficia al operador para regular su fuerza y alcanzar un contacto estable con el entorno.

La ley de control propuesta es

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s (t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2(t))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2(t))] + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s). \end{aligned} \quad (4.1)$$

donde las ganancias son definidas positivas, además

$$\alpha = \begin{cases} \alpha, & \text{en contacto,} \\ 0, & \text{en ausencia de contacto.} \end{cases}$$

donde α es una constante positiva, el término de modo deslizante $\alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m)$ se usa para cancelar las incertidumbres en el sistema de teleoperación.

4.2.1. Objetivos de control

En la arquitectura propuesta, además del seguimiento de posición habitual en un sistema de teleoperación donde \mathbf{x}_s debe seguir la posición retardada de \mathbf{x}_m y a la vez \mathbf{x}_m debe seguir la posición retardada de \mathbf{x}_s , tanto como \mathbf{x}_d , la posición generada por el modelo de admitancia, esto significa que se tiene los siguientes objetivos de control:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d &\rightarrow 0, \\ \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1(t)) &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Además con la retroalimentación de fuerza se tiene que \mathbf{f}_h debe seguir \mathbf{f}_e retardada, la fuerza del entorno, esto es

$$\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t)) \rightarrow 0.$$

De forma directa ya que en la sección 3.3 y 3.4 se probó de forma indirecta.

4.2.2. Consideraciones generales

Se asume que las fuerzas de interacción, esto es la fuerza aplicada por el operador humano y la fuerza de reacción del entorno son acotadas, esto es

$$\mathbf{f}_h, \mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty.$$

4.3. Estabilidad

El siguiente teorema establece las condiciones de estabilidad.

Teorema 3. *Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,*

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s. \end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional más inyección de amortiguamiento con compensación de gravedad (Pd+) y retroalimentación de fuerza, de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))] + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s), \end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas y α una ganancia pequeña positiva. Entonces, el sistema de teleoperación no lineal con retardo variable y asimétrico es

estable si las ganancias de control satisfacen condiciones

$$\mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \geq 0,$$

$$\mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \geq 0.$$

Donde $h_{r,\text{máx}}$ es el retardo máximo de ida y regreso. Además las siguientes condiciones se satisfacen:

- Las velocidades $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s$ y los errores de posición $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s$ y $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d$ están acotados, esto es, $\{\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d\} \in \mathcal{L}_\infty$.
- Además las velocidades, $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2$.
- También se cumple que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) \in \mathcal{L}_\infty$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) \in \mathcal{L}_\infty$.

Demostración. Consideremos la función candidata de Lyapunov-Krasovskii, $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ definida como

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \sum_{n=1}^6 \mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i), \quad (4.2)$$

donde $\sum_{n=1}^5 \mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, están definidas por las ecuaciones (3.9)-(3.13), mientras que $\mathbf{V}_6(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ tiene la siguiente forma

$$\mathbf{V}_6(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \alpha \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_m \text{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(\theta - h_2(\theta))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(\theta - h_2(\theta))] d\theta. \quad (4.3)$$

La Propiedad P.I y la Suposición A.I aseguran que la función de Lyapunov-Krasovskii sea definida positiva y radialmente acotada, esto es, $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) > 0$ y $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \rightarrow \infty$ si $\{\dot{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_i\} \rightarrow \infty$.

Para probar estabilidad del sistema en lazo cerrado se debe garantizar que la derivada de la funcional de Lyapunov-Krasovskii es definida negativa.

La derivada respecto al tiempo de la funcional $\mathbf{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, después de sustituir la dinámica del sistema de teleoperación no lineal descrita en la ecuación (3.1) y aplicando

la ecuación (3.4) de la Propiedad P.II, se reduce a

$$\dot{\mathbf{V}}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \dot{\mathbf{x}}_m^T (\mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h - \mathbf{g}_m) + \dot{\mathbf{x}}_s^T (\mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s - \mathbf{g}_s).$$

Al sustituir la ley control para \mathbf{f}_m y \mathbf{f}_s propuesto en (4.1), la derivada $\dot{\mathbf{V}}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ se simplifica a

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m - \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_h \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_m^T \alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))] \\ &\quad + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_m(t - h_1(t)) - \mathbf{x}_s] - \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s + \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Las derivadas de $\dot{\mathbf{V}}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ a $\dot{\mathbf{V}}_5(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ se determinan de la misma forma que en la sección 3.3.

La derivada con respecto al tiempo de (4.3) esta dada como

$$\dot{\mathbf{V}}_6(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \alpha \dot{\mathbf{x}}_m^T \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))]. \quad (4.5)$$

La suma de las derivadas de $\sum_{n=1}^6 \mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$, dadas por las ecuaciones (4.4), (3.16)-(3.19) y (4.5), después de hacer algunas simplificaciones algebraicas y aplicar el lema 1, da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &\leq -\dot{\mathbf{x}}_m^T \left[\mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_s^T \left[\mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \right] \dot{\mathbf{x}}_s \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_m^T(t - h_1(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)) \\ &\quad - \dot{\mathbf{x}}_s^T(t - h_2(t)) \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t)), \end{aligned}$$

donde $h_{r,\text{máx}}$ es el máximo retardo de ida y regreso en el canal de comunicación. Como se definió la ley de control, las ganancias \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$) son definidas positivas; para garantizar que la derivada $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ sea definida negativa, se deben de satisfacer las

siguientes condiciones

$$\mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \geq 0,$$

$$\mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1 \geq 0.$$

Por otro lado se demuestra que $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es acotada. El resultado anterior prueba que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d \in \mathcal{L}_\infty$.

Podemos re-escribir $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ de la forma

$$\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq -\mathbf{x}^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x}, \quad (4.6)$$

donde $\mathbf{x} = [\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \dot{\mathbf{x}}_m(t - h_1(t)), \dot{\mathbf{x}}_s(t - h_2(t))]$ y

$$\mathbf{\Xi} = \text{diag} \left\{ \mathbf{K}_2 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \right) \mathbf{K}_1, \right. \\ \left. \mathbf{K}_3 - \left(h_{r,\text{máx}} + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \right) \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_1 \right\},$$

Integrando ambos lados de (4.6) en el intervalo $[0, t]$, se tiene

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) - \mathbf{V}(0) \leq - \int_0^t \mathbf{x}^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x} d\theta,$$

que puede ser escrita de la forma equivalente

$$\int_0^t \mathbf{x}_m^T \mathbf{\Xi} \mathbf{x}_m d\theta \leq \mathbf{V}(0) - \mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \leq \mathbf{V}(0) < +\infty$$

Lo que muestra que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \mathbf{x}_m(t - h_1(t)), \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) \in \mathcal{L}_2$. Por lo que podemos concluir que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$.

Realizando el mismo análisis de la sección 3.3 podemos concluir que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) \in \mathcal{L}_\infty$. Lo cual completa la prueba. \square

4.4. Transparencia

La correspondencia cinemática y de fuerza en un sistema de teleoperación no lineal con retardos variables y asimétricos están dadas por las siguientes relaciones

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t)) &\rightarrow 0,\end{aligned}$$

donde $f_h^* = 0$, y

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_h(t - h_1(t)) &\rightarrow 0,\end{aligned}$$

for $f_e^* = 0$. Estas condiciones son para cuando se tienen los cuatro canales de teleoperación.

En el esquema de control presentado solo tenemos disponibles tres canales de comunicación, donde se transmite posición de forma bilateral y fuerza de retroalimentación del entorno, por lo que las condiciones de transparencia se remiten a las condiciones de correspondencia cinemática en ambos sentidos y fuerza en un solo sentido. Así, para el sistema de teleoperación no lineal, las condiciones son las siguientes

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0.\end{aligned}$$

en correspondencia cinemática y

$$\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t)) \rightarrow 0,$$

donde $f_h^* = 0$, en correspondencia de fuerza.

