



**CENTRO DE INVESTIGACIÓN DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL INSTITUTO POLITÉCNICO
NACIONAL**

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

**Control de anti-oscilación para una
grúa con PID neuronal.**

Tesis que presenta:

Mc Panuncio Cruz Francisco

Directores de tesis:

Dr. Wen Yu Liu

Dr. Rafael Castro Linares

México DF

mayo de 2014

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Motivación	3
1.2. Objetivos	5
1.3. Estructura	5
1.4. Publicaciones	5
2. Modelos matemáticos de grúas	7
2.1. Modelos de grúas basados en la segunda ley de Newton	9
2.2. Modelo basado en el Método de Lagrange	14
2.3. Modelo Simplicado	21
2.3.1. Relaciones básicas	21
2.4. Conclusiones	25
3. PD / PID Control de Anti-Oscilación y de Posición con Estabilidad Garantizada	27
3.1. Control de anti-oscilación	29
3.2. Control PD	32
3.3. Control PD modificada	33
3.4. Control PID lineal	35
3.4.1. Contro PID lineal con velocidades no medibles	41
3.5. Resultados experimentales	46

3.5.1. Control PD	46
3.5.2. Control PD modificada	49
3.5.3. Control PID	52
3.6. Conclusiones	55
4. Control Neuronal de Anti-Oscilación y de Posición con Estabilidad Garantizada	57
4.1. Redes neuronales	57
4.1.1. Modelo de una neurona	58
4.1.2. Redes neuronales dinámicas	60
4.2. Control PID	62
4.3. Control neuronal	64
4.4. Control PID neuronal	67
4.4.1. Resultados experimentales	78
4.5. Control PID Neuronal con velocidades no medibles	82
4.6. Conclusiones	87
5. Descripción general de la grúa	89
5.1. Introducción y descripción general	89
5.1.1. Características principales	90
5.1.2. Componentes de instalación	91
6. Conclusiones y trabajos a futuro	101

Índice de figuras

1.1. Prototipo experimental.	3
2.1. Sistema grúa: Coordenadas y fuerzas.	8
2.2. Coordenadas del sistema de la grúa aérea robotizado.	9
2.3. Grúa torre	11
2.4. Coordenadas introducidas: referencias y carrito.	13
4.1. Modelo no lineal de una neurona.	59
4.2. Esquema de una red neuronal dinámica.	61
4.3. Control antibalanceo con redes neuronales.	65
4.4. Entrenamiento de la red neuronal.	65
5.1. Montaje de la grúa.	90
5.2. Controlador construido para un ejemplo de simulación.	92
5.3. Generador de señal para las posiciones X y Y deseados.	93
5.4. Controlador PID para ángulos.	94
5.5. Posiciones del carro y posiciones deseadas (línea gruesa y línea delgada respectivamente.)	95
5.6. Controles y ángulos en el plano XY , normalizadas y en radianes; sin el control para los ángulos.	96
5.7. Controles y ángulos en el plano XY , normalizadas y en radianes; con el control para los ángulos.	97

5.8. Control en X y estabilización del ángulo.	98
5.9. Control en Y con estabilización del ángulo.	99

Capítulo 1

Introducción

Las grúas se aplican intensivamente en el transporte y la construcción. Una grúa consiste en un mecanismo de elevación que está suspendido de un punto en el mecanismo de soporte. El mecanismo de soporte mueve el punto de suspensión en todo el espacio de trabajo de la grúa, mientras que el mecanismo de elevación sube y baja la carga útil para depositar la carga en el punto asignado. Con base en el mecanismo de soporte, las grúas se pueden clasificar como: grúas pórtico, grúas torre (rotatorio) y grúas brazo. Las grúas pórtico suelen estar compuestas de un carro móvil en un soporte fijo, mientras que un mecanismo de elevación (tradicionalmente un cable y un gancho) está suspendido de un punto en el carro para el transporte de la carga útil. Las grúas pórtico en el transporte y aplicación industrial, han atraído una gran cantidad de interés debido a su bajo costo, fácil montaje y menos mantenimiento [1], [2]. A favor del tiempo mínimo de transporte, de alta precisión de seguimiento, y el ángulo de oscilación, la modelización dinámica y control de movimiento del sistema de grúa de pórtico se convierte en una tarea atractiva en el campo de la ingeniería de control. Para el modelado de la grúa, se pueden tomar dos enfoques: modelo de masa concentrada y de masa distribuida. En el procedimiento de masa distribuida, la línea de elevación se modela como una cadena, y la carga útil supone una masa concentrada como una condición de frontera del sistema [53], [64]. Por otro lado, el modelo de la grúa de masa concentrada se refiere a un cable sin masa como una línea de elevación y una masa concentrada como una

carga útil, y ha sido ampliamente empleado para el modelado de la grúa [3], [90]. Además, el movimiento dinámico de una grúa puede estar expuesto a algunos fenómenos no deseados tales como el desplazamiento incorrecto del objeto móvil, ángulo de oscilación relativamente grande, y las pendulaciones residuales en el punto de asignación. Estas limitaciones afectan la eficiencia del funcionamiento de la grúa y conducen a retrasos de tiempo y altos costos de operación.

Así, el control del movimiento dinámico de la grúa ha obtenido una gran cantidad de interés, recientemente Hubbell et al [33], utilizaron un control de lazo abierto denominado distribución de entrada para controlar el movimiento de una grúa. En este método, la sección de control de entrada se determina como oscilaciones no deseadas durante el movimiento y se evitan las pendulaciones residuales [54]. También, una estrategia híbrida de configuración de entrada y un esquema de control difuso de tipo PD se implementan en [4] para controlar un sistema de grúa. Sin embargo este método si es eficaz, pero los métodos de distribución de entrada desaparecen desde un esquema de control de lazo abierto, y no es robusto a perturbaciones e incertidumbres de los parámetros [20]. Por otra parte, de control de realimentación que es bien conocido por ser más robusto, se adopta también para controlar el sistema grúa. Se sugiere la primera estrategia de control de realimentación en [30]. Aquí, un compensador de carga de segundo orden se emplea para amortiguar las pendulaciones de la carga útil. Moustafa y Ebied [56] emplean un modelo no lineal y anti-oscilación del método de control para las grúas aéreas. Yu et al.[87] emplearon una técnica de perturbación para separar la dinámica lenta y rápida del modelo de la grúa pórtico. Luego, se utilizó una estrategia de control de retroalimentación que incluye dos controladores independientes PD para seguir el perfil del movimiento predefinido suprimiendo las pendulaciones de la carga útil. Además, en [81] se ha propuesto un controlador de retroalimentación lógica y difusa para controlar un sistema de grúa inteligente. Wang y Surgenor [83] presentan un control óptimo del movimiento del sistema. Ellos consideraron a la energía mínima del sistema y el error absoluto del ángulo integrado de la carga útil como un criterio de optimización. Para este trabajo de tesis, se aplica un control de regulación con varias técnicas de control, entre los que se hace énfasis en el control PD, PD con compensación, PID y PID con redes

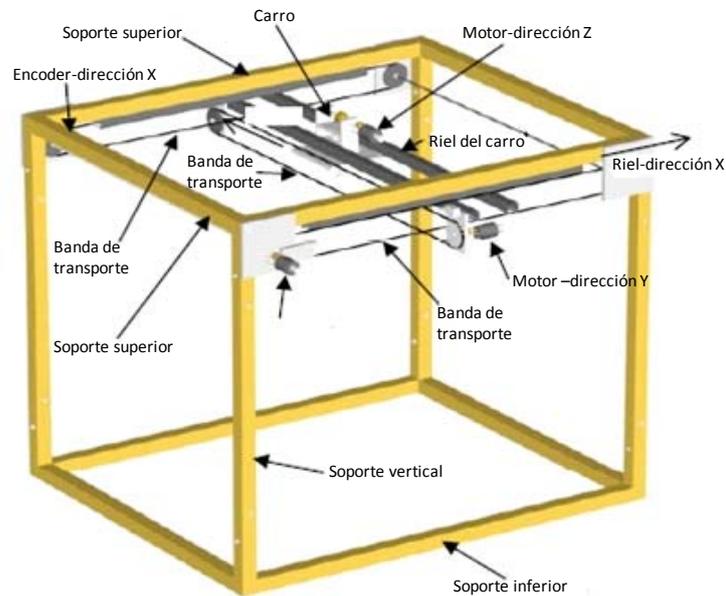


Figura 1.1: Prototipo experimental.

neuronales. La ecuación dinámica de la grúa se deriva utilizando el principio de Lagrange, la figura 1.1 muestra en general el esquema de la grúa de laboratorio del Departamento de Control Automático del CINVESTAV.

En esta teoría hay dos medidas importantes a estudiar

1. El control anti-oscilación de la grúa.
2. La estabilización del sistema.

1.1. Motivación

Los modelos de las grúas en su análisis se observan que no incluyen la fricción, la longitud de la cuerda y esto genera matrices de dimensiones de 3×3 en general como en [46], si nosotros tenemos algunas comparaciones con este modelado observamos también que para

algunos autores las matrices son de dimensiones de 4×4 , considerando la anti-oscilación [56]. Para nuestro análisis queremos considerar fricción, acoplamiento en la anti-oscilación para el control, esto nos lleva para motivarnos con el análisis, considerando los puntos antes mencionados y nuestra matriz sera de dimensiones de 5×5 . Las redes neuronales y otras tecnicas de control, nos servirán para compensar la fricción, gravedad y el acoplamiento entre la posición y el control con anti-oscilación, el observador nos sirve para estimar la velocidad en los ejes.

- El modelo dinámico de la grúa en lazo abierto, describe al sistema sin considerar oscilaciones y control, en este metodo se observa como se comporta el modelo.
- El controlador puede regular la posición y la anti-oscilación. Esto es debido a las incertidumbres que existen cuando se modela al sistema.
- Proponer una ley de control con un controlador PD, PID, compensación de redes neuronales y otras tecnicas de control, con el fin de atenuar las incertidumbres.
- Realizar experimentos en tiempo real con la grúa. Finalmente comparar los métodos propuestos y observar cuáles estabilizan al sistema. En este caso, nuestro modelo de la grúa considera la fricción así como la gravedad y el acoplamiento en la posición, de ahí se realizan comparaciones en el prototipo experimental con otros diseños del controlador.

Se puede resumir en cuatro grandes áreas los problemas relacionados a la teoría de sistemas:

1. Modelado.
2. Análisis
3. Estimación
4. Control

1.2. Objetivos

Como objetivos principales para la elaboración de este trabajo de investigación se tienen los siguientes puntos.

1. Realizar experimentos reales aplicando diferentes técnicas de control a la grúa experimental.
2. Proponer una ley de control con un controlador PD, PID, y redes neuronales, así como una compensación de redes neuronales.
3. Comparación de los controladores propuestos.

1.3. Estructura

El **Capítulo 1** muestra los modelos matemáticos de grúas en dos y tres dimensiones, en el cual describe brevemente.

El **Capítulo 2** da un análisis del control PD/PID de anti-oscilación y posición con estabilidad garantizada aplicándolo al prototipo experimental.

El **Capítulo 3** se enfoca a un control neuronal con una compensación PD/PID mejorando los resultados de posición y anti-oscilación de la grúa.

El **Capítulo 4** describe brevemente el prototipo experimental al cual es el objeto de estudio.

1.4. Publicaciones

1. Stable Neural PID Anti-Swing Control for an Overhead Crane, *Intelligent Automation and Soft Computing*, Vol.20, No.2, 145-158, 2014.
2. Robust Feedback Passivity via Dynamic Neural Networks, *2013 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN13)*, Dallas, USA, 2744-2750, 2013

3. PID Anti-Swing Control for an Overhead Crane, *IEEE International Symposium on Intelligent Control (ISIC13)*, Hyderabad, India, 53-58, 2013

Capítulo 2

Modelos matemáticos de grúas

Se pueden hacer las siguientes suposiciones [34]

- La carga útil y el carrito son conectados mediante un eslabón rígido de menor masa.
- El ángulo y la velocidad angular de la carga útil, y la posición planar y la velocidad del carrito/viga son medibles.
- La masa del carrito y la longitud de la barra de conexión son conocidas.
- El ángulo de la masa de la carga útil está restringida de acuerdo a la siguiente desigualdad:

$$-\pi < \theta < \pi. \quad (2.1)$$

Estas hipótesis se han probado en los experimentos que confirman los resultados teóricos. El diagrama esquemático de la grua está dada por la figura 2.1.