Movimiento libre

Asumimos que la fuerza del operador humano y el entorno son igual a cero, esto es, $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e = 0$. En movimiento libre el sistema en lazo cerrado se reduce a la arquitectura de control en la sección 3.3 y dado el resultado en la proposición 1 se alcanza la correspondencia cinemática.

Movimiento restringido

En el siguiente resultado las fuerzas del operador humano y el entorno son diferentes de cero, se asumen acotadas, esto es, $\mathbf{f}_h \in \mathcal{L}_\infty$ y $\mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$.

Proposición 5. *Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,*

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s.\end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

El algoritmo basado en el modelo de admitancia del operador humano para generar una posición deseada es

$$\frac{\mathbf{f}_h}{\mathbf{x}_d} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}, \quad i = \overline{1, n}.$$

Se propone un control proporcional más inyección de amortiguamiento con compensación de gravedad (Pd+), de la forma

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))] + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s),\end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0, 3}$), matrices definidas positivas y α una ganancia pequeña positiva.

En el caso que la fuerzas del operador humano y el entorno sean diferentes de cero y además acotadas, esto es, $\mathbf{f}_h = \mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$, las velocidades convergen asintóticamente a cero y el seguimiento de posición es logrado:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &\rightarrow 0, \quad t \rightarrow \infty.\end{aligned}$$

además el seguimiento de fuerza se alcanza, esto es

$$\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t)) \rightarrow 0,$$

Por lo tanto se prueba transparencia.

Demostración. La idea general para la prueba: primero se debe probar cuando $\mathbf{f}_m, \mathbf{f}_s$ son acotadas, las velocidades convergen a cero, entonces, la convergencia a cero de las aceleraciones se prueba fácilmente. Finalmente, la convergencia del error de posición a cero es directa. Después se analiza la convergencia del error de fuerza.

En el análisis de estabilidad concluimos que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_2 \cap \mathcal{L}_\infty$, además que $\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d, \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))$ y $\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))$ son acotados y con el hecho que $\mathbf{f}_h, \mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$ es posible mostrar que el control $\mathbf{f}_m, \mathbf{f}_s$ definidos en (4.1) son acotados, esto significa que $\mathbf{f}_m, \mathbf{f}_s \in \mathcal{L}_\infty$.

Al escribir el sistema de teleoperación no lineal de la ecuación (3.1) con el control del Pd+ más error de fuerza en (4.1) con la suposición de que las fuerzas del operador humano y entorno son diferentes de cero, se tiene

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{x}}_m &= -\mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) [-\mathbf{f}_m + \mathbf{f}_h + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m)], \\ \ddot{\mathbf{x}}_s &= -\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) [-\mathbf{f}_e + \mathbf{f}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s)].\end{aligned}\quad (4.7)$$

De acuerdo a los resultados previos, $\mathbf{f}_m, \mathbf{f}_s, \mathbf{f}_h, \mathbf{f}_e \in \mathcal{L}_\infty$, además la propiedad P.I establece que la matriz $\mathbf{M}_i(\mathbf{x}_i)$ es acotada y la propiedad P.II dice que la matriz $\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es acotada, nos permiten concluir que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$.

El lema de Barbalat garantiza que $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \rightarrow 0$ como $t \rightarrow \infty$, debido a que $\ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty$ y $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \in \mathcal{L}_\infty \cap \mathcal{L}_2$.

De (4.7) puede ser fácilmente visto que el seguimiento de posición se puede garantizar si probamos que $\ddot{\mathbf{x}}_i \rightarrow 0$.

Diferenciando (4.7) con respecto al tiempo obtenemos

$$\begin{aligned}\frac{d\ddot{\mathbf{x}}_m}{dt} &= -\frac{d}{dt}\mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) [-\mathbf{f}_m + \mathbf{f}_h + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m)] \\ &\quad - \mathbf{M}_m^{-1}(\mathbf{x}_m) \frac{d}{dt} [-\mathbf{f}_m + \mathbf{f}_h + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m)],\end{aligned}\quad (4.8)$$

y

$$\begin{aligned} \frac{d\ddot{\mathbf{x}}_s}{dt} &= -\frac{d}{dt}\mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) [-\mathbf{f}_e + \mathbf{f}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s)] \\ &\quad - \mathbf{M}_s^{-1}(\mathbf{x}_s) \frac{d}{dt} [-\mathbf{f}_e + \mathbf{f}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s)]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Para el primer término de (4.8) y (4.9) tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) &= -\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \dot{\mathbf{M}}_i(\mathbf{x}_i) \mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \\ &= -\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \left(\mathbf{C}_i(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) + \mathbf{C}_i^T(\mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) \right) \mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i) \end{aligned}$$

que es acotado debido a la propiedad P.II. La suma de términos acotados es acotada, entonces el término en paréntesis cuadrados que multiplica a la derivada de $\mathbf{M}_i^{-1}(\mathbf{x}_i)$ es acotado, esto implica que el primer término es acotado, el segundo término en (4.8) y (4.9) también es acotado, dado que es la derivada de un término acotado.

Por consecuencia, $(d/dt) \ddot{\mathbf{x}}_i \in \mathcal{L}_\infty$, así $\ddot{\mathbf{x}}_i$ son uniformemente continuas. Usando el lema de Barbalat, concluimos que $\ddot{\mathbf{x}}_i \rightarrow 0$.

Al hacer uso de los resultados anteriores, esto es, $\{\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s, \ddot{\mathbf{x}}_m, \ddot{\mathbf{x}}_s\} \rightarrow 0$ en (4.7), se tiene el siguiente resultado

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t))] - \mathbf{f}_h &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_e + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] &\rightarrow 0. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Dado el hecho que

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s(t - h_2(t)) &= \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s + \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s \rightarrow \mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s, \\ \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t)) &= \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m + \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m \rightarrow \mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m. \end{aligned}$$

donde $\dot{\mathbf{x}}_m, \dot{\mathbf{x}}_s \rightarrow 0$. La ecuación (4.10) se simplifica a

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{K}_1(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s) - \mathbf{f}_h &\rightarrow 0, \\ \mathbf{f}_e + \mathbf{K}_1(\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m) &\rightarrow 0, \end{aligned}$$

del conjunto de ecuaciones es fácil deducir la relación

$$\mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_h \rightarrow 0,$$

donde concluimos que $\mathbf{x}_m \rightarrow \mathbf{x}_d$ y $\mathbf{f}_h \rightarrow \mathbf{f}_e$, por lo que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2 (t))) \rightarrow 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m (t - h_1 (t))) \rightarrow 0.$$

Esto demuestra la correspondencia cinemática. Para la convergencia a cero del error de seguimiento de fuerza. Aplicamos los últimos resultados en términos de $\mathbf{x}_i (t) \rightarrow 0$ y $(\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s (t - h_2 (t))) \rightarrow 0$ a la dinámica del sistema de teleoperación de la ecuación (3.1) con el control (4.1), conduce a

$$\mathbf{M}_m (\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m = \varepsilon (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))^T (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))$$

Multiplicando ambos lados por $\varepsilon^T \mathbf{M}_m^{-1} (\mathbf{x}_m)$ tenemos

$$\varepsilon^T \ddot{\mathbf{x}}_m = \varepsilon^T \mathbf{M}_m^{-1} (\mathbf{x}_m) \varepsilon (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))^T (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))$$

usando la siguiente propiedad

$$\frac{1}{\lambda_{\max} \{ \mathbf{M}_m (\mathbf{x}_m) \}} I \leq \mathbf{M}_m^{-1} (\mathbf{x}_m)$$

por lo tanto

$$\varepsilon^T \ddot{\mathbf{x}}_m \geq \frac{1}{\lambda_{\max} \{ \mathbf{M}_m (\mathbf{x}_m) \}} \|\varepsilon\|_2^2 (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))^T (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))$$