Hay cinco cantidades medibles:

- La posición de la carga es (x_m, y_m, z_m)
- x_w (no mostrada en la figura 2.1) es la distancia del riel con el carro desde el centro;
- y_w (no mostrada en la figura 2.1) es la distancia del carro desde el centro del riel;

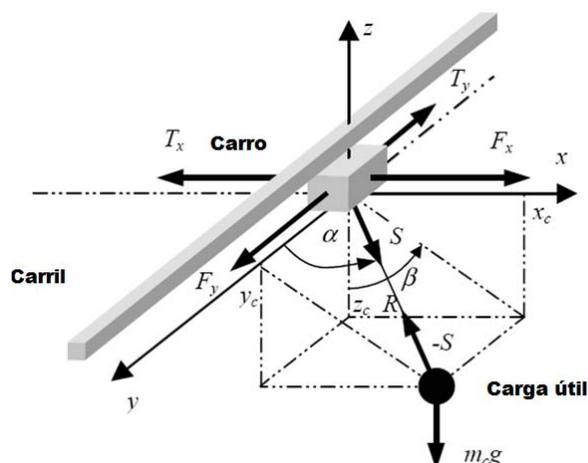


Figura 2.1: Sistema grúa: Coordenadas y fuerzas.

- R es la longitud de la línea levantada;
- α es el ángulo entre el eje z y la carga útil;
- β es el ángulo entre la dirección negativa sobre el eje z y la proyección sobre el plano xz .

También hay que señalar que:

m_c — es la masa de la carga útil.

m_w — es la masa del carro.

m_s — es la masa del riel móvil.

x_c, y_c, z_c — son las coordenadas de la carga útil.

S — es la fuerza de reacción que actúa sobre el carro.

F_x — es la fuerza de dirección o fuerza motriz del riel con carro.

F_y — es la fuerza de dirección o fuerza motriz del carro a través del carril.

F_R — es la fuerza de control para la longitud de la carga útil.

T_x, T_y, T_R — son las fuerzas de fricción.

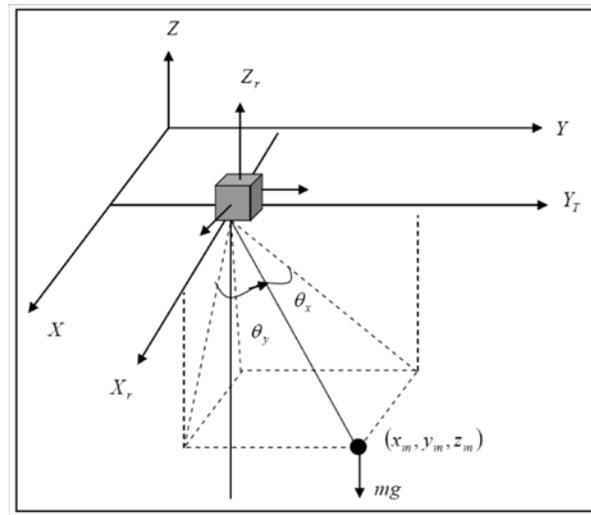


Figura 2.2: Coordenadas del sistema de la grúa aérea robotizada.

2.1. Modelos de grúas basados en la segunda ley de Newton

Las siguientes suposiciones se hacen para tener la simplificación del modelo [27]:

1. El carro se mueve a lo largo de la pista sin deslizarse.
2. La dinámica y la no linealidad del motor de accionamiento se desprecian debido a la velocidad relativamente baja.
3. La carga puede ser modelada como un punto de masa mientras que la rigidez de la cuerda no se toma en cuenta. La masa y la elasticidad de la cuerda tienen un impacto insignificante en la dinámica del sistema.
4. Los parámetros son constantes durante cada operación.

La figura 2.2 muestra el modelo de la grúa de tres dimensiones y sus cargas.

X, Y, Z son las coordenadas inerciales del sistema. X_T, Y_T, Z_T son las coordenadas del sistema carrito, cuyo origen es $(x, y, 0)$, θ es el ángulo de oscilación de la carga, θ_x y θ_y son sus componentes, y l es la longitud de la cuerda.

Las posiciones de la carga (x_m, y_m, z_m) en las coordenadas inerciales del sistema son

$$\begin{aligned}x_m &= x + l \sin \theta_x \\y_m &= y + l \sin \theta_y \\z_m &= -l \cos \theta_x \cos \theta_y\end{aligned}\tag{2.2}$$

La grúa se puede describir como un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales de segundo orden:

$$\begin{aligned}(M_x + m) \ddot{x} + ml \left(\ddot{\theta}_x \cos \theta_x - \dot{\theta}_x^2 \sin \theta_x \right) + b_x \dot{x} &= u_x \\m \ddot{x} \cos \theta_x + ml \ddot{\theta}_x &= -mg \sin \theta_x \\(M_y + m) \ddot{y} + ml \left(\ddot{\theta}_y \cos \theta_y - \dot{\theta}_y^2 \sin \theta_y \right) + b_y \dot{y} &= u_y \\m \ddot{y} \cos \theta_y + ml \ddot{\theta}_y &= -mg \sin \theta_y \\m \ddot{l} + b_l \dot{l} - mg &= u_l\end{aligned}\tag{2.3}$$

Donde m es la masa de la carga; M_x y M_y son los componentes de la masa de la grúa; b_x, b_y y b_l son los coeficientes de amortiguamiento viscoso; u_x, u_y y u_l son las fuerzas de entrada en la grúa; y g es la aceleración gravitacional.

La figura 2.3 muestra una grúa y sus cargas [77] y las ecuaciones (2.4) y (2.5) el modelo correspondiente.

En este estudio, el riel rota mediante un ángulo θ alrededor del eje vertical Z paralela a la columna de la torre. El carrito se mueve radialmente a lo largo del riel; su posición a través del riel se describe por r . La longitud del cable de suspensión del carrito al gancho está representado mediante un inflexible, un cable con pérdida de masa de la variable de longitud l_1 . La carga útil es conectada al gancho mediante un cable rígido l_2 con pérdida de masa. El gancho como la carga útil están representadas como puntos de masa m_h y m_p , respectivamente. El ángulo ϕ es una deflexión en la dirección radial, a lo largo del riel. El ángulo χ es una deflexión tangencial, perpendicular al riel. Los ángulos describen la posición

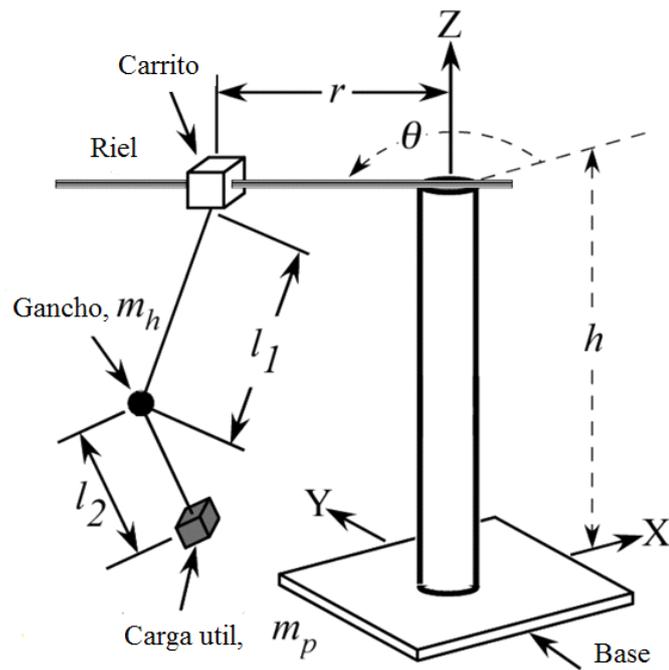


Figura 2.3: Grúa torre

de la carga útil. Las ecuaciones de movimiento para este modelo se obtienen mediante un conjunto dinámico, pero son complejos para mostrarlo aquí en su totalidad.

Para dar una idea del modelo, la posición del gancho y la carga útil en el marco newtoniano XYZ se escriben como \bar{q}_h y \bar{q}_p , respectivamente

$$\begin{aligned}\bar{q}_h &= [l_1 (\sin \chi \cos \theta - \sin \phi \sin \theta \cos \chi) + r \cos \theta] \cdot \bar{I} \\ &+ [r \sin \theta + l_1 (\sin \chi \sin \theta + \sin \phi \cos \chi \cos \theta)] \cdot \bar{J} \\ &+ [h - l_1 \cos \chi \cos \phi] \cdot \bar{K}\end{aligned}\tag{2.4}$$

$$\begin{aligned}\bar{q}_p &= \bar{q}_h + [l_2 (-\sin \theta ((\sin \gamma \cos \alpha \cos \phi) \\ &- \sin \phi (\sin \alpha \sin \chi - \cos \alpha \cos \chi \cos \gamma)) \\ &+ \cos \theta (\sin \alpha \cos \chi + \sin \chi \cos \alpha \cos \gamma))] \cdot \bar{I} \\ &+ [l_2 (\cos \theta (\sin \gamma \cos \alpha \cos \phi \\ &- \sin \phi (\sin \alpha \sin \chi - \cos \alpha \cos \chi \cos \gamma)) \\ &+ \sin \theta (\sin \alpha \cos \chi + \sin \chi \cos \alpha \cos \gamma))] \cdot \bar{J} \\ &+ [l_2 (\sin \gamma \sin \phi \cos \alpha + \cos \phi (\sin \alpha \sin \chi \\ &- \cos \alpha \cos \chi \cos \gamma))] \cdot \bar{K}\end{aligned}\tag{2.5}$$

donde \bar{I} , \bar{J} y \bar{K} son vectores unitarios en las direcciones X , Y y Z .

La figura 2.4 muestra las coordenadas para desarrollar un tercer modelo matemático de la grúa [57]. $O_0x_0y_0z_0$ son las coordenadas de referencia, $O_sx_sy_sz_s$ son las coordenadas unidas al centro de gravedad del objeto móvil; $O_tx_t y_t z_t$ son las coordenadas del carrito. Los términos m_t y m_p son las masas del carrito y la carga útil, respectivamente; h es la altura de la grúa, x y y representa la posición de la grúa y del carrito en las coordenadas del prototipo, l es la longitud de la cuerda, y θ y δ definen los ángulos de oscilación longitudinal y lateral de la carga en las coordenadas de referencia. Finalmente, f_y es la fuerza de control aplicada al carrito para el control de la oscilación longitudinal. Para simplificar la complejidad del modelo, un número de suposiciones son realizadas: las cuerdas individuales son una varilla rígida sin masa; la fricción del carrito se ignora; la carga se asume que es un punto de masa.

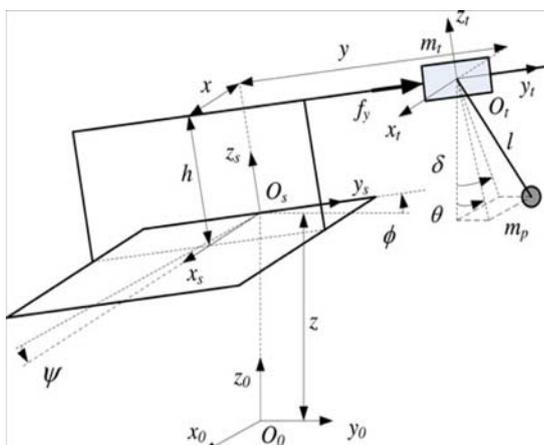


Figura 2.4: Coordenadas introducidas: referencias y carrito.