Note que $(\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))^T (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t)))$, $\|\varepsilon\|_2^2$ y $\lambda_{\max} \{ \mathbf{M}_m (\mathbf{x}_m) \}$ son no negativos. En el caso que $\varepsilon^T \ddot{\mathbf{x}}_m$ sea cero, resulta que $(\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t))) = 0$ y la prueba está completa. Si $\varepsilon^T \ddot{\mathbf{x}}_m > 0$, basado en el hecho que todos los elementos de ε^T son positivos, entonces $\sum_{i=1}^n \ddot{x}_{m_i} > 0$ y significa que existen algunos \ddot{x}_{m_i} que tiene valores positivos para $t \rightarrow \infty$ y eso es una contradicción con $\dot{\mathbf{x}}_m \rightarrow 0$. Por lo tanto $\varepsilon^T \ddot{\mathbf{x}}_m$ tenderá a cero y $(\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e (t - h_2 (t))) \rightarrow 0$. Esto demuestra convergencia del error de seguimiento de fuerza.

Esto completa la prueba. □

4.5. Simulaciones

Las simulaciones se llevan a cabo bajo las mismas condiciones del capítulo 3. Se usa el mismo modelo del sistema de teleoperación, los retardos de tiempo variables y asimétricos son iguales.

La idea principal de este esquema, además de brindar un mejor seguimiento de posición es brindar al operador humano una mejor percepción de la interacción con el entorno.

El control Pd+ con retroalimentación de fuerza usado en la sección 3.3 de este capítulo dado por la ecuación (4.1) está dado como

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s (t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))] + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s). \end{aligned}$$

las ganancias dadas por $\mathbf{K}_1 = 1 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_2 = 2.5 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_3 = 2.5 \times 10^3 I$, donde I es la matriz identidad, los cuales claramente satisfacen el Teorema 3. Las posiciones y velocidades iniciales para el manipulador local y remoto son cero, esto es $\mathbf{x}_i = \dot{\mathbf{x}}_i = [0, 0]^T$.

El perfil de la fuerza aplicada al modelo de admitancia es el mismo que en las simulaciones del capítulo 3 para los esquemas de control Pd+ y PD+, con lo que se genera la referencia \mathbf{x}_d . Por simplicidad solo analizaremos la respuesta en contacto, el caso $\mathbf{f}_e = 0$ es el presentado en la sección 3.3. Se ha agregado el término de fuerza en el control de la ecuación (4.1) con una ganancia conmutable, está se activa en caso de contacto de lo contrario es nula.

Si analizamos la figura 4.2, se observa que el error de posición disminuye de manera considerable con respecto a los enfoques presentado en el capítulo 3. Esto demuestra que en efecto ahora existe una interacción más real con el entorno, seguido de una seguimiento de posición bilateral y una transición de contacto estable.

4.5.1. Comparación Pd+ vs Pd+ con retroalimentación de fuerza

En la figura 4.3 se hace una comparación entre el esquema de control Pd+ y el esquema de control de seguimiento de fuerza. Se puede observar la mejoría con respecto al control de la sección 3.3.

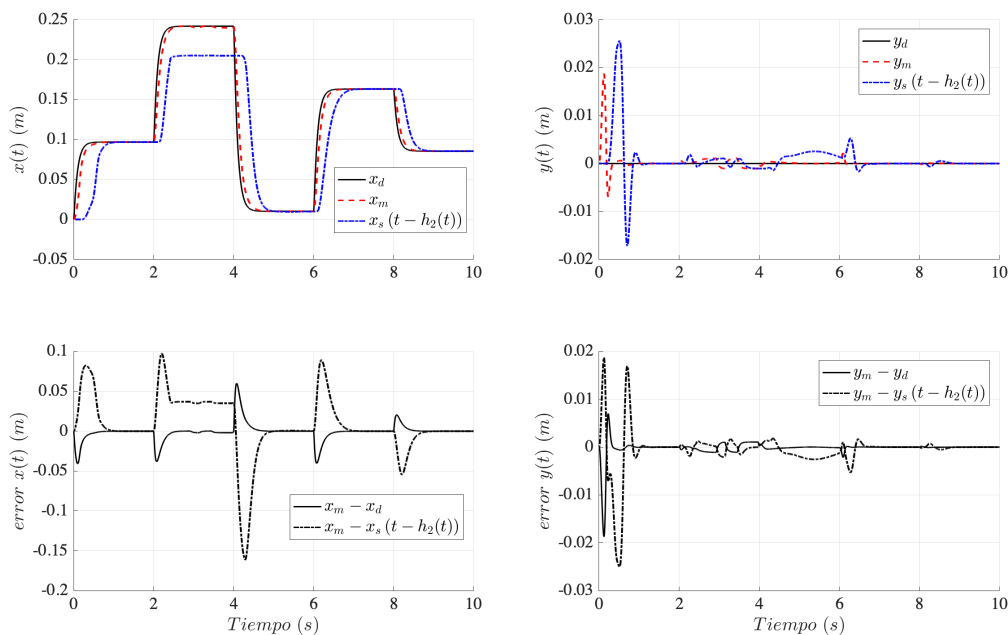


FIGURA 4.2: Posición y error de posición en contacto con el entorno de un control Pd+ con retroalimentación de fuerza.

4.6. Conclusiones

Se estableció un esquema de control para un sistema de teleoperación bilateral basado en el modelo de admitancia del operador humano en el sitio local, controlado en el sitio local por un control del tipo Pd+ con un término del error de fuerzas de interacción (\mathbf{f}_h y \mathbf{f}_e) y el remoto por un control Pd+ logrando mejorar el seguimiento de posición en coordenadas de trabajo, además de mejorar la transición de contacto y la interacción con el entorno, al proporcionar una medida adicional de fuerza al operador humano para poder establecer y alcanzar el objetivo de movimiento. Dado que está diseñado para establecer contacto con una superficie rígida, la ganancia α deberá ser pequeña para evitar un error de fuerza muy grande.

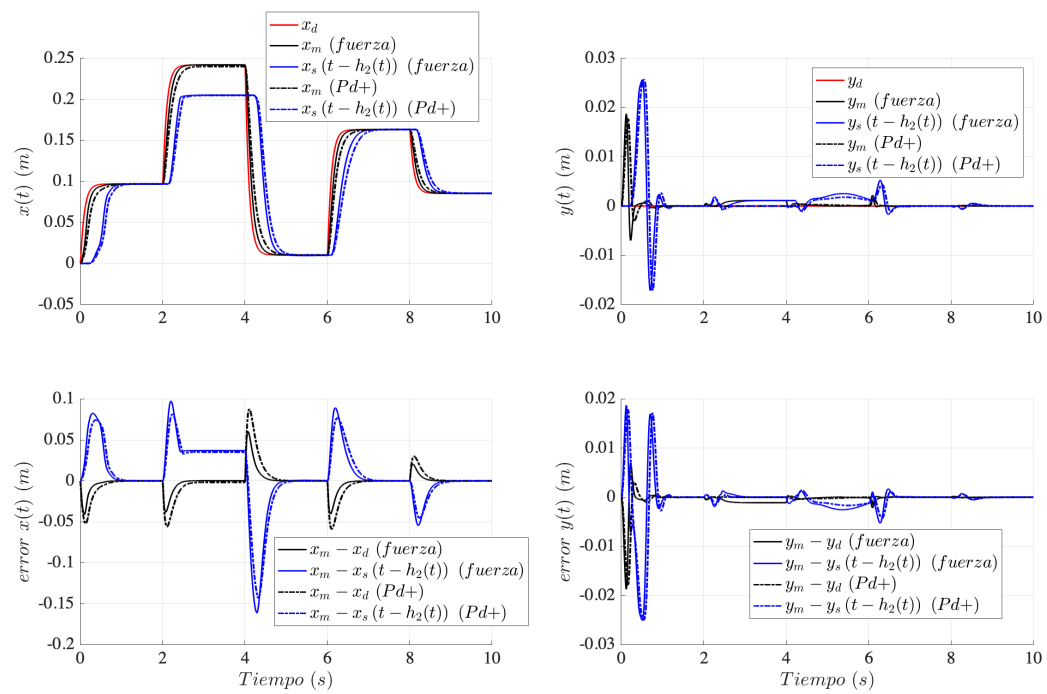


FIGURA 4.3: Comparación entre el esquema de control Pd+ y Pd+ con error de fuerza.

Capítulo 5

Contacto estable en transición

5.1. Introducción

Numerosas aplicaciones en teleoperación, tal como ensamble automatizado y soldadura, involucran una interacción dinámica entre el manipulador esclavo y un entorno rígido, esta interacción puede causar una severa inestabilidad (Ni2002). En general, la interacción inicia con una transición de un movimiento libre (no contacto) aun un movimiento restringido (contacto) y usualmente termina con un proceso inverso, estas transiciones son cruciales para la estabilidad del sistema principalmente la primera. Cuando se desarrolla una tarea en contacto con el entorno, un robot manipulador puede rebotar y regresar a la superficie de contacto varias veces, o incluso continuar y nunca establecerse; esto es llamado *fase de transición* o *modo de impacto*.

Similar a las tareas realizadas por robots, una solución práctica cuando se implementan esquemas de control sobre un teleoperador físico es dirigir el manipulador a una velocidad lenta con el fin de acercarse al entorno de forma suave y prevenir un contacto inestable, pero en teleoperación no se tiene caracterizado de forma completa el entorno y pueden ocurrir de forma repentina contactos con agentes externos, además se busca que la tarea se realice rápido.

En robótica diferentes arquitecturas de control han sido propuestas para control de posición/fuerza en contacto con entornos rígidos. Los esquemas de control más estudiados y aplicados incluyen impedancia, control de admitancia, control híbrido posición-fuerza y control paralelo posición-fuerza (Siciliano2007). Solo unos cuantos resultados sobre rebotes del manipulador contra la superficie rígida se han desarrollado. Brogliato y Orphant presentaron un análisis de la estabilidad del contacto basado en mapas de Poincaré el cual era independiente de rigidez del entorno (Brogliato1998). Pagilla y Yu proponen un controlador discontinuo para mantener la transición estable (Pagilla2001).

Doulgeri y Iliadis emplean el teorema de estabilidad para sistemas híbridos para atacar el problema (**Doulgeri2005**). Todos ellos derivan condiciones suficientes para asegurar que el robot permanece en contacto con el entorno. Considerando este concepto, Vukobratovic introduce un enfoque basado en estabilidad robusta y obtiene condiciones que garantizan contacto estable de un robot (**Vukobratovic2009**).

Al igual que los robots, en sistemas de teleoperación se ha presentado casi un nulo análisis de estabilidad en la transición de contacto, en general todos los trabajos se han centrado en sintonizar las ganancias de control para un movimiento libre de contacto y/o un movimiento restringido de forma separada, pero la transición entre estos dos movimientos no se revisa la cual es crítica para mantener estabilidad en lazo cerrado del sistema de teleoperación. De hecho, una fuerza de contacto grande es uno de los problemas especiales en un sistema de teleoperación con retroalimentación háptica en el modo de transición; un control de fuerza puede mejorar el efecto de interacción con el entorno y evitar grandes fuerzas de contacto, por ende garantizar el movimiento de transición estable. Si se transmite en conjunto fuerza y posición se puede mejorar en gran medida el rendimiento del sistema. Ni y Wang estudiaron la estabilidad en transición usando un controlador con ganancia conmutable (**Ni2004**) mientras que Wang et al. proponen un controlador para el sistema de teleoperación considerando mejorar la transparencia en transición, sin embargo ellos asumen que el retardo en comunicación es insignificante en un modelo de teleoperación lineal (**Wang2008**).

El análisis presentado en este capítulo está destinado a la estabilidad en transición de movimiento en un sistema de teleoperación con retardos asimétricos y variables con retroalimentación háptica; deseamos asegurar que el sistema de teleoperación permanecerá estable en la transición. Aplicamos la teoría de sistemas híbridos para asegurar la estabilidad, buscamos demostrar que las dinámicas y trayectorias de energía decrecen durante la transición. Se incluye el modelo de admitancia en el sitio local para generar una posición de referencia. La ventaja con respecto a trabajos realizados (**Ni2002**; **Ni2004**; **Wang2008**), aquí se considera el retardo de tiempo variable y asimétrico, un modelo no lineal del sistema de teleoperación y además el uso del modelo de admitancia en el control de fuerza evita el uso de la cinemática inversa.

5.2. Teoría de sistemas híbridos

Un sistema híbrido puede ser descrito como un conjunto finito de estados discretos, con cada estado discreto correspondiente a diferentes dinámicas. Por lo tanto, un estado discreto y uno continuo forman el estado de un sistema híbrido. Típicamente, el modelo de un sistema híbrido está dado como (**Pettersson1996**),

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mu), \quad (5.1)$$

donde $\mathbf{x} \in R^n$ es el estado continuo y $\mu \in M = \{\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m\}$ como el estado discreto, el cual en general y para un sistema autónomo depende del estado continuo \mathbf{x} y los estados discretos previos $\bar{\mu}$, esto es, $\mu = \phi(\mathbf{x}, \bar{\mu})$ donde $\phi : M \times R^n \rightarrow M$ es una transición discreta. Algunas veces (5.1) puede ser escrito como,

$$\dot{\mathbf{x}} = \bar{f}_m(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}, \mu_m).$$

Los cambios de estados discretos están formalmente descritos por los conjuntos de cambio,

$$S_m = \{\mathbf{x} \in R^n \mid \mu_m = \phi(\mathbf{x}, \bar{\mu})\}. \quad (5.2)$$

Si para cada $\mathbf{x} \in R^n$, solo un $\mu_m \in M$ es posible se llama sistema de conmutación. Sin embargo, si hay algunos $\mathbf{x} \in R^n$ para lo cuales varios estados discretos son posibles, entonces el sistema es llamado híbrido. Por consiguiente, la interacción con el entorno por un sistema de teleoperación puede ser considerado como un estado híbrido.

El siguiente teorema establece las condiciones de estabilidad de un sistema híbrido (**Pettersson1996; Pettersson1997**).