Ahora, sean z la posición del prototipo, ϕ y ψ los desplazamientos de oscilación y cabeceo angulares, respectivamente. Entonces, dados los movimientos (z, ϕ, ψ) , la posición del carrito p_t y la posición de la carga p_l son obtenidas como

$$p_t = \begin{bmatrix} x \cos \psi + y \sin \psi \sin \phi + h \sin \psi \cos \phi \\ y \cos \phi - h \sin \phi \\ z - x \sin \psi + y \cos \psi \sin \phi + h \cos \psi \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$p_l = \begin{bmatrix} x \cos \psi + y \sin \psi \sin \phi + h \sin \psi \cos \phi - l \cos \theta \sin \delta \\ y \cos \phi - h \sin \phi + l \sin \theta \\ z - x \sin \psi + y \cos \psi \sin \phi + h \cos \psi \cos \phi - l \cos \theta \cos \delta \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

donde la posición x de la grúa y la longitud h son consideradas constantes, pero puede haber diferentes valores, dependiendo del proceso de la carga actual. Las energías cinéticas y potencial del sistema carrito y de la carga se obtienen como sigue:

$$T = \frac{1}{2} m_t (v_{tx}^2 + v_{ty}^2 + v_{tz}^2) + \frac{1}{2} m_p (v_{lx}^2 + v_{ly}^2 + v_{lz}^2) \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned}
U &= m_t g (z - x \sin \psi + y \cos \psi \sin \phi + h \cos \psi \cos \phi) \\
&+ m_p g (z - x \sin \psi + y \cos \psi \sin \phi + h \cos \psi \cos \phi) - m_p g l \cos \theta \cos \delta
\end{aligned} \tag{2.9}$$

donde g es la aceleración gravitacional. Hay que observar que las energías cinéticas/potencial del prototipo no se incluyen, ya que los movimientos (z, ϕ, ψ) son consideradas como perturbaciones. Finalmente, aplicando la ecuación de Lagrange, las ecuaciones de movimiento del carrito y de la carga se obtienen como sigue:

$$\begin{aligned}
(m_t + m_p) \ddot{y} + m_p l \ddot{\theta} (\sin \phi \sin \theta \cos (\delta - \psi) + \cos \phi \cos \theta) \\
+ m_p l \ddot{\delta} \sin \phi \cos \theta \sin (\delta - \psi) + c_1 = f_y \\
m_p (\sin \phi \sin \theta \cos (\delta - \psi) + \cos \phi \cos \theta) \ddot{y} + m_p l \ddot{\theta} + c_2 = 0
\end{aligned} \tag{2.10}$$

donde c_1, c_2 y c_3 son constantes y τ es el par de control.

$$m_p l \ddot{y} \sin \phi \cos \theta \sin (\delta - \psi) + m_p l^2 \ddot{\delta} \cos^2 \theta + c_3 = \tau \tag{2.11}$$

Comentario 2.1 *La grúa es un sistema electromecánico que consta de un riel, el carro y la carga en sentido a la fuerza de gravedad, todas las ecuaciones de los modelos están basadas en las ecuaciones de Newton para describir las coordenadas de la carga y el modelo dinámico. En general, se hacen varias restricciones [27] para obtener los modelos que se presentan como mediante ecuaciones normalizadas, ángulos de balanceo y expresiones con valores pequeños para obtener equivalentes (2.43), y la mayoría son de estructuras similares (podemos ver un ejemplo del tercer modelo (2.10) que toma la ecuación del movimiento del carrito y de la carga como perturbaciones que al eliminarlas vuelven a la similitud con los otros modelos).*

2.2. Modelo basado en el Método de Lagrange

Para derivar el modelo del sistema grúa, se emplea la dinámica Lagrangiana y técnicas de modelado electromecánico. La ecuación dinámica de la grúa es

$$\begin{aligned}
x_c &= x_\omega + R \sin \alpha \cos \beta \\
y_c &= y_\omega + R \sin \beta \\
z_c &= -R \cos \alpha \cos \beta
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Las ecuaciones de Lagrange proporciona un significado para determinar las ecuaciones de movimiento para sistemas conservativos y no conservativos. De donde se asume que el sistema no pierde energía conservativa aproximándose en la deducción de las ecuaciones de Lagrange. La ecuación matemática para determinar el sistema dinámico usando ecuaciones de Lagrange es

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right] - \left[\frac{\partial L}{\partial q_i} \right] = F_i. \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{2.13}$$

donde i es numero de grados de libertad, F_i es fuerza neta actuando en dirección de q , q_i = conjunto de coordenadas generalizadas, L es sistema de Lagrange el cual esta compuesto por la energía cinética y la energía potencial.

El sistema de Lagrange está dado por

$$L = K - U \tag{2.14}$$

donde K es energía cinética total del sistema, U es energía potencial total del sistema.

Ya que U no es una función de \dot{q}_i , $L = L(\dot{q}_i, q_i, t)$ y $U = U(q_i, t)$. La dinámica de la grúa se obtiene mediante el metodo de Lagrange. La energía cinética del sistema es

$$K = K_1 + K_2 + K_3$$

donde la energía cinetica del riel es $K_1 = \frac{M_r V_{M_r}^2}{2}$ (donde $x_r = 0$, $y_r = y$, $z_r = 0$), la energía cinética del carrito móvil es $K_2 = \frac{M_m V_{M_m}^2}{2}$ (donde $x_m = x$, $y_m = 0$, $z_m = 0$), la energía cinética de la carga es $K_3 = \frac{M_c V_{M_c}^2}{2}$. Las velocidades proyectadas en cada uno de los ejes de la primera masa son $V_{M_r} = \dot{y}_\omega$, $V_{M_m} = \dot{x}_\omega$. Además, $K_1 = \frac{M_r \dot{y}^2}{2}$, $K_2 = \frac{M_m \dot{x}^2}{2}$. Para la masa de la carga $V_{M_c}^2 = V_{M_{x_c}}^2 + V_{M_{y_c}}^2 + V_{M_{z_c}}^2$. Derivando la ecuación (2.12), que nos describe el sistema de la grúa en tres dimensiones, la primera derivada con respecto a la coordenada de

la carga en la grúa es

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= \dot{x}_\omega - R \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} + R \cos \alpha \dot{\alpha} \cos \beta \\ \dot{y}_c &= \dot{y}_\omega + R \cos \beta \dot{\beta} \\ \dot{z}_c &= R \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta} + R \cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha}\end{aligned}\quad (2.15)$$

por eso tenemos

$$\begin{aligned}V_{M_c}^2 &= \left(\dot{x}_\omega - R \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} + R \cos \alpha \dot{\alpha} \cos \beta \right)^2 + \left(\dot{y}_\omega + R \cos \beta \dot{\beta} \right)^2 \\ &+ \left(R \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta} + R \cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha} \right)^2\end{aligned}\quad (2.16)$$

sustituyendo $V_{M_c}^2$

$$\begin{aligned}K_3 &= \frac{1}{2} M_c \left[\dot{x}_\omega^2 + R^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 + R^2 \cos^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta - 2 \dot{x}_\omega R \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \right. \\ &+ 2 \dot{x}_\omega R \cos \alpha \dot{\alpha} \cos \beta - 2 R^2 \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \cos \beta \cos \alpha \dot{\alpha} + \dot{y}_\omega^2 + 2 \dot{y}_\omega R \cos \beta \dot{\beta} \\ &+ R^2 \cos^2 \beta \dot{\beta}^2 + R^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 + 2 R \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta} \cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha} \\ &\left. + R^2 \sin^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta \right]\end{aligned}\quad (2.17)$$

Finalmente tenemos que

$$\begin{aligned}K &= \frac{1}{2} M_c \left[\dot{x}_\omega^2 + R^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 + R^2 \cos^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta - 2 \dot{x}_\omega R \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \right. \\ &+ 2 \dot{x}_\omega R \cos \alpha \dot{\alpha} \cos \beta - 2 R^2 \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \cos \beta \cos \alpha \dot{\alpha} + \dot{y}_\omega^2 + 2 \dot{y}_\omega R \cos \beta \dot{\beta} \\ &+ R^2 \cos^2 \beta \dot{\beta}^2 + R^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 + 2 R \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta} \cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha} \\ &\left. + R^2 \sin^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta \right] + K_1 + K_2\end{aligned}\quad (2.18)$$

La energía potencial es

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (2.19)$$

donde V_1 , V_2 , V_3 son la energía potencial del riel, carro y la carga, para la grúa $V_1 = 0$, $V_2 = 0$,

$$V_3 = mgR(1 - \cos \alpha \cos \beta) \quad (2.20)$$

por lo que el Lagrangiano está definido como

$$L = K - U \quad (2.21)$$

Entonces tenemos L de la ecuación de la grúa en tres dimensiones

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2}M_r\dot{y}_m + \frac{1}{2}M_m\dot{x}_m \\ & + \frac{1}{2}M_c \left[\dot{x}_\omega^2 + R^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 + R^2 \cos^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta - 2\dot{x}_\omega R \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \right. \\ & + 2\dot{x}_\omega R \cos \alpha \dot{\alpha} \cos \beta - 2R^2 \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \cos \beta \cos \alpha \dot{\alpha} + \dot{y}_\omega^2 + 2\dot{y}_\omega R \cos \beta \dot{\beta} \\ & \left. + R^2 \sin^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta \right] - mgR(1 - \cos \alpha \cos \beta) \end{aligned} \quad (2.22)$$

Para la masa de la carga, las ecuaciones de Poisson son derivadas usando las ecuaciones de Euler-Lagrange, R es fijo, F_x , F_y , y F_R son fuerzas de control que actúan en el carro y riel de la grúa. T_x , T_y y T_R son las fricciones.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\alpha}} \right] - \frac{\partial L}{\partial \alpha} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{\beta}} \right] - \frac{\partial L}{\partial \beta} &= 0 \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_\omega} \right] - \frac{\partial L}{\partial x_\omega} &= F_x - T_x \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_\omega} \right] - \frac{\partial L}{\partial y_\omega} &= F_y - T_y \\ \frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{R}} \right] - \frac{\partial L}{\partial R} &= F_R - T_R \end{aligned} \quad (2.23)$$

La derivada con respecto a α , β , x_ω , y_ω , R , $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$, \dot{x}_ω , \dot{y}_ω y finalmente \dot{R} , $\frac{\partial L}{\partial x_\omega} = \frac{\partial L}{\partial y_\omega} = \frac{\partial L}{\partial R} = 0$,

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \alpha} &= \frac{1}{2}M_c \left[2R^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 - 2R^2 \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta - 2\dot{x}_\omega \dot{\beta} R \cos \alpha \sin \beta \right. \\ & \left. - 2\dot{x}_\omega R \dot{\alpha} \sin \alpha \cos \beta - 2R^2 \sin \alpha \cos \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 + 2R^2 \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta \right] \\ & - mgR \sin \alpha \cos \beta \\ & = M_c \left[R\dot{x}_\omega \left(-\sin \alpha \cos \beta \dot{\alpha} - \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta} \right) \right] - mgR \sin \alpha \cos \beta \\ & = \frac{1}{2}M_c \left[2R^2 \cos^2 \alpha \dot{\alpha} \cos^2 \beta + 2\dot{x}_\omega R \cos \alpha \cos \beta + 2R^2 \sin^2 \alpha \dot{\alpha} \cos^2 \beta \right] \\ & = M_c R^2 \dot{\alpha} \cos^2 \beta + M_c \dot{x}_\omega R \cos \alpha \cos \beta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \beta} &= \frac{1}{2} M_c \left[2R^2 \sin^2 \alpha \sin \beta \cos \beta \dot{\beta} - 2R^2 \dot{\alpha}^2 \cos^2 \alpha \cos \beta \dot{\alpha}^2 \sin \beta - 2\dot{x}_\omega R \sin \alpha \cos \beta \dot{\beta} \right. \\
&\quad \left. - 2\dot{x}_\omega R \cos \alpha \dot{\alpha}^2 \sin \beta + 2R^2 \cos \beta \dot{\beta}^2 \sin \beta + 2R^2 \cos^2 \alpha \sin \beta \dot{\beta}^2 \cos \beta \right. \\
&\quad \left. - 2R^2 \sin^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos \beta \sin \beta \right] - mgR \sin \alpha \cos \beta \\
&= \frac{1}{2} M_c \left[2R^2 \sin \beta \cos \beta \left(\sin^2 \alpha \dot{\beta}^2 - \cos^2 \alpha \dot{\alpha}^2 - \dot{\beta}^2 + \cos^2 \alpha \dot{\beta}^2 - \sin^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \right) \right] \\
&\quad - mgR \sin \alpha \cos \beta \\
&= \frac{1}{2} M_c \left[2R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\beta}^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) - 2R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\alpha}^2 (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) \right. \\
&\quad \left. + 2R^2 \sin \beta \cos \beta \left(-\dot{\beta}^2 \right) \right] - mgR \sin \alpha \cos \beta \\
&= \frac{1}{2} M_c \left[-2R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\alpha}^2 \right] - mgR \sin \alpha \cos \beta
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial R} &= \frac{1}{2} M_c \left[2R \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 + 2R \cos^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta - 2\dot{x}_\omega R \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \right. \\
&\quad \left. + 2\dot{x}_\omega \cos \alpha \dot{\alpha}^2 \cos \beta + 2\dot{y}_\omega \cos \beta \dot{\beta} + 2R \cos^2 \beta \dot{\beta} + 2R \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 \right. \\
&\quad \left. + 2R \sin^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta \right] - mg(1 - \cos \alpha \cos \beta)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \beta} &= \frac{1}{2} M_c \left[2R^2 \sin^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta} - 2\dot{x}_\omega R \sin \alpha \sin \beta + 2\dot{y}_\omega R \cos \beta + 2R^2 \cos^2 \beta \dot{\beta}^2 \right. \\
&\quad \left. + 2R \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 \right] \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_\omega} &= M_m \dot{x}_\omega + M_c \left[\dot{x}_\omega - R \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} + R \cos \alpha \dot{\alpha} \cos \beta \right] \\
\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_\omega} &= M_r \dot{y}_\omega + M_c \left[\dot{y}_\omega + R \cos \beta \dot{\beta} \right]
\end{aligned}$$