Teorema 4. *Sea el sistema híbrido*

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mu),$$

Si existe una función continua escalar $V_m(\mathbf{x}) : \Omega_m^x \rightarrow R$ con derivadas parciales continuas en cada región, y funciones $\phi, \psi : R^+ \rightarrow R^+$ tal que

$$1. x \in \Omega_m^x, \phi(\|x\|) \leq V_m(x) \leq \psi(\|x\|), \quad (5.3)$$

$$2. (x, \mu) \in \Omega_m, \quad \dot{V}_m \leq 0, \quad (5.4)$$

$$3. V_m(x(t_{k+1})) \leq V_m(x(t_k)). \quad (5.5)$$

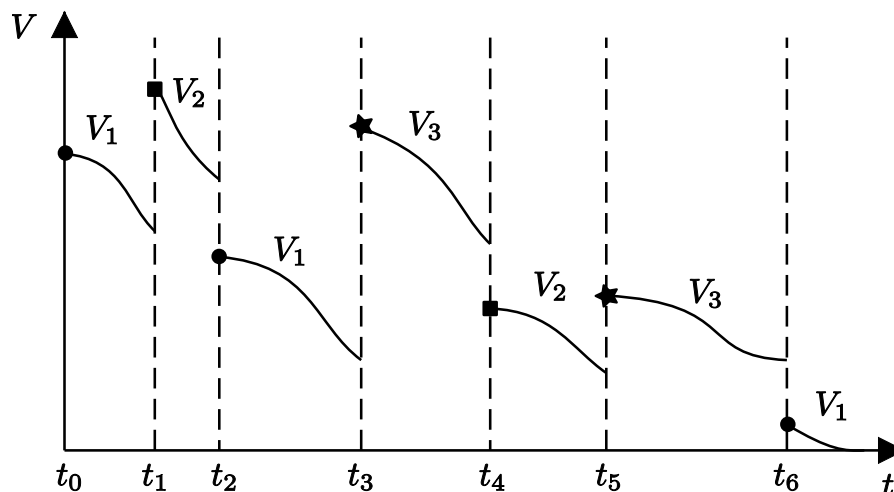


FIGURA 5.1: Secuencia de las funciones candidatas de Lyapunov V_m cumpliendo la tercer condición del teorema 4.

donde t_k, t_{k+1} son tiempos consecutivos, la funciones V_m son “conmutadas”, entonces el sistema es estable en el sentido de Lyapunov.

La condición 3 trata el valor de cada función V_m cada vez que conmuta. Esto significa que el valor de V_m en los puntos de conmutación (en S_m para algún k) debe ser más pequeño que la vez anterior que se activó; esto ocurre en S_m . Note que la condición no requiere que toda la energía V disminuya en los puntos de conmutación (figura 5.1). Las condiciones del punto 1 y 2 en el Teorema 4 establecen que las múltiples funciones de Lyapunov deben ser acotadas y definidas positivas y sus derivadas definidas negativas, respectivamente.

5.3. Sistema de teleoperación como modelo híbrido

Como se mencionó antes, un sistema de teleoperación estable en movimiento libre o restringido no necesariamente permanece estable en transición (Ni2002). Por lo cual, la estabilidad debe ser investigada y garantizada.

Hay dos fases durante la transición en un sistema de teleoperación: el movimiento sin contacto con el entorno donde la meta es alcanzar la sincronización de posición y el movimiento en contacto con el entorno donde además de mantener el seguimiento de posición, una cierta fuerza debe ser aplicada.

El Teorema 4 establece tres condiciones para la estabilidad en sistemas híbridos, para un sistema de teleoperación en transición, la primera y segunda condición establecen que

las funciones de Lyapunov deben ser acotadas y definidas positivas, además su derivada definida negativa.

En un sistema de teleoperación las funciones de Lyapunov son en movimiento libre y en contacto.

5.3.1. Sistema de teleoperación

Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m)\ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m)\dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s)\ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s)\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s.\end{aligned}$$

Para el sistema basado en el modelo de admitancia del capítulo 4 se presentó un control proporcional más inyección de amortiguamiento con compensación de gravedad (Pd+), mas un término proporcional del error de la fuerza, de la forma

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m)[\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))] + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s),\end{aligned}\tag{5.6}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas y α una ganancia pequeña positiva, definida como el capítulo 4.

Se consideró la función candidata de Lyapunov-Krasovskii $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ definida como

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \sum_{n=1}^6 \mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i),\tag{5.7}$$

donde

$$\begin{aligned}
\mathbf{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \dot{\mathbf{x}}_s, \\
\mathbf{V}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{2} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d)^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \frac{1}{2} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s)^T \mathbf{K}_1 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s), \\
\mathbf{V}_3(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \int_{-h_{1,\max}}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\sigma d\theta + \int_{-h_{2,\max}}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\sigma d\theta, \\
\mathbf{V}_4(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\theta + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\theta, \\
\mathbf{V}_5(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_h d\sigma + \kappa_m - \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{f}_e d\sigma + \kappa_s, \\
\mathbf{V}_6(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \alpha \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_m \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(\theta - h_2(\theta))]^T (\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(\theta - h_2(\theta))) d\theta.
\end{aligned}$$

Se garantizó que el sistema es estable con la adecuada elección de las ganancias, esto es que $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es acotado y $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es definida negativa.

Si se considera que el robot manipulador no está en contacto con el entorno, esto es, $\mathbf{f}_e = 0$, el control en (3.7), se simplifica a un control Pd+ similar al presentado en la sección 3.3 del capítulo 3. Este control tiene la forma

$$\begin{aligned}
\mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2 \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\
\mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1 [\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3 \dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s),
\end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas.

Para este caso se consideró la función candidata de Lyapunov-Krasovskii $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ definida como

$$\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) = \sum_{n=1}^5 \mathbf{V}_n(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i), \quad (5.8)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_1(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \dot{\mathbf{x}}_s, \\ \mathbf{V}_2(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{2} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d)^T \mathbf{K}_0 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_d) + \frac{1}{2} (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s)^T \mathbf{K}_1 (\mathbf{x}_m - \mathbf{x}_s), \\ \mathbf{V}_3(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \int_{-h_{1,\text{máx}}}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\sigma d\theta + \int_{-h_{2,\text{máx}}}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\sigma d\theta, \\ \mathbf{V}_4(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \frac{1}{|1 - \dot{h}_1(t)|} \int_{t-h_1(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_m^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_m d\theta + \frac{1}{|1 - \dot{h}_2(t)|} \int_{t-h_2(t)}^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{K}_1 \dot{\mathbf{x}}_s d\theta, \\ \mathbf{V}_5(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i) &= \int_0^t \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_h d\sigma + \kappa_m. \end{aligned}$$

Se garantizó que el sistema es estable con la adecuada elección de las ganancias, esto es que $\mathbf{V}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es acotado y $\dot{\mathbf{V}}(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ es definida negativa.

5.3.2. Sistema de teleoperación con dinámica híbrida

El Teorema 4 adaptado a la situación de contacto en un sistema de teleoperación, el estado discreto μ_m debe ser elegido como

$$\mu_m = \begin{cases} \mu_l, & f_e = 0, \text{ en movimiento libre} \\ \mu_c, & f_e \neq 0, \text{ en contacto} \end{cases}$$

Sea la función de Lyapunov para movimiento libre $\mathbf{V}_l(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ definida en (5.8) y para el movimiento restringido por el contacto con el entorno $\mathbf{V}_c(t, \mathbf{x}_i, \dot{\mathbf{x}}_i)$ definida en (4.2). Las múltiples funciones de Lyapunov satisfacen la condición 1 y 2 del Teorema 4, como se probó en el Capítulo 3 y 4.

La última condición en el Teorema 4 asegura que después de cada punto de conmutación, cuando una función es desactivada, esta no sera reactivada la siguiente vez con un valor grande. En otras palabras, la energía del sistema continua decreciendo.

Así, podemos deducir que cada vez que el contacto con la superficie es perdido se restablecerá después de algún tiempo finito. Por lo tanto, asumimos que el contacto es perdido en $t = t_k$ y establecido subsecuente mente en $t = t_{k+1} > t_k$.

Cada vez que se realiza la transición entre un movimiento libre a contacto en la superficie del entorno, se considera el siguiente proceso en caso de contacto con una superficie rígida.

1. El movimiento libre de contacto ocurre en el intervalo $[t_0, t_1)$, la energía decrece en términos de \mathbf{V}_l .
2. El movimiento restringido por el contacto ocurre en el intervalo de tiempo $[t_1, t_2)$, el contacto con la superficie ocurre en t_1 y permanece en contacto hasta t_2 , en este intervalo la energía decrece en términos de \mathbf{V}_c .
3. De forma subsecuente el proceso de rebote se repite hasta establecerse.

El comportamiento del decaimiento de la energía se puede ver en la figura 5.2.

En lo que prosigue se analizará en solo tres intervalos de tiempo, $[t_0, t_1)$, $[t_1, t_2)$ y $[t_2, t_3)$, como se mencionó el proceso sigue hasta establecerse el contacto y se repite cada ocasión que se busque establecerse un contacto con la superficie.

La tercer condición del Teorema 4 se satisface si

$$\mathbf{V}_l(t_2) \leq \mathbf{V}_l(t_1), \quad (5.9)$$

y

$$\mathbf{V}_c(t_3) \leq \mathbf{V}_c(t_2). \quad (5.10)$$

y en subsecuentes tiempos sigue decreciendo, entonces, el sistema conmutado es estable.

Las ecuaciones (5.9) y (5.10) son ciertas si y solo si

$$\mathbf{V}_c(t_2) - \mathbf{V}_c(t_1) \leq -(A_1 + A_2), \quad (5.11)$$

y

$$\mathbf{V}_l(t_3) - \mathbf{V}_l(t_2) \leq -(A_2 + A_3), \quad (5.12)$$

donde A_j es la discontinuidad en la función de Lyapunov en el tiempo de conmutación t_j . Considerando la figura 5.2, las discontinuidades en las funciones de Lyapunov pueden ser expresadas por

$$\mathbf{V}_c(t_1) - \mathbf{V}_l(t_1) = A_1, \quad (5.13)$$

$$\mathbf{V}_l(t_2) - \mathbf{V}_c(t_2) = A_2, \quad (5.14)$$

y

$$\mathbf{V}_c(t_3) - \mathbf{V}_l(t_3) = A_3. \quad (5.15)$$

Las desigualdades en la ecuación (5.11) y (5.12) establecen que el incremento en las funciones de Lyapunov en los puntos de conmutación deben ser menos que su decaimiento durante el intervalo de tiempo entre estos puntos. Así, las desigualdades en las

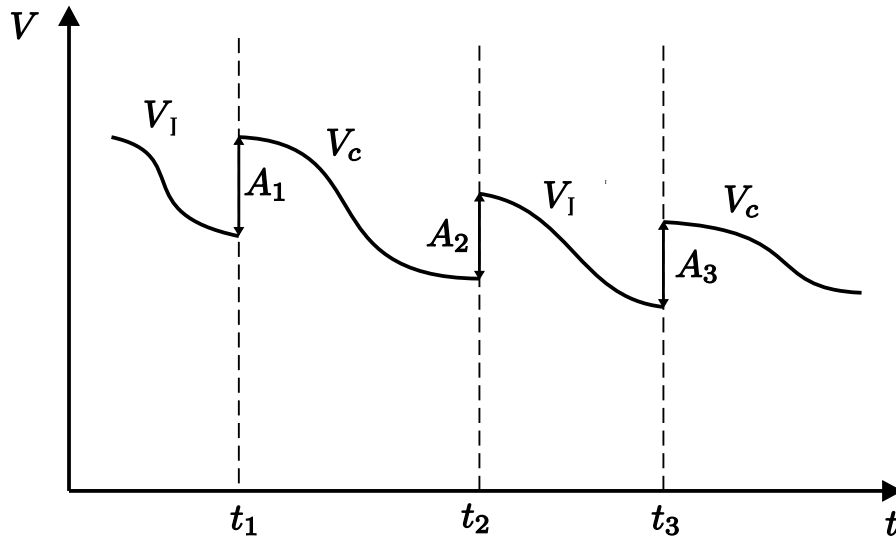


FIGURA 5.2: Múltiples discontinuidades en la función de Lyapunov en contacto.

ecuaciones (5.9) y (5.10) pueden ser probadas fácilmente usando (5.11)-(5.15).

Si podemos satisfacer las condiciones en las desigualdades (5.11) y (5.12) se garantiza la transición estable de movimiento en un sistema de teleoperación. Por lo tanto, el siguiente teorema establece las condiciones para garantizar la transición estable en un sistema de teleoperación basado en admitancia.

Teorema 5. *Consideremos el sistema de teleoperación no lineal en coordenadas cartesianas,*

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m(\mathbf{x}_m) \ddot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{C}_m(\mathbf{x}_m, \dot{\mathbf{x}}_m) \dot{\mathbf{x}}_m + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m) &= \mathbf{f}_m - \mathbf{f}_h, \\ \mathbf{M}_s(\mathbf{x}_s) \ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_s(\mathbf{x}_s, \dot{\mathbf{x}}_s) \dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s) &= \mathbf{f}_e - \mathbf{f}_s. \end{aligned}$$

La posición de referencia \mathbf{x}_d es generada por el modelo de admitancia del operador humano

$$\frac{\mathbf{x}_d}{\mathbf{f}_h} = \frac{1}{\mathbf{M}_{a,i}s^2 + \mathbf{B}_{a,i}s + \mathbf{K}_{a,i}}.$$

Se propone un control proporcional más inyección de amortiguamiento con compensación de gravedad (Pd+) y retroalimentación de fuerza, de la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_m &= \mathbf{K}_0(\mathbf{x}_d - \mathbf{x}_m) + \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s(t - h_2(t)) - \mathbf{x}_m] - \mathbf{K}_2\dot{\mathbf{x}}_m \\ &\quad - \alpha \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))]^T [\mathbf{f}_h - \mathbf{f}_e(t - h_2(t))] + \mathbf{g}_m(\mathbf{x}_m), \\ \mathbf{f}_s &= \mathbf{K}_1[\mathbf{x}_s - \mathbf{x}_m(t - h_1(t))] + \mathbf{K}_3\dot{\mathbf{x}}_s - \mathbf{g}_s(\mathbf{x}_s), \end{aligned}$$

con \mathbf{K}_i , ($i = \overline{0,3}$), matrices definidas positivas y α una ganancia pequeña positiva, es estable en la fase de transición, si existen funciones $\Lambda, \Gamma : \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}^+$, tal que

$$\int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{V}}_c(\tau) \leq -\Lambda, \quad y \quad \int_{t_2}^{t_3} \dot{\mathbf{V}}_c(\tau) \leq -\Gamma,$$

se satisfacen, donde Λ y Γ se definen como

$$\Lambda = \kappa_s,$$

y

$$\Gamma = \frac{1}{2} \left(\beta \|\dot{\mathbf{x}}_s\|_2^2 + \frac{1}{\beta} \bar{f}_e^2 \right) + \alpha F^2 \|\dot{\mathbf{x}}_m\|_2^2.$$

Demostración. Dadas las desigualdades en las ecuaciones (5.11) y (5.12), éstas pueden ser escritas como

$$\mathbf{V}_c(t_2) - \mathbf{V}_c(t_1) \leq -\Lambda, \quad (5.16)$$

y

$$\mathbf{V}_l(t_3) - \mathbf{V}_l(t_2) \leq -\Gamma, \quad (5.17)$$

donde $A_1 + A_2 \geq \Lambda$ y $A_2 + A_3 \geq \Gamma$. De las funciones de Lyapunov \mathbf{V}_c y \mathbf{V}_l dadas en las ecuaciones (4.2) y (5.8), respectivamente, se puede encontrar

$$A_1 = \mathbf{V}_c(t_1) - \mathbf{V}_l(t_1) = - \int_0^{t_1} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e ds + \alpha \int_0^{t_1} \dot{\mathbf{x}}_m^T \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) \Delta \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{f} ds,$$

y

$$A_2 = \mathbf{V}_l(t_2) - \mathbf{V}_c(t_2) = \int_0^{t_2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e ds - \alpha \int_0^{t_2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) \Delta \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{f} ds,$$

y subsecuentes tiempos de conmutación.