Finalmente tenemos que las ecuaciones de Lagrange quedan expresadas de la siguiente

forma

$$\begin{aligned}
0 &= \frac{1}{2}M_c \left[2R^2 \left(\cos^2 \alpha \cos^2 \beta \ddot{\alpha} + 2 \cos^2 \alpha \dot{\alpha} \cos \beta \sin \beta \dot{\beta} + 2 \cos^2 \beta \dot{\alpha}^2 \cos \alpha \sin \alpha \right) \right. \\
&+ 2\dot{x}_\omega R \left(-\cos \alpha \sin \beta \dot{\beta} - \cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha} \right) + 2R^2 \left(-2 \sin^2 \alpha \dot{\alpha} \cos \beta \sin \beta \dot{\beta} \right. \\
&\left. + 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \beta \ddot{\alpha} \cos^2 \beta \sin \alpha \cos \alpha \dot{\alpha}^2 \right) \left. \right] - 2R\dot{x}_\omega \left(-\cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha} - \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta} \right) \\
&+ M_g R \sin \alpha \cos \beta \\
0 &= \frac{1}{2}M_c \left[2R^2 \ddot{\beta} - 2R \left(\dot{x}_\omega \sin \alpha \cos \beta \dot{\beta} + \dot{x}_\omega \sin \beta \cos \alpha \dot{\alpha} + \sin \alpha \sin \beta \dot{x}_\omega \right) \right. \\
&\left. + 2R \left(\cos \beta \ddot{y}_\omega - \ddot{y}_\omega \sin \beta \dot{\beta} \right) \right] - \frac{1}{2}M_c \left[-2R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\alpha}^2 \right] - mgR \cos \alpha \sin \beta \\
F_x - T_x &= M_m \ddot{x}_\omega + M_c \left[\dot{x}_\omega - R \ddot{\beta} (\sin \alpha \sin \beta) - R \dot{\beta}^2 (\sin \alpha \cos \beta) \right. \\
&\left. R \cos \alpha \cos \beta \ddot{\alpha} - \cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha}^2 \right] \\
F_y - T_y &= M_r \ddot{y}_\omega + M_c \left(\ddot{y}_\omega + R \cos \beta \ddot{\beta} - \sin \beta \dot{\beta}^2 \right) \\
F_R - T_R &= -M_c \left[R \sin^2 \alpha \sin \beta \dot{\beta}^2 + R \cos^2 \alpha \dot{\alpha}^2 \cos^2 \beta - \dot{x}_\omega \sin \alpha \sin \beta \dot{\beta} \right. \\
&+ \dot{x}_\omega \cos \alpha \dot{\alpha} \cos \beta + \dot{y}_\omega \cos \beta \dot{\beta} + R \cos^2 \beta \dot{\beta}^2 + R \cos^2 \alpha \sin^2 \beta \dot{\beta}^2 \\
&\left. + R \sin^2 \alpha \cos^2 \beta \dot{\alpha}^2 \right] + mg(1 - \cos \alpha \cos \beta)
\end{aligned}$$

Por lo cual se puede ver que la dinámica del sistema está dado por las ecuaciones diferenciales ordinarias implícitas no lineales. La posición de la carga se describe por las igualdades

$$\begin{aligned}
x_c &= x_\omega + R \sin \alpha \cos \beta \\
y_c &= y_\omega + R \sin \beta \\
z_c &= -R \cos \alpha \cos \beta
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$x(t) \in \mathfrak{R}$, es la posición de la grúa a lo largo del eje x ; $y(t) \in \mathfrak{R}$ es la posición de la grúa a lo largo del eje y ; $\alpha, \beta \in \mathfrak{R}$. El modelo matemático dinámico para una grúa en tres dimensiones debe tener la siguiente ecuación:

$$M(q) \ddot{q} + V_m(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = u \tag{2.25}$$

Donde

$$q = \begin{bmatrix} x, & y, & \alpha, & \beta, & R \end{bmatrix}^T \in \mathfrak{R}^5 \quad (2.26)$$

$x(t)$ es la posición de la grúa en la coordenada del eje x , $y(t)$ es la posición de la grúa en la coordenada del eje y ,

$$u = \begin{bmatrix} F_x, & F_y, & 0, & 0, & R \end{bmatrix}^T \in \mathfrak{R}^5 \quad (2.27)$$

$M(q) = \{M(q)\}_{ij} \in \mathfrak{R}^{5 \times 5}$, $V_m(q, \dot{q}) \in \mathfrak{R}^{5 \times 5}$ y $G(q) \in \mathfrak{R}^5$, $M(q)_{11} = (M_m + M_c + M_r)$, $M(q)_{12} = 0$, $M(q)_{13} = M_c R \cos \alpha \cos \beta$, $M(q)_{14} = M_c R \sin \alpha \sin \beta$, $M(q)_{15} = M_m \sin \alpha \cos \beta$, $M(q)_{21} = 0$, $M(q)_{22} = M_m + M_c$, $M(q)_{23} = M_c R \cos \alpha \cos \beta$, $M(q)_{24} = -M_c R \sin \alpha \sin \beta$, $M(q)_{25} = 0$, $M(q)_{31} = M_c R \cos \alpha \sin \beta$, $M(q)_{32} = M_c R \cos \alpha \cos \beta$, $M(q)_{33} = M_c R^2 + I$, $M(q)_{34} = 0$, $M(q)_{35} = 0$, $M(q)_{41} = M_c R \sin \alpha \cos \beta$, $M(q)_{42} = -M_c R \sin \alpha \sin \beta$, $M(q)_{43} = 0$, $M(q)_{44} = M_c R \sin^2 \beta + M_c R^2 \cos^2 \beta$, $M(q)_{45} = 0$, $M(q)_{51} = M_c \sin \alpha \cos \beta$, $M(q)_{52} = M_c \sin \beta$, $M(q)_{53} = 0$, $M(q)_{54} = 0$, $M(q)_{55} = M_c + M_r$.

$V = \{V(q)\}_{ij}$, $V_{11} = 0$, $V_{12} = 0$, $V_{13} = 2R \cos \beta \sin \alpha \dot{\alpha} + 4R \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta}$, $V_{14} = 4R \sin \beta \cos \alpha \dot{\alpha} + 2R \sin \alpha \cos \beta$, $V_{15} = 0$, $V_{21} = 0$, $V_{22} = 0$, $V_{23} = 0$, $V_{24} = R \sin \beta$, $V_{25} = 0$, $V_{31} = -2M_c R \cos \alpha \sin \beta \dot{\beta}$, $V_{32} = 0$, $V_{33} = -2M_c R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\beta}$, $V_{34} = -2M_c R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\alpha} - 2M_c R \dot{x}_\omega \cos \alpha \sin \beta$, $V_{35} = 0$, $V_{41} = 0$, $V_{42} = 0$, $V_{43} = M_c R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\alpha}$, $V_{44} = 2M_c R \sin \beta \cos \beta \dot{\beta} - 2M_c R^2 \sin \beta \cos \beta \dot{\beta}$, $V_{45} = 0$, $V_{51} = M_c \dot{\beta} \sin \alpha \sin \beta - M_c \dot{\alpha} \cos \alpha \cos \beta$, $V_{52} = -M_c \dot{\beta} \cos \beta$, $V_{53} = -M_c R \cos^2 \beta \dot{\alpha}$, $V_{54} = -M_c R \dot{\beta} + M_c \dot{x}_\omega \sin \alpha \sin \beta - M_c \dot{y}_\omega R \cos \beta$, $V_{55} = 0$.

Además

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & M_g \sin \alpha \cos \beta & M_g \cos \alpha \sin \beta & 0 \end{bmatrix}^T \quad (2.28)$$

donde $M_m, M_c, M_r \in \mathfrak{R}^1$ representan la masa de la carga, masa del riel y la masa del carro, $I \in \mathfrak{R}^1$, es el momento de inercia de la carga, $R \in \mathfrak{R}^1$, representa la longitud de la grúa, $g \in \mathfrak{R}^1$, es la fuerza de gravedad, $F_x, F_y \in \mathfrak{R}^1$, son las entradas de la fuerza de control actuando en el carro y el riel.

$M(q)$ es una matriz simétrica y definida positiva, los parámetros M_m, M_c, M_r , son positivos; por lo tanto, el determinante de $M(q)$ es

$$\det [M(q)] = (M_m + M_c + M_r) (M_m + M_c) (M_c R^2 + I) (M_c R^2 \sin^2 \alpha + I) > 0 \quad (2.29)$$

2.3. Modelo Simplificado

2.3.1. Relaciones básicas

Un elemento importante en la construcción del modelo matemático es la elección apropiada del sistema de coordenadas. El sistema cartesiano, aunque simple en la interpretación y la determinación de la posición en el espacio de una manera única en ambas direcciones, no es conveniente para la descripción de la dinámica de movimiento de rotación. Por consiguiente, se aplica un sistema de coordenadas esféricas. La posición de la carga se describe por dos ángulos, α y β , que se muestran en la figura 2.1. Un inconveniente del sistema de coordenadas esféricas es que por cada punto en el eje y , el valor correspondiente de β no está determinado únicamente. Sin embargo, los puntos sobre el eje y no se pueden realizar en una grúa real. Los siguientes símbolos se utilizan en el procedimiento

$$\begin{aligned}\mu_1 &= \frac{m_c}{m_w}, & \mu_2 &= \frac{m_c}{m_w+m_s} \\ u_1 &= \frac{F_y}{m_w}, & u_2 &= \frac{F_x}{m_w+m_c}, & u_3 &= \frac{F_R}{m_c} \\ T_1 &= \frac{T_y}{m_w}, & T_2 &= \frac{T_x}{m_w+m_c}, & T_3 &= \frac{T_R}{m_c} \\ N_1 &= u_1 - T_1, & N_2 &= u_2 - T_2, & N_3 &= u_3 - T_3 \\ s &= \frac{S}{m_c}.\end{aligned}$$

Reescribiendo la posición de la carga

$$x_c = x_w + R \sin \alpha \sin \beta \quad (2.30)$$

$$y_c = y_w + R \cos \alpha \quad (2.31)$$

$$z_c = -S \sin \alpha \cos \beta \quad (2.32)$$

Las dinámicas de la grúa son dadas mediante las ecuaciones

$$m_c \ddot{x}_c = -S_x \quad (2.33)$$

$$m_c \ddot{y}_c = -S_y \quad (2.34)$$

$$m_c \ddot{z}_c = -S_z - m_c g \quad (2.35)$$

$$(m_w + m_s) \ddot{x}_w = F_x - T_x + S_x \quad (2.36)$$

$$m_w \ddot{y}_w = F_y - T_y + S_y \quad (2.37)$$

Donde S_x , S_y y S_z son los componentes del vector S .

$$S_x = S \sin \alpha \sin \beta \quad (2.38)$$

$$S_y = S \cos \alpha \quad (2.39)$$

$$S_z = -S \sin \alpha \cos \beta \quad (2.40)$$

Se considera que la cuerda de la carga siempre se estira, es decir

$$S_x (x_c - x_w) + S_y (y_c - y_w) + S_z z_c > 0 \quad (2.41)$$

En el caso en que la carga sube o baje empleando la fuerza de control F_R , S . (2.33)-(2.41) se puede reemplazar como sigue

$$S = F_R - T_R \quad (2.42)$$

Podemos asumir que la desviación de la carga útil desde el eje z es pequeña. Entonces

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \left(\frac{\pi}{2} + \Delta\alpha \right) \cong -\Delta\alpha \\ \sin \alpha &= \sin \left(\frac{\pi}{2} + \Delta\alpha \right) \cong 1 \\ \cos \beta &\cong 1 \\ \sin \beta &\cong \Delta\beta \end{aligned} \quad (2.43)$$

Las ecuaciones (2.38)-(2.40), pueden tomar la forma siguiente

$$S_x = S\Delta\beta, \quad S_y = -S\Delta\alpha, \quad S_z = -S \quad (2.44)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.44) y (2.42) en (2.33)-(2.37) se obtienen:

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c &= -(u_3 - T_3) \Delta\beta \\ \ddot{y}_c &= (u_3 - T_3) \Delta\alpha \\ \ddot{z}_c &= u_3 - T_3 - g \\ \ddot{x}_w &= u_2 - T_2 + (u_3 - T_3) \mu_2 \Delta\beta \\ \ddot{y}_w &= u_1 - T_1 + (u_3 - T_3) \mu_1 \Delta\alpha \end{aligned} \quad (2.45)$$

Con la simplificación (2.43), la posición de la carga útil satisface a

$$\begin{aligned} x_c &= x_w + R\Delta\beta \\ y_c &= y_w - R\Delta\alpha \\ z_c &= -R \end{aligned} \quad (2.46)$$

La aceleración de la carga útil está dada por

$$\begin{aligned} \ddot{x}_c &= \ddot{x}_w + \ddot{R}\Delta\beta + 2\dot{R}\dot{\Delta}\beta + R\Delta\ddot{\beta} \\ \ddot{y}_c &= \ddot{y}_w - \ddot{R}\Delta\alpha - 2\dot{R}\dot{\Delta}\alpha - R\Delta\ddot{\alpha} \\ \ddot{z}_c &= -\ddot{R} \end{aligned} \quad (2.47)$$

La solución de este sistema de ecuaciones con respecto a las segunda derivada y la introducción de nuevas variables son

$$\begin{aligned} x_1 &= y_w & x_6 &= x_5 = \Delta\dot{\alpha} \\ x_2 &= \dot{x}_1 = \dot{y}_w & x_7 &= \Delta\beta \\ x_3 &= x_w & x_8 &= \dot{x}_7 = \Delta\dot{\beta} \\ x_4 &= \dot{x}_3 = \dot{x}_w & x_9 &= R \\ x_5 &= \Delta\alpha & x_{10} &= \dot{x}_9 = \dot{R} \end{aligned} \quad (2.48)$$

Que finalmente, el sistema simplificado de ecuaciones de estado para la grúa queda como

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= x_2 \\
 \dot{x}_2 &= N_1 - \mu_1 x_5 N_3 \\
 \dot{x}_3 &= x_4 \\
 \dot{x}_4 &= N_2 - \mu_2 x_7 N_3 \\
 \dot{x}_5 &= x_6 \\
 \dot{x}_6 &= (N_1 - \mu_1 x_5 N_3 - g x_5 - 2x_6 x_{10}) / x_9 \\
 \dot{x}_7 &= x_8 \\
 \dot{x}_8 &= -(N_2 - \mu_2 x_7 N_3 + g x_7 + 2x_8 x_{10}) / x_9 \\
 \dot{x}_9 &= x_{10} \\
 \dot{x}_{10} &= -N_3 + g
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

La simplificación propuesta resulta en una separación parcial de las ecuaciones de la grúa.

Comentario 2.2 *La formulación lagrangiana simplifica considerablemente muchos problemas físicos. Por ejemplo, los sistemas de referencia inerciales son tratados en igualdad y a diferencia de las leyes de Newton la forma de las ecuaciones del movimiento no depende del sistema de referencia elegido. En la teoría de Newton se introduce análisis por partes y en los sistemas lagrangianos se toma al sistema en total y analíticamente es más barato y menor tiempo. Las ecuaciones de Lagrange, resultan una herramienta imprescindible para estos casos, pues incluyen de manera natural las restricciones, además de que se basan en el concepto de coordenadas generalizadas, las cuales permiten describir la dinámica en términos de las variables asociadas con los grados de libertad del sistema. Esta particularidad hace también posible aplicar el mismo formalismo a sistemas eléctricos e inclusive electromecánicos. Parte fundamental de las ecuaciones de Lagrange son las fuerzas generalizadas, éstas se definen y caracterizan con antelación a la obtención de dichas ecuaciones. Podemos resumir que la MECÁNICA LAGRANGIANA: mismos principios (Galileo, Newton), distinta formulación, más sofisticada: • Se prescinde de las fuerzas que actúan sobre las diferentes partes del sistema, • Se prescinde de aquellas ecuaciones que sólo se refieren a las fuerzas de ligadura (tensiones, reacciones etc..) e involucra sólo las fuerzas que dan lugar al movimiento (fuerzas*

activas), • Se define una función escalar: Lagrangiana, de la que se obtienen las ecuaciones diferenciales del movimiento, tantas como variables físicamente significativas, • Esto permite escribir las ecuaciones de forma generalizada de manera que formalmente sean iguales.

2.4. Conclusiones

Para el análisis de los modelos presentados, el único que no considera la longitud de la cuerda es aquel que es parecido a la ecuación dinámica de un robot (2.25). La grúa es un sistema electromecánico que consta de un riel, el carro y la carga en sentido a la fuerza de gravedad, todas las ecuaciones de los modelos están basadas en las ecuaciones de Newton para describir las coordenadas de la carga y el modelo dinámico. En general, se hacen varias restricciones [27] para obtener los modelos que se presentan como por ejemplo ecuaciones normalizadas, ángulos de balanceo y expresiones con valores pequeños para obtener equivalentes (2.43), y la mayoría son de estructuras similares (podemos ver un ejemplo del segundo modelo que toma la ecuación de las energías cinética/potencial como perturbaciones que al eliminarlas vuelven a la similitud con los otros modelos) [16][56][22][19]

De los modelos anteriores se obtuvieron la dinámica de la grúa en una, dos y tres dimensiones. En el modelo matemático, se utiliza el método de Euler-Lagrange para tener una aproximación de una ecuación de un robot manipulador para que su análisis sea un poco más fácil de aplicar al control. Se obtienen matrices de diferentes dimensiones, pero las dinámicas son equivalentes. Se describieron cada componente de la ecuación de los modelos y su naturaleza corresponden a ecuaciones inerciales, cinéticas y potencial.

Capítulo 3

PD / PID Control de Anti-Oscilación y de Posición con Estabilidad Garantizada

Con el fin de garantizar la estabilidad asintótica y minimizar la oscilación de una grúa, se necesitan los controladores proporcional-derivativo (PD), modelos basados en compensaciones de gravedad o controladores proporcional-integral-derivado (PID) no lineales. Utilizamos un PID lineal clásico para controlar la grúa. Se prueban la estabilidad asintótica semiglobal del control PID lineal, y la estabilidad asintótica local con un observador de velocidad. Se dan condiciones explícitas para elegir las ganancias del control PID lineal, y asegurar la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Los estudios experimentales se aplican sobre un sistema grúa con controladores PID lineales. La metodología propuesta ofrece una herramienta analítica para el diseño del controlador PID, en el cual son construidas previamente en los prototipos experimentales.

El control PD es el esquema más simple para controlar la grúa. Se sabe que en el caso de regulación, algunas ganancias positivas de los controladores PD garantizan la estabilidad (acotada) [72]. Sin embargo, la estabilidad asintótica no se garantiza cuando la dinámica de manipuladores contiene vectores pares gravitacionales, fricción y otras incertidumbres, a

menos que sea aplicado a un modelo basado en compensación. Se requiere el conocimiento previo de parte del modelo de la grúa. Por ejemplo, la compensación de gravedad adaptativa [75] [70], la compensación de la gravedad deseada [85], y un control PD más una medición de la posición [62]. Todos ellos necesitan información de la estructura de la gravedad en el controlador PD. Algunos controladores PD no lineales también puede lograr la estabilidad asintótica, tales como el control PD con ganancias variantes en el tiempo [63], ganancias no lineales [58], y compensación en modo deslizante [61].

Desde el punto de vista de control, el error de posición causada por pares gravitacionales puede ser eliminada mediante la introducción de un componente integral al control PD, aunque se puede reducir el ancho de banda del sistema en lazo cerrado. El control PID lineal común no incluye ningún componente de la dinámica de la grúa en su ley de control. Con el fin de asegurar la estabilidad asintótica de Control PID, el enfoque más sencillo es modificar el PID lineal en no lineal. Por ejemplo, el error de posición se modifica en forma no lineal en [8]; el término integral se satura por una función no lineal en [86] y [73]; la entrada se satura en [5]. Un observador no lineal se transformó de forma PID en [5]. La estabilidad asintótica semiglobal de control PID lineal se demostró en [59] mediante la adición de un término integral extra en la posición filtrada. En [36] y [61], el control PID fue modificada en forma de controlador de estructura variable con PID-superficie deslizante. En [40], la estabilización asintótica global se obtuvo agregando un término proporcional y derivativo no lineal al controlador PID lineal. Aunque ya hace varios años, el control PID lineal se ha utilizado en las grúas, hay pocos análisis de estabilidad explícita sobre el mismo. Incluso hay pocos trabajos de investigación sobre los controladores mas populares industriales, o sea, el PID lineal. En [65], la dinámica del robot se reescribió en un sistema lineal desacoplado y un sistema no lineal acotado, este control PID lineal no podía garantizar estabilidad asintótica. Las condiciones suficientes del PID lineal en [85], se da a través de análisis de Lyapunov. Sin embargo, estas condiciones no son explícitas, las ganancias del PID no se pueden seleccionar con estas condiciones directamente, se necesita un procedimiento de sintonización compleja [43]. Aquí se propone un nuevo análisis de Lyapunov para el PID lineal, las condiciones suficientes para que haya estabilidad asintótica se da una forma mas simple y explícita. La

ganancia del PID lineal puede ser seleccionada directamente con estas condiciones.

Cuando no se tienen la medición de las velocidades, se necesita de un observador de velocidad (filtro de posición). Esta teoría la aplicamos a la grúa, ya que su modelo matemático está aproximado a un robot manipulador mediante técnicas de Lagrange. En esta tesis, se comprueba la estabilidad asintótica local del control PID lineal con un observador. El análisis proporciona las condiciones explícitas para la elección de las ganancias de PID lineales y los parámetros de velocidad del observador.

Una grúa se utiliza para comprobar nuestras condiciones de ajuste del PID. Con el fin de mejorar el rendimiento de control, se propone un método sistemático de inflexión para el PID lineal. Los resultados experimentales muestran que la metodología propuesta proporciona una herramienta analítica para el diseño del controlador de la grúa que tradicionalmente esta prediseñado experimentalmente (sintonización de parámetros).

3.1. Control de anti-oscilación

Para el sistema grúa, se define a α como el ángulo de proyección de la carga en el plano XY, β es el ángulo de proyección de la carga a través de las coordenadas en el eje X. La dinámica de la grúa está dada por la siguiente ecuación

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) + F = \tau \quad (3.1)$$

donde $x = [x_w, y_w, \alpha, \beta, R]^T$, (x_w, y_w, R) es la posición de la carga, $\tau = [F_x, F_y, 0, 0, F_R]^T$, F_x , F_y y F_R representan las fuerzas de control que actúan sobre el carro, el riel y la línea de elevación o cuerda que cuelga la carga, F es la fricción, $G(x)$ es la fuerza gravitacional, $C(x, \dot{x})$ es la matriz de Coriolis y $M(x)$ es la matriz dinámica de la grúa. Este sistema grúa comparte una propiedad importante con los sistemas robóticos: la matriz de Coriolis $C(x, \dot{x})$ es anti-simétrica, *i.e.*, satisface la siguiente relación [26],

$$x^T [\dot{M}(x) - 2C(x, \dot{x})] x = 0 \quad (3.2)$$

Existen algunas diferencias entre este modelo con los demás. En [26], no se considera la

longitud de la cuerda o línea de elevación, por lo que la dimensión de M es de 4×4 . En [56], el control de anti-oscilación y el control de la posición están separados, la dimensión de M es de 3×3 . En [47], la dimensión de la matriz M es de 5×5 como el de esta tesis. Sin embargo, las incertidumbres como la fricción y la anti-oscilación no se toman en cuenta. La fricción F se representa por el modelo de fricción de Coulomb

$$F(\dot{x}) = K_{f1}\dot{x} + K_{f2} \tanh(k_{f3}\dot{x}) \quad (3.3)$$

donde k_{f3} es una constante positiva, tal que la $\tanh(k_{f3}\dot{x})$ puede aproximar al $\text{sign}(\dot{x})$, K_{f1} y K_{f2} son coeficientes positivos. En esta tesis se utiliza un modelo simple por la fricción como en [42],

$$F = [\mu_x, \mu_y, 0, 0, \mu_R]^T \dot{x} \quad (3.4)$$

donde μ_x , μ_y y μ_R son factores de fricción.

El problema de control es mover el riel de tal manera que la posición real de la carga alcance la deseada. Los tres puntos de control $[F_x, F_y, F_R]$ pueden hacer que la grúa se posicione en $[x_w, y_w, R]$, pero los ángulos de oscilación $[\alpha, \beta]$ no se pueden controlar directamente usando el modelo dinámico (3.1).

La dinámica de los ángulos de oscilación es [84]

$$\ddot{\alpha} + g\alpha = -\frac{F_x}{M_r}, \quad \ddot{\beta} + g\beta = -\frac{F_y}{M_m} \quad (3.5)$$

Solo los controles en F_x y F_y participan en el control de anti-oscilación. El control PID estándar no es aplicable para regular al ángulo α y β , de tal manera que se tiene que producir los controladores de anti-oscilación

$$\begin{aligned} A_2(\alpha, \dot{\alpha}) &= k_{pa2}\alpha + k_{da2}\dot{\alpha} + k_{ia2} \int_0^t \alpha(\tau) d\tau \\ B_2(\beta, \dot{\beta}) &= k_{pb2}\beta + k_{db2}\dot{\beta} + k_{ib2} \int_0^t \beta(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde k_{pa2} , k_{da2} y k_{ia2} son constantes positivas correspondientes a las ganancias proporcional, derivativa e integral. El control de posición es también realizado por una ley de control PID industrial clásico

$$\tau_1 = [A_1, B_1, 0, 0, F_R] = K_{p1}\tilde{x} + K_{i1} \int_0^t \tilde{x}(\tau) d\tau + K_{d1} \frac{d}{dt}\tilde{x}, \quad \tilde{x} = x^d - x \quad (3.7)$$

donde K_p , K_i y K_d son las ganancias proporcional, integral y derivativa del controlador PID. Sustituyendo (3.7) en (3.1), da lugar al modelo de control de la posición

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) + F(\dot{x}) = \tau_1(x_w, y_w, R) + D(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) \quad (3.8)$$

donde $D = [A_2, B_2, 0, 0, 0]^T$, $\tau_1 = [A_1, B_1, 0, 0, F_R]^T$. Usando este modelo, se puede diseñar el controlador de posición.