Entonces, se puede determinar en el intervalo de tiempo $[t_1, t_2)$ la cota superior de la ecuación

$$-(A_1 + A_2) = - \int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e ds + \alpha \int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) \Delta \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{f} ds$$

aplicando la desigualdad de Young, la primer integral es

$$- \int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e ds \leq \frac{1}{2} \left(\beta \|\dot{\mathbf{x}}_s\|_2^2 + \frac{1}{\beta} \bar{f}_e^2 \right),$$

debido a la suposición de que \mathbf{f}_h y \mathbf{f}_e son acotadas, la segunda integral es acotada, esto es

$$\alpha \int_{t_1}^{t_2} \dot{\mathbf{x}}_m^T \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) \Delta \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{f} ds \leq F \|\dot{\mathbf{x}}_m\|_2^2,$$

donde $F = \alpha \left[\bar{f}_h + \bar{f}_e + \bar{h}_2^{1/2} \bar{f}_e \right]^2$. Esto implica

$$A_1 + A_2 \leq \frac{\beta}{2} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|_2^2 + \frac{1}{2\beta} \bar{f}_e^2 + F \|\dot{\mathbf{x}}_m\|_2^2,$$

y en el intervalo de tiempo $[t_2, t_3)$, tenemos la siguiente expresión

$$\begin{aligned} A_2 + A_3 &= \int_{t_2}^{t_3} \dot{\mathbf{x}}_s^T \mathbf{f}_e ds - \alpha \int_{t_2}^{t_3} \dot{\mathbf{x}}_m^T \operatorname{sgn}(\dot{\mathbf{x}}_m) \Delta \mathbf{f}^T \Delta \mathbf{f} ds \\ &\leq \kappa_s, \end{aligned}$$

Por lo tanto, $\Lambda = \kappa_s$ y $\Gamma = \frac{\beta}{2} \|\dot{\mathbf{x}}_s\|_2^2 + \frac{1}{2\beta} \bar{f}_e^2 + F \|\dot{\mathbf{x}}_m\|_2^2$. Entonces, las desigualdades en las ecuaciones (5.13) y (5.14) pueden ser escritas como

$$\mathbf{V}_c(t_2) - \mathbf{V}_c(t_1) \leq -\Lambda,$$

y

$$\mathbf{V}_l(t_3) - \mathbf{V}_l(t_2) \leq -\Gamma.$$

□

5.4. Simulaciones

Las simulaciones se llevan a cabo bajo las mismas condiciones del capítulo 3. Se usa el mismo modelo del sistema de teleoperación, los retardos considerados son

$$\begin{aligned} h_1(t) &= 0.05 + 0.05 \sin(5t) \text{ s}, & \dot{h}_1(t) &\leq 0.25 \text{ s} \\ h_2(t) &= 0.1 + 0.05 \sin(3t) \text{ s}, & \dot{h}_2(t) &\leq 0.15 \text{ s} \end{aligned}$$

como se puede observar los retardos máximos son $h_{1,\text{máx}} = 0.1 \text{ s}$ y $h_{2,\text{máx}} = 0.15 \text{ s}$, además satisfacen la condición $|\dot{h}_i(t)| \leq 1$, el retardo máximo de ida y regreso es $h_{r,\text{máx}} = 0.25 \text{ s}$.

Las simulaciones se han llevado a cabo usando MatLab SimuLink. El modelo de admitancia con la matriz de inercia, amortiguamiento y rigidez como $M_a = I \text{ kg}$, $B_a =$

$140I \text{ kg/s}$ y $K_a = 4000I \text{ kg/s}^2$, donde $I \in \mathbf{R}^2$ es la matriz identidad.

Las ganancias dadas por $\mathbf{K}_1 = 1 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_2 = 2.5 \times 10^3 I$, $\mathbf{K}_3 = 2.5 \times 10^3 I$, donde I es la matriz identidad, los cuales claramente satisfacen las condiciones de estabilidad. Las posiciones y velocidades iniciales para el manipulador local y remoto son cero, esto es $\mathbf{x}_i = \dot{\mathbf{x}}_i = [0, 0]^T$.

Para evaluar la fuerza de contacto, implementamos un muro en el entorno esclavo a 0.24 m . Se modela como un sistema de resorte a lo largo de la dirección x . La ganancia de rigidez es 500 N/m . No hay fuerza exógena en el ambiente, es decir, la pared es estática. Entonces, si la posición es menor de 0.24 m a lo largo de la dirección x , el teleoperador se mueve sin restricciones y el movimiento de transición ocurre cuando la posición en x es 0.24 m . Se evalúa el contacto para $\alpha = 0.05, 0.1$

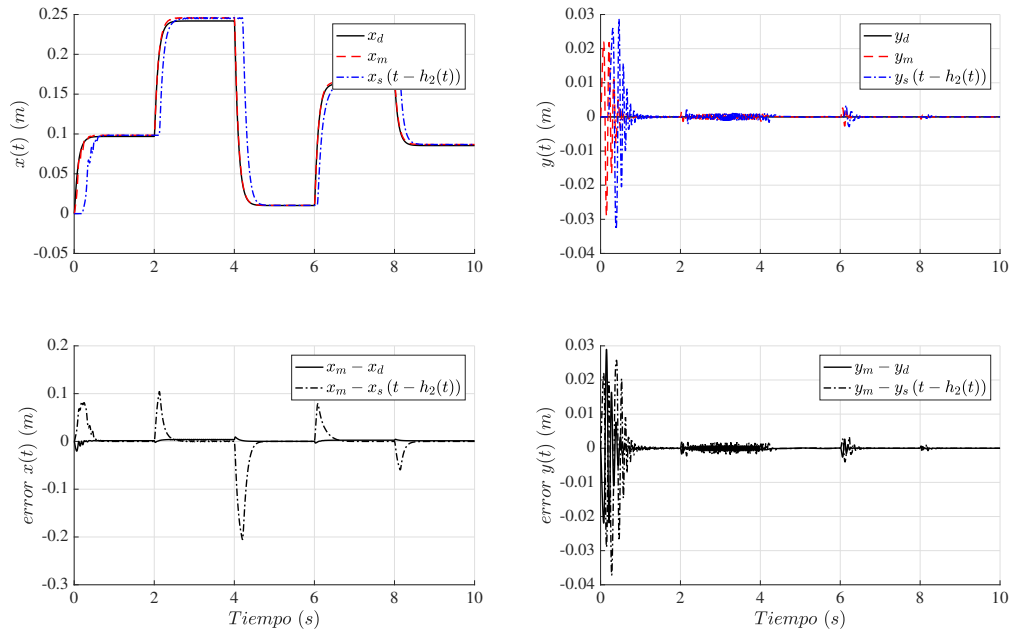


FIGURA 5.3: Seguimiento de posición entre la posición deseada, local y remota para $\alpha = 0.05$.

La figura 5.3 muestra el seguimiento de posición correspondiente durante la operación con respecto a la referencia basada en el modelo de admitancia para $\alpha = 0.05$, mientras que para un $\alpha = 0.1$ se muestran en la figura 5.4.

En un movimiento sin restricciones, el robot esclavo no entra en contacto con el entorno, es decir, $\mathbf{f}_e = 0$. A partir de los resultados, podemos concluir que el sistema de teleoperación bilateral es estable en movimiento sin restricciones y restringido. Fuera

del intervalo de tiempo $[2, 4)$, el maestro fue movido sin restricciones, el seguimiento de la posición es admisible, lo que provocó que el esclavo imitara exactamente la posición del maestro.