No hay un control directo para el control de la oscilación. Con el fin de analizar el control PID, se añade un controlador PID en ambos lados de (3.8)

$$M(x)\ddot{x} + C(x, \dot{x})\dot{x} + G(x) + F(\dot{x}) + P_1(\alpha, \beta) + D_1(\dot{\alpha}, \dot{\beta}) + \int_0^t [\alpha, \beta] d\tau = \tau \quad (3.9)$$

donde

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_1(x_w, y_w, R) + D(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) + P_1(\alpha, \beta) + D_1(\dot{\alpha}, \dot{\beta}) + I_1 \int_0^t [\alpha, \beta] d\tau \\ &= K_p x + K_d \dot{x} + K_i \int_0^t x(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$K_p = \begin{bmatrix} k_{p11} & 0 & k_{pa2} & k_{pb2} & 0 \\ 0 & k_{p22} & k_{pb2} & k_{pa2} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{p55} \end{bmatrix}, \quad k_{pa2} \text{ y } k_{pb2} \text{ son ganancias proporcionales de } D(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})$$

el cual se definen en (3.6), k_{33} es la ganancia de α en P_1 , k_{44} es la ganancia de β en P_1 . K_d y K_i tienen la misma estructura como K_p .

Las fuerzas de control F_x y F_y contienen

$$\begin{aligned} F_x &= A(\alpha, \dot{\alpha}) + u(x_w, \dot{x}_w) \\ F_y &= B(\beta, \dot{\beta}) + u(y_w, \dot{y}_w) \end{aligned}$$

es el control de la posición, $A(\alpha, \dot{\alpha})$ y $B(\beta, \dot{\beta})$ son el control de anti-oscilación, u es el control de la posición.

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha} + g\alpha + \frac{u(x_w, \dot{x}_w)}{M_r} &= -\frac{A(\alpha, \dot{\alpha})}{M_r} \\ \ddot{\beta} + g\beta + \frac{u(y_w, \dot{y}_w)}{M_m} &= -\frac{B(\beta, \dot{\beta})}{M_m} \end{aligned}$$

El modelo completo para el control de la posición es

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = u(x_w, y_w, R) + D(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta})$$

$q = [x_w, y_w, \alpha, \beta, R]^T$, $q_1 = [x_w, y_w, R]^T$, $F(\dot{q}_1) = [\mu_x, \mu_y, 0, 0, \mu_R]^T \dot{q}_1$, $u(x_w, y_w, R)$ es el control para la posición, $D(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = [A, B, 0, 0, 0]^T$ es el control para la anti-oscilación.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) - D(\alpha, \dot{\alpha}, \beta, \dot{\beta}) = u(x_w, y_w, R)$$

- No hay control directo para anti-oscilación.
- Para el control de posición u , el control anti-oscilación D se encuentra una perturbación.
- Un control anti-oscilación puede ser compensada por PID.
- Ó por redes neuronales.

3.2. Control PD

La ley clásico PD industrial es

$$\tau = -K_p(q - q^d) - K_d(\dot{q} - \dot{q}^d) = PD \quad (3.11)$$

donde K_p y K_d son matrices constantes simétricas y definidas positivas, que corresponden a coeficientes proporcional y derivativa, $q^d \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de posición deseado, $\dot{q}^d \in \mathfrak{R}^n$ es el vector de velocidad deseado. Discutimos primero el caso de regulación. La posición deseada es una constante, i.e., $\dot{q}^d = 0$.

En la mayoría de los diseños del control de la grúa, las posiciones deseadas son generadas mediante la parte planeación de trayectoria de [43]. El control de regulación se aplica para tratar de seguir la posición deseada.

Ahora se analiza la propiedad de estabilidad del control PD. Utilizamos una función candidata de Lyapunov como

$$V_{PD} = \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q}, \quad \tilde{q} = q - q^d \quad (3.12)$$

De la propiedad $\dot{q}^T \left[\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right] \dot{q} = 0$ y $\dot{q}^T (G + F) \leq \dot{q}^T K_1 \dot{q} + (G + F)^T K_1^{-1} (G + F)$, K_1 es una matriz definida positiva, la derivada de (3.12) es

$$\dot{V}_{PD} = -\dot{q}^T K_d \dot{q} + \dot{q}^T (G + F) \leq -\dot{q}^T (K_d - K_1) \dot{q} + \bar{d} \quad (3.13)$$

donde $(g + f)^T K_1^{-1} (g + f) \leq \bar{d}$, \bar{d} puede ser considerada como una cota superior de $g + f$. Si elegimos $K_d > K_1$, el error de regulación \tilde{q} es acotado (estable), y $\|\dot{q}\|_{(K_d - K_1)}$ converge a \bar{d} .

Por lo tanto el error de regulación de posición de la ley de control PD (3.11) está acotado en una vecindad con radio \bar{d} . Sin embargo, la propiedad de estabilidad no es suficiente para el control de la grúa. El error en estado estacionario causado por la fricción y la gravedad puede ser grande. La ganancia derivativa K_d tiende a incrementarse para decrecer. En tal medida que, el sistema en lazo cerrado llega a ser lento. Esta vez el tiempo de asentamiento no nos permitira incrementar K_d como queremos.

3.3. Control PD modificada

El primer paso es cómo generar señales en el que el sistema en movimiento no genere oscilación, se sabe que dando al sistema un impulso este puede causar una vibración ; sin embargo, si un segundo impulso de una amplitud apropiada es aplicado al sistema en el momento oportuno, la oscilación inducida por el primer impulso es cancelada y la respuesta total llega a ser nula.

El control de anti-oscilación de la grúa se compone en dos partes. El primero consiste en una transformación de la referencia de posición en una trayectoria suave para manejar la carga sin alguna oscilación, y el segundo reduce a oscilación de la carga causado por las excitaciones externas tales como el aire del ambiente y otros factores.

Para controlar sistemas subactuados como grúas, se ha utilizado normalmente un simple controlador proporcional-derivativo (PD). A diferencia del control de regulación convencional, la propuesta de una nueva ley de control no lineal de seguimiento mejora aún más el rendimiento y robustez, que se basa en el control de realimentación linealizado utilizando la

velocidad o tasa de oscilación angular, así como el ángulo de apertura. La ley de control no lineal elimina las características no lineales del sistema y alcanza la posición del control y la eliminación de la oscilación, incluso cuando el ángulo de giro inicial y la variación de peso de carga útil existe.

Se describe primero la ley de control PD y la ley de acoplamiento E^2 , y entonces se propone la ley de control no lineal para el control de la posición y la eliminación de a oscilación para propósitos de comparación. El objetivo del diseño de la ley de control es reducir la variable de error de posición [16]

$$e = r - r_d = \begin{bmatrix} x_e & y_e \end{bmatrix}^T \quad (3.14)$$

donde $r_d = \begin{bmatrix} x_d & y_d \end{bmatrix}^T$, $x_e = x - x_d$, $y_e = y - y_d$, x_d y y_d son las posiciones deseadas del carrito y del riel, respectivamente. Naturalmente, x_d y y_d y sus derivadas del tiempo son elegidas para que sean acotadas. Cabe señalar que x_d y y_d no se asumen constantes a diferencia del control de regulación, y en consecuencia, la ley de control no lineal de seguimiento propuesto puede decirse que es mas general.

1. La ley de control PD está dada por

$$F = \frac{-k_p e - k_d \dot{e}}{kE} \quad (3.15)$$

2. La ley de control de acoplamiento E^2 es

$$F = [\Omega]^{-1} \left(-k_p e - k_d \dot{e} - \frac{k_v}{\det(M)} W \right) \quad (3.16)$$

Donde

$$\begin{aligned} \Omega &= k_E E I_2 + (k_v / \det(M)) P \in R^{2 \times 2} \\ E(q, \dot{q}) &= (1/2) \dot{q}^T M(q) \dot{q} + m_p g L (1 - \cos(\theta)) \end{aligned} \quad (3.17)$$

I_2 es una matriz identidad de 2×2 .

3. Para mejorar el desempeño transitorio en la atenuación de la oscilacion y la robusticidad contra la oscilación inicial y variando el peso de la carga útil, se propone la ley de control como

$$F = \left[\frac{P}{\det(M)} \right]^{-1} \cdot \left(-k_e^2 e - 2k_e \dot{e} - \frac{W}{\det(M)} + \ddot{r}_d + \begin{pmatrix} \sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix} \cdot f \right) \quad (3.18)$$

Donde k_e es una constante positiva y f está dado por

$$f = \left\{ \mathbb{k} \left[k_\theta \theta + 2\dot{\theta} \right] + \left(k_\theta \theta + 2\dot{\theta} \right) \cdot \left(\sin^2 \theta + k_\theta \dot{\theta}^2 \right) \right\} \cdot \left| \sin \varphi \left(-\ddot{x}_d + 2k_e \dot{x}_e + k_e^2 x_e \right) + \cos \varphi \left(-\ddot{y}_d + 2k_e \dot{y}_e \right) \right| + \mathbb{k} \left[k_\theta \theta + 2\dot{\theta} \right] \cdot \left| \frac{k_\theta \dot{\theta}}{\sqrt{\bar{a}}} \right| \quad (3.19)$$

Donde k_θ es una constante positiva, \bar{a} está dada por

$$\bar{a} = \left(\frac{\cos \theta m_p L}{m_p L^2 + I} \right)^2 \quad (3.20)$$

3.4. Control PID lineal

Las dinámicas de la grúa se derivan de la ecuación de Euler-Lagrange. Esto es

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) = u \quad (3.21)$$

Donde $q \in R$ representa la posición de los desplazamientos de la grúa. $M(q) = K_T + K_R$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q}) = \{c_{kj}\}$ es la fuerza centrífuga, $c_{kj} = \sum_{i=1}^n c_{ijk} \dot{q}_i$, $k, j = 1 \cdots n$, c_{ijk} son los símbolos de Christoffel [72], $g(q)$ es el vector de pares de gravedad, $g(q) = \frac{\partial}{\partial q} U(q)$, $U = \sum_{i=1}^n m_i g h^i$, $h^i = y_i$, $o^i = [x_i, y_i, z_i]^T$ o^i son dados por los primeros tres elementos de la cuarta columna de la matriz de transformación homogénea. La grúa satisface las siguientes propiedades bien conocidas para el robot.

P1. La matriz de inercia $M(q)$ es definida simétrica positiva, y

$$0 < \lambda_m \{M(q)\} \leq \|M\| \leq \lambda_M \{M(q)\} \leq \beta, \quad \beta > 0 \quad (3.22)$$

donde $\lambda_M \{M\}$ y $\lambda_m \{M\}$ son los eigenvalores máximos y mínimos de la matriz M .

P2. Para la matriz Centrifuga y Coriolis $C(q, \dot{q})$, existe un número $k_c > 0$ tal que

$$\|C(q, \dot{q}) \dot{q}\| \leq k_c \|\dot{q}\|^2, \quad k_c > 0 \quad (3.23)$$

y $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ es antisimétrica, i.e.

$$x^T \left[\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right] x = 0 \quad (3.24)$$

también

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q})^T \quad (3.25)$$

P3. El vector de pares gravitacionales $g(q)$ es Lipschitz

$$\|g(x) - g(y)\| \leq k_g \|x - y\| \quad (3.26)$$

El objetivo de la tesis es controlar la posición de los tres desplazamientos de la grúa y por consiguiente la oscilación de la carga móvil asegurando que este se aproxime a cero.

Dada una constante de posición deseada $q^d \in R^n$, la estabilidad asintótica semiglobal del control de la grúa es para diseñar el par de entrada u en (3.21) para causar un error de regulación $\tilde{q} = q^d - q$, $\tilde{q} \rightarrow 0$ y $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$, cuando las condiciones iniciales están en un región de atracción arbitrario. La ley de control clásico PID es $u = K_p \tilde{q} + K_i \int_0^t \tilde{q}(\tau) d\tau + K_d \dot{\tilde{q}}$, K_p , K_i y K_d son ganancias proporcional, integral y derivativa, respectivamente, del controlador PID. Ya que $\dot{q}^d = 0$, $\dot{\tilde{q}} = -\dot{q}$, la ley de control PID se puede expresar mediante las siguientes ecuaciones

$$u = K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + \xi, \quad \dot{\xi} = K_i \tilde{q}, \quad \xi(0) = \xi_0 \quad (3.27)$$

Se requiere que el control lineal este desacoplado (3.27), i.e. K_p , K_i and K_d son matrices diagonales definidas positivas. El sistema en lazo cerrado de la grúa (3.21) es

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) = K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + \xi, \quad \dot{\xi} = K_i \tilde{q} \quad (3.28)$$

El punto de equilibrio de $\left[\xi, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}} \right] = [\xi^*, 0, 0]$. Debido a que un punto de equilibrio $q = q^d$, el equilibrio es $[g(q^d), 0, 0]$. Para mover el equilibrio al origen, se define $\tilde{\xi} = \xi - g(q^d)$. La ecuación en lazo cerrado es $\dot{\tilde{\xi}} = K_i \tilde{q}$,

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) = K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + \tilde{\xi} + g(q^d) \quad (3.29)$$

El siguiente teorema da el análisis de estabilidad del control PID lineal.