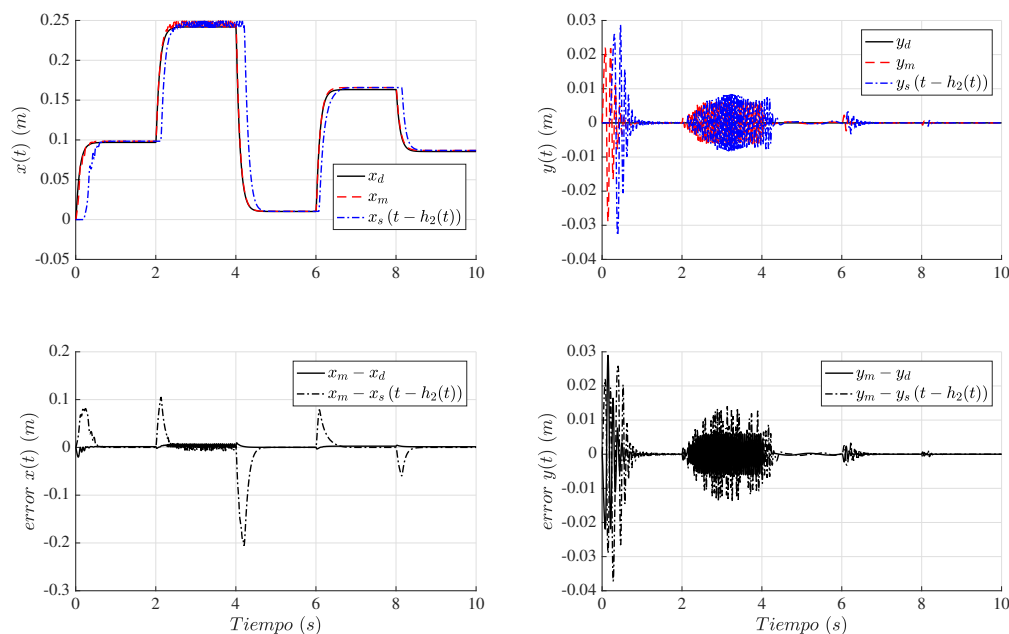


FIGURA 5.4: Seguimiento de posición entre la posición deseada, local y remota para $\alpha = 0.1$.

Podemos ver cuando el robot toca la pared y transmite la fuerza al operador humano, nuestro controlador mejora el rendimiento del control. Como se sabe, el principal problema en los sistemas de teleoperación bilaterales con retroalimentación de fuerza ocurre en el movimiento de contacto y la transición.

El maestro fue trasladado hacia el entorno para realizar una transición de fase; el maestro fue retenido durante unos segundos, mientras tanto se observó el estado de transparencia y finalmente se liberó a un movimiento sin restricciones.

La transición ocurrió en $t = 2$ s. Como se ha demostrado en la sección 5.3, con la ecuación de entrada del controlador (5.6), se espera que la transición sea estable. Siguiendo al maestro, el esclavo se movió hacia el medio ambiente. Dado que la rigidez del entorno era muy alta, el esclavo es incapaz de rastrear la posición maestra exactamente. Sin embargo, incluso con este entorno rígido, la transición al modo restringido permanece estable como se predijo. Además, se produjo un ligero rebote en el borde del entorno. En la figura 5.4 para un $\alpha = 0.1$, el control de fuerza en la transición genera

un rebote importante, pero el seguimiento de la posición fue adecuado, para contactos con entornos rígidos se recomienda una ganancia α pequeña para evitar la reflexión de grandes fuerzas por parte del entorno.

5.5. Conclusiones

La teoría de sistemas híbridos ha sido usada para investigar la estabilidad en transición de un sistema de teleoperación no lineal. El control del sistema de teleoperación es modelado como un sistema conmutable entre dos conocidos subsistemas de control estables, movimiento restringido y libre, con objetivos de control separados.

Se utiliza un controlador Pd+ para el control de posición cuando el teleoperador está en movimiento sin restricciones, y se agrega un controlador Pd+ de modo deslizante con retroalimentación de fuerza para el problema restringido. Los sistemas de teleoperación tienen las siguientes propiedades: bilateral no lineal, retraso de tiempo variable y retroalimentación de fuerza. Mediante el uso del método de Lyapunov-Krasovskii, la estabilidad basada en la teoría de sistemas híbridos y el modelo de admitancia humana, la estabilidad del sistema en lazo cerrado está garantizada, así como el movimiento de transición. El rendimiento del método de control propuesto se evidencia en las aplicaciones. Se ha demostrado que el controlador presentado en este documento mejora el rendimiento de la teleoperación bilateral.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajo futuro

6.1. Conclusiones

En este trabajo se diseñó una nueva arquitectura para un sistema de teleoperación basado en el modelo de admitancia del operador humano. El modelo de admitancia del operador humano usado en el sitio local permite generar una referencia en posición que es seguida por el manipulador maestro y al mismo tiempo el manipulador esclavo imita la posición del dispositivo maestro, el error de posición entre la posición deseada y del manipulador maestro permite al operador regular su fuerza.

Se proponen tres tipos de controladores para la nueva arquitectura propuesta de un sistema de teleoperación bilateral con retardo variables y asimétricos.

Con el control $Pd+$ y $PD+$ se busca mejorar el seguimiento de posición desde el punto de vista del efector final, dado que la mayoría de tareas son efectuadas entre éste y el entorno, además el operador manipula el robot maestro desde la punta, se garantiza estabilidad y transparencia, cinemática de forma directa y de fuerza indirectamente por el modelo de admitancia con esto la transición de movimiento libre a contacto entre esclavo y entorno mejora.

Un control $Pd+$ con retroalimentación de fuerza se aplica con el fin de dar una mayor percepción de la fuerza de interacción al operador y mejorar la transición de contacto, se mejora la interacción con el entorno. Estabilidad y transparencia es garantizada. Un análisis basado en la teoría de sistemas híbridos garantiza la estabilidad en transición de movimientos.

El análisis de estabilidad se realiza bajo los principios de la teoría de Lyapunov. Además se consideran retardos variables y asimétricos, para sintonizar las ganancias de

control se requiere conocer características de los retardos.

6.2. Trabajo futuro

En la literatura actual no hay un método para cuantificar la transparencia en un sistema de teleoperación, se presenta como uno de los retos futuros y trabajos a desarrollar; al alcanzarlo se logra una mejor sintonización de las ganancias en los controladores. Podemos determinar la transparencia máxima y óptima en un sistema de teleoperación al saber que la presencia de retardos en el canal de comunicación no permite la transparencia perfecta.

En el término de modo deslizante, la ley de control tiene una pequeña ganancia que nos permite reducir el error de fuerza. El error de fuerza cuadrática depende de la diferencia entre la fuerza del operador y el entorno. En la transición de movimiento entre libre y restringido, el error de fuerza puede llegar a ser muy grande de modo que el sistema de teleoperación puede volverse inestable. De acuerdo con esto, consideramos una pequeña ganancia fija para evitar grandes errores de fuerza como podemos ver en los resultados, porque en ciertas aplicaciones no es posible conocer la magnitud de la fuerza de contacto con el entorno. Una ganancia variable ayudaría a mejorar la transición del movimiento, de modo que en un contacto suave la ganancia puede aumentar y disminuir en caso de contacto duro.

En este trabajo, los parámetros del modelo de admitancia humana se consideran constantes, pero como se mencionó estos parámetros dependen del tipo de movimiento y del tipo de operador. Por lo tanto pueden llegar a ser variables, se hace necesario desarrollar un algoritmo adaptable.

En la mayoría de los escenarios, el entorno es desconocido. Un estimador de fuerza en el lado remoto ayudaría a mejorar el rendimiento.