Teorema 3.1 *Considere una grúa dinámica (3.21) controlado por PID lineal (3.27), el sistema en lazo cerrado (3.29) es semiglobalmente asintóticamente estable en el punto de equilibrio*

$$x = \left[\xi - g(q^d), \tilde{q}, \dot{\tilde{q}} \right]^T = 0 \quad (3.30)$$

el cual satisfacen las siguientes ganancias de control

$$\begin{aligned} \lambda_m(K_p) &\geq \frac{3}{2}k_g \\ \lambda_M(K_i) &\leq \beta \frac{\lambda_m(K_p)}{\lambda_M(M)} \\ \lambda_m(K_d) &\geq \beta + \lambda_M(M) \end{aligned} \quad (3.31)$$

donde $\beta = \sqrt{\frac{\lambda_m(M)\lambda_m(K_p)}{3}}$, k_g cumple con (3.26).

Demostración. Se construye una función de Lyapunov como

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + U(q) - k_u + \tilde{q}^T g(q^d) + \tilde{q}^T \tilde{\xi} \\ &+ \frac{3}{2}g(q^d)^T K_p^{-1} g(q^d) + \frac{\alpha}{2}\tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} - \alpha \tilde{q}^T M \dot{q} + \frac{\alpha}{2}\tilde{q}^T K_d \tilde{q} \end{aligned} \quad (3.32)$$

donde $k_u = \min_q \{U(q)\}$, $U(q)$ está definida en (3.21), k_u se suma tal que $V(0) = 0$. α es una constante diseñada positiva

1) Primero probemos que V es una función Lyapunov, $V \geq 0$. El término $\frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q}$ es separado en cuatro partes, y $V = \sum_{i=1}^4 V_i$

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T g(q^d) + \frac{3}{2}g(q^d)^T K_p^{-1} g(q^d) \\ V_2 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \frac{\alpha}{2}\tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} \\ V_3 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} - \alpha \tilde{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} \\ V_4 &= U(q) - k_u + \frac{\alpha}{2}\tilde{q}^T K_d \tilde{q} \end{aligned} \quad (3.33)$$

De $k_u = \min_q \{U(q)\}$, sabemos que $V_4 \geq 0$. Es fácil encontrar que $V_1 = \frac{1}{2}s^T \begin{bmatrix} \frac{1}{3}K_p & I \\ I & 3K_p^{-1} \end{bmatrix} s \geq 0$, $s = [\tilde{q}, g(q^d)]^T$.

Cuando $\alpha \geq \frac{3}{\lambda_m(K_i^{-1})\lambda_m(K_p)}$,

$$V_2 \geq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(K_p)} \|\tilde{q}\| - \sqrt{\frac{3}{\lambda_m(K_p)}} \|\tilde{\xi}\| \right)^2 \quad (3.34)$$

Cuando $\alpha \leq \frac{\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(M)\lambda_m(K_p)}}{\lambda_M(M)}$,

$$V_3 \geq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\lambda_m(M)} \|\dot{q}\| - \sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(K_p)} \|\tilde{q}\| \right)^2 \quad (3.35)$$

Obviamente, si $\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(K_i^{-1})\lambda_m^{\frac{3}{2}}(K_p)\lambda_m^{\frac{1}{2}}(M)} \geq \lambda_M(M)$, existe

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(M)\lambda_m(K_p)}}{\lambda_M(M)} \geq \alpha \geq \frac{3}{\lambda_m(K_i^{-1})\lambda_m(K_p)} \quad (3.36)$$

Esto significa que si K_p es suficientemente grande o K_i es suficientemente pequeño, $V(\dot{q}, \tilde{q}, \tilde{\xi})$ es globalmente definida positiva.

2) Ahora probar que $\dot{V} \leq 0$. Usando $\frac{d}{dt}U(q) = \dot{q}^T g(q)$, $\frac{d}{dt}g(q^d) = 0$ y $\frac{d}{dt}[\tilde{q}^T g(q^d)] = \dot{\tilde{q}}^T g(q^d)$, la derivada de V es

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{q}^T M \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M} \dot{q} + \tilde{q}^T K_p \dot{\tilde{q}} + g(q)^T \dot{q} + \tilde{q}^T g(q^d) \\ &+ \alpha \tilde{\xi}^T K_i^{-1} \dot{\tilde{\xi}} + \dot{\tilde{q}}^T \tilde{\xi} + \tilde{q}^T \dot{\tilde{\xi}} \\ &- \alpha \left(\dot{\tilde{q}}^T M \dot{q} + \tilde{q}^T \dot{M} \dot{q} + \tilde{q}^T M \ddot{q} \right) + \alpha \tilde{q}^T K_d \dot{\tilde{q}} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Utilizando (3.24), los primeros tres términos de (3.37) llega a ser

$$-\dot{q}^T g(q) - \dot{q}^T K_d \dot{q} + \dot{q}^T \tilde{\xi} + \dot{q}^T g(q^d) \quad (3.38)$$

Debido a que $\dot{\tilde{q}}^T g(q^d) = -\dot{q}^T g(q^d)$ y $\dot{\tilde{\xi}} = K_i \dot{\tilde{q}}$, los primeros ocho términos de (3.37) son

$$-\dot{q}^T K_d \dot{q} + \alpha \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \tilde{q}^T K_i \dot{\tilde{q}} \quad (3.39)$$

Ahora se discute los últimos dos términos de (3.37). De (3.25), se tiene que

$$\tilde{q}^T \dot{M} \dot{q} = \tilde{q}^T C \dot{q} + \tilde{q}^T C^T \dot{q} \quad (3.40)$$

De la ecuación (3.29)

$$\tilde{q}^T M \ddot{q} = -\tilde{q}^T C \dot{q} - \tilde{q}^T g(q) + \tilde{q}^T K_p \tilde{q} - \tilde{q}^T K_d \dot{q} + \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \tilde{q}^T g(q^d) \quad (3.41)$$

Ya que $\tilde{q}^T \dot{M} \dot{q} = -\dot{q}^T M \dot{q}$, usando (3.23) y (3.26), los últimos dos términos de (3.37) son

$$\begin{aligned} & -\alpha \{ \tilde{q}^T K_p \tilde{q} - \dot{q}^T M \dot{q} + \tilde{q}^T C^T \dot{q} + \tilde{q}^T [g(q^d) - g(q)] \\ & + \tilde{q}^T \tilde{\xi} - \tilde{q}^T K_d \dot{q} \} + \alpha \tilde{q}^T K_d \dot{q} \\ & \leq \alpha \dot{q}^T M \dot{q} - \alpha \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \alpha k_c \|\tilde{q}\| \|\dot{q}\|^2 + \alpha k_g \|\tilde{q}\|^2 - \alpha \tilde{q}^T \tilde{\xi} \end{aligned} \quad (3.42)$$

De las expresiones (3.39) y (3.42)

$$\begin{aligned} \dot{V} & \leq -\dot{q}^T (K_d - \alpha M - \alpha k_c \|\tilde{q}\|) \dot{q} - \tilde{q}^T (\alpha K_p - K_i - \alpha k_g) \tilde{q} \\ & \leq -[\lambda_m(K_d) - \alpha \lambda_M(M) - \alpha k_c \|\tilde{q}\|] \|\dot{q}\|^2 \\ & \quad - [\alpha \lambda_m(K_p) - \lambda_M(K_i) - \alpha k_g] \|\tilde{q}\|^2 \end{aligned} \quad (3.43)$$

Si $\|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_m(M)}{\alpha k_c}$ y $\lambda_m(K_d) \geq (1 + \alpha) \lambda_M(M)$, $\lambda_m(K_p) \geq \frac{1}{\alpha} \lambda_M(K_i) + k_g$, $\dot{V} \leq 0$, $\|\tilde{q}\|$ decrecen.

De (3.36), si

$$\begin{aligned} \lambda_m(K_d) & \geq \lambda_M(M) + \sqrt{\frac{1}{3} \lambda_m(M)} \sqrt{\lambda_m(K_p)} \\ \lambda_m(K_p) & \geq \frac{1}{3} \lambda_m(K_i^{-1}) \lambda_m(K_p) \lambda_M(K_i) + k_g \end{aligned} \quad (3.44)$$

$\dot{V} \leq 0$.

3) Finalmente se prueba la estabilidad asintótica semiglobalmente. Utilizando $\lambda_m(K_i^{-1}) = \frac{1}{\lambda_M(K_i)}$, la ecuación (3.44) es aproximado a (3.31). Se define una bola Σ de radio $\sigma > 0$ centrada en el origen del espacio de estado, $\Sigma = \{ \tilde{q} : \|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_m(M)}{\alpha k_c} = \sigma \}$. \dot{V} es semidefinida negativa sobre la bola Σ . Existe una bola Σ de radio $\sigma > 0$ centrada en el origen del espacio de estado sobre el cual $\dot{V} \leq 0$. El origen de la ecuación en lazo cerrado (3.29) es un punto de equilibrio estable. Ya que la ecuación en lazo cerrado es autónomo, usamos el Teorema de La Salle's. Se define Ω como $\Omega = \{ x(t) = [\tilde{q}, \dot{q}, \tilde{\xi}] \in R^{3n} : \dot{V} = 0 \}$. De la ecuación (3.37),

$\dot{V} = 0$ sí y solo sí $\tilde{q} = \dot{q} = 0$. Para una solución $x(t)$ que pertenece a Ω para todo $t \geq 0$, es necesario y suficiente que $\tilde{q} = \dot{q} = 0$ para todo $t \geq 0$. Por lo tanto también se cumple que $\ddot{q} = 0$ para todo $t \geq 0$. Se concluye que del sistema en lazo cerrado (3.29), si $x(t) \in \Omega$ para todo $t \geq 0$, entonces $g(q) = g(q^d) = \tilde{\xi} + g(q^d)$ y $\dot{\tilde{\xi}} = 0$. Esto implica que $\tilde{\xi} = 0$ para todo $t \geq 0$. Así, $x(t) = [\tilde{q}, \dot{q}, \tilde{\xi}] = 0 \in R^{3n}$ es la única condición inicial en Ω para el cual $x(t) \in \Omega$ para todo $t \geq 0$. Finalmente, el origen del sistema en lazo cerrado (3.29) es asintóticamente estable. Debido a que $\frac{1}{\alpha} \leq \lambda_m(K_i^{-1}) \lambda_m(K_p)$, la cota superior para $\|\tilde{q}\|$ puede ser

$$\|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_M(M)}{k_c} \lambda_M(K_i) \lambda_m(K_p) \quad (3.45)$$

Se establece la estabilidad semiglobal de nuestro controlador, en el sentido de que la región de atracción puede ser arbitrariamente ampliada con una elección adecuada de las ganancias. Se sabe que incrementando k_p , la región de atracción crecerá. ■

Desde el análisis de estabilidad anterior, vemos las tres matrices de ganancia del control PID lineal (3.27) puede ser elegidos directamente a partir de las condiciones (3.31). El procedimiento de ajuste de los parámetros PID es más sencillo que [6] [8] [43] [58] [65]. Este control PID lineal es exacta como el mismo que los controladores de robots industriales, y es semiglobalmente asintóticamente estable. Es interesante ver que las condiciones suficientes de [43] son

$$\lambda_m(K_p) > k_g, \quad \lambda_m(K_d) > \frac{\lambda_M^2(M)}{\lambda_m(M)} \frac{\lambda_M(K_i)}{\lambda_m(K_p) - k_g} \quad (3.46)$$

Ellos no son explícitos. Su región de atracción para la estabilidad asintótica semiglobal es

$$\|\tilde{q}\| \leq \frac{1}{k_c} \left[\lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(K_p) - k_g}{\lambda_M(K_i)} - \lambda_M(M) \right] \quad (3.47)$$

Esto implica una acción integral muy pequeño o incluso el control PD ($k_i = 0$) hará al sistema en lazo cerrado con estabilidad asintótica. Comparando (3.47) con nuestra región de atracción (3.45), los resultados son más razonables. El control PD con otras ganancias positivas pueden conducir la estabilidad asintótica del sistema en lazo cerrado. El objetivo principal de la acción integral puede considerarse para cancelar el par de la gravedad. Con

el fin de disminuir la ganancia integral, una gravedad estimada se aplica al control de PID (3.27). El control PID con compensación de gravedad aproximado $\hat{g}(q)$ es

$$u = K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + \hat{g}(q) + \xi, \quad \dot{\xi} = K_i \tilde{q} \quad (3.48)$$

Si definimos $\tilde{g}(q) = \|g(q) - \hat{g}(q)\|$, $\tilde{U}(q) = \int_0^T \tilde{g}(q) dq$, $\tilde{U}(0) = 0$, $\tilde{g}(q)$ También satisface la condición de Lipschitz (3.26), $\|\tilde{g}(x) - \tilde{g}(y)\| \leq \tilde{k}_g \|x - y\|$. La nueva función de Lyapunov en la prueba anterior es

$$V = \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{U}(q) - \tilde{k}_u + \tilde{q}^T \tilde{g}(q^d) + \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \frac{3}{2} \tilde{g}(q^d)^T K_p^{-1} \tilde{g}(q^d) + \frac{\alpha}{2} \tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} - \alpha \tilde{q}^T M \dot{q} + \frac{\alpha}{2} \tilde{q}^T K_d \tilde{q} \quad (3.49)$$

donde $\tilde{k}_u = \min_q \left\{ \tilde{U}(q) \right\}$. El teorema anterior es también correcto para el control PID con una compensación de gravedad aproximada (3.48). La condición para las ganancias del PID (3.31) llega a ser

$$\lambda_m(K_p) \geq \frac{3}{2} \tilde{k}_g y \lambda_M(K_i) \leq \frac{3\beta}{2} \frac{\tilde{k}_g}{\lambda_M(M)}, \tilde{k}_g \ll k_g, \beta = \sqrt{\frac{\lambda_m(M) \lambda_m(K_p)}{3}}.$$

3.4.1. Contro PID lineal con velocidades no medibles

Al contrario con la alta precisión de las mediciones de posición de los codificadores ópticos, la medición de las velocidades de tacómetros puede ser bastante deficiente en la precisión, especialmente para ciertos intervalos de velocidad. La idea común en el diseño de controladores PID, lo que requiere mediciones de velocidad, ha sido la de proponer observadores de estado para estimar la velocidad. En el PID [59], se agregó un término integral en el control PID lineal estándar (3.51). Con esta integral de las acciones derivativas filtradas, se probó la estabilidad asintótica semiglobal.

Un diseño alternativo de los observadores, es usar el filtro de posición de primer orden y cero relativo para estimar la velocidad [72]

$$v_i(s) = \frac{b_i s}{s + a_i} q_i(s), \quad i = 1 \dots n \quad (3.50)$$

donde $v_i(s)$ es una estimación de \dot{q}_i , a_i y b_i son los elementos de las matrices diagonales A y B , $A = \text{diag}\{a_i\}$, $B = \text{diag}\{b_i\}$, $a_i > 0$, $b_i > 0$. La función de la transferencia (3.50) se puede realizar mediante una ecuación en espacio de estado. El control lineal PID (4.23) llega a ser

$$\begin{aligned} u &= K_p \tilde{q} - K_d v + \xi \\ \dot{\xi} &= K_i \tilde{q}, \quad \xi(0) = \xi_0 \\ \dot{x} &= -A(x + Bq) \\ v &= x + Bq \end{aligned} \quad (3.51)$$

donde K_p , K_i y K_d son matrices diagonales definidas positivas, a_i y b_i en (3.50) son constantes positivas.

El sistema en lazo cerrado de la grúa (3.21) es

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= K_i \tilde{q}, \quad \dot{v} = -Av + B\dot{q} \\ \dot{q} &= M^{-1} \left(-C(q, \dot{q})\dot{q} - g(q) + K_p \tilde{q} - K_d v + \tilde{\xi} + g(q^d) \right) \end{aligned} \quad (3.52)$$

El punto de equilibrio de (3.52) es $[\tilde{\xi}, v, \dot{q}] = [0, 0, 0]$.

Teorema 3.2 *Considere la grúa dinámica (3.21) controlado por un PID lineal (3.51), A y B satisfacen*

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_M(A)}{\lambda_m^2(A)} &\leq \lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(B)}{\lambda_M(B)} \\ \lambda_M(B) &\leq \frac{1}{4} \lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)} \\ \lambda_m(B - \alpha I) &\geq \frac{1}{2} \lambda_m(A) \end{aligned} \quad (3.53)$$

donde $\alpha > 0$, el sistema en lazo cerrado (3.21) es localmente asintóticamente estable en el punto de equilibrio

$$x = \left[\xi - g(q^d), \tilde{q}, \dot{\tilde{q}} \right]^T = 0 \quad (3.54)$$

en la región de atracción $\|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_m(M)}{\alpha k_c} \left[\lambda_m(B - \alpha I) - \frac{1}{2} \lambda_m(A) \right] + \frac{1}{\alpha} \|v\|$, el cual cumplen las

siguientes ganancias de control

$$\begin{aligned}
\lambda_m(K_p) - \frac{1}{2}\lambda_M(K_p) &\geq \frac{1}{\alpha}[\lambda_M(K_i) + \lambda_M(A^{-1}BK_i) \\
&+ \frac{1+2\alpha}{2}k_g + \frac{\alpha^2}{2}\lambda_M(K_d) + \frac{\alpha}{2}\lambda_M(A^{-1}K_i)] \\
\lambda_m(K_d) &\geq \frac{k_g + \frac{1}{2\alpha}\lambda_M(A^{-1}K_i) + \frac{1}{2\alpha}\lambda_M(K_p) + \kappa(M)\lambda_M(M)\lambda_M(A)}{2\lambda_m(AB^{-1}I) - 1} \\
\lambda_M(K_i) &\leq \frac{\alpha}{3}\lambda_m(K_p)
\end{aligned} \tag{3.55}$$

donde $\kappa(M)$ es el numero de condición de M .

Demostración. Construimos una función de Lyapunov como

$$\begin{aligned}
V_c &= \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + U(q) - k_u \\
&+ \tilde{q}^T g(q^d) + \frac{3}{2}g(q^d)^T K_p^{-1} g(q^d) + \frac{\alpha}{2}\tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} - \alpha\tilde{q}^T M \dot{q} \\
&+ \tilde{q}^T (I + A^{-1}B) \tilde{\xi} + \frac{1}{2}v^T B^{-1}K_d v - v^T M \dot{q} + v^T A^{-1}\tilde{\xi}
\end{aligned} \tag{3.56}$$

donde α es una constante positiva diseñada.

1) Probamos primero V es una función de Lyapunov, $V \geq 0$. El término $\frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q}$ esta separado en tres partes, y $V = \sum_{i=1}^6 V_i$, $V_6 = U(q) - k_u \geq 0$

$$\begin{aligned}
V_1 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T g(q^d) + \frac{3}{2}g(q^d)^T K_p^{-1} g(q^d) \\
V_2 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \frac{\alpha}{2}\tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} \\
V_3 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} - \alpha\tilde{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{4}\dot{q}^T M \dot{q} \\
V_4 &= \frac{1}{4}v^T (B^{-1}K_d) v + v^T A^{-1}\tilde{\xi} + \tilde{\xi}^T (A^{-1}B) \tilde{\xi} \\
V_5 &= \frac{1}{4}v^T (B^{-1}K_d) v - v^T M \dot{q} + \frac{1}{4}\dot{q}^T M \dot{q}
\end{aligned} \tag{3.57}$$

Aquí V_1 y V_2 son los mismos como (3.33). Para V_3 , si $\alpha \leq \frac{\sqrt{\frac{1}{6}\lambda_m(K_p)\lambda_m(M)}}{\lambda_M(M)}$

$$V_3 \geq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{2}\lambda_m(M)} \|\dot{q}\| - \sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(K_p)} \|\tilde{q}\| \right)^2 \geq 0 \tag{3.58}$$

Debido a que $\lambda_m(AB) \leq \lambda_m(B^{-1})\lambda_M(A)$ y $\lambda_m(B^{-1}) = \frac{1}{\lambda_M(B)}$, es fácil encontrar que, si $\lambda_M(A^{-1}) \leq \sqrt{\lambda_m(B^{-1}K_d)\lambda_m((A^{-1}B))}$ o $\frac{\lambda_M(A)}{\lambda_m^2(A)} \leq \lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(B)}{\lambda_M(B)}$

$$\begin{aligned}
V_4 &\geq \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}\lambda_m(B^{-1}K_d) \|v\|^2 - 2\lambda_M(A^{-1}) \|v\| \|\tilde{\xi}\| \right. \\
&\quad \left. + 2\lambda_m((A^{-1}B)) \|\tilde{\xi}\|^2 \right] \geq 0
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Si $\lambda_M(M) \leq \frac{1}{2}\sqrt{\lambda_m((B^{-1}K_d))\lambda_m(M)}$ o $\lambda_M(B) \leq \frac{1}{4}\lambda_m(K_d)\frac{\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)}$

$$V_5 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}v^T K_d B^{-1}v + 2v^T M\dot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M\dot{q} \right] \geq 0 \quad (3.60)$$

Ya que $V_6 \geq 0$, por lo tanto, existe α , A y B tal que

$$\begin{aligned} \alpha^2 &\leq \frac{1}{6} \frac{\lambda_m(K_p)\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)}, \quad \frac{\lambda_M(A)}{\lambda_m(A)} \leq \lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(B)}{\lambda_M(B)} \\ \lambda_M(B) &\leq \frac{1}{4}\lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)} \end{aligned} \quad (3.61)$$

Esto significa si K_p es suficiente grande o K_i es suficientemente pequeño, $V_c(\dot{q}, \tilde{q}, \tilde{\xi})$ es globalmente definida positiva.

2) Ahora calculamos la derivada de V_c

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{q}^T M\ddot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T \dot{M}\dot{q} + \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + g(q)^T \dot{q} + \tilde{q}^T g(q^d) \\ &+ \alpha \tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} - \alpha \left(\tilde{q}^T M\dot{q} + \tilde{q}^T \dot{M}\dot{q} + \tilde{q}^T M\ddot{q} \right) \\ &+ \tilde{q}^T (I + A^{-1}B) \tilde{\xi} + \tilde{q}^T (I + A^{-1}B) \dot{\tilde{\xi}} + \dot{v}^T (B^{-1}K_d)v \\ &- \left(\dot{v}^T M\dot{q} + v^T \dot{M}\dot{q} + v^T M\ddot{q} \right) + \dot{v}^T A^{-1} \tilde{\xi} + v^T A^{-1} \dot{\tilde{\xi}} \end{aligned} \quad (3.62)$$

Los primeros seis términos de (3.62) son $-\dot{q}^T K_d v + \dot{q}^T \tilde{\xi} + \alpha \tilde{q}^T \tilde{\xi}$. El séptimo término de (3.62) es

$$\begin{aligned} &-\alpha \{ \tilde{q}^T K_p \tilde{q} - \dot{q}^T M\dot{q} + \tilde{q}^T C^T \dot{q} + \tilde{q}^T [g(q^d) - g(q)] \\ &+ \tilde{q}^T \tilde{\xi} - \tilde{q}^T K_d v \} \leq -\alpha \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \alpha k_g \|\tilde{q}\|^2 + \alpha \dot{q}^T M\dot{q} \\ &+ \alpha \tilde{q}^T C^T \dot{q} - \alpha \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \alpha \tilde{q}^T K_d v \end{aligned} \quad (3.63)$$

Usando $\dot{v} = -Av + B\dot{q}$, y $\dot{\tilde{q}} = -\dot{q}$, los términos octavo-décimo de (3.62) son

$$-\dot{q}^T \tilde{\xi} + \tilde{q}^T K_i \tilde{q} + \dot{q}^T A^{-1} B \tilde{\xi} + \tilde{q}^T A^{-1} B K_i \tilde{q} + \dot{q}^T K_d v - v^T A B^{-1} K_d v \quad (3.64)$$

El onceavo término de (3.62) es

$$\begin{aligned} &v^T A M \dot{q} - \dot{q}^T B M \dot{q} - v^T C \dot{q} - v^T C^T \dot{q} + v^T C^T \dot{q} \\ &- v^T K_p \tilde{q} + v^T K_d v - v^T \tilde{\xi} - v^T [g(q^d) - g(q)] \end{aligned} \quad (3.65)$$

Utilizando (3.23)

$$\alpha \tilde{q}^T C^T \dot{q} - v^T C \dot{q} \leq k_c \|\alpha \tilde{q} - v\| \|\dot{q}\|^2 \quad (3.66)$$

Empleando $\dot{\tilde{\xi}} = K_i \tilde{q}$ y $\dot{v} = -Av + B\dot{q}$, los últimos dos términos de la ecuación (3.62) son $v^T \tilde{\xi} - \dot{q}^T A^{-1} B \tilde{\xi} - v^T A^{-1} K_i \tilde{q}$. Combinando las ecuaciones anteriores.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\dot{q}^T B M \dot{q} - v^T A B^{-1} K_d v - \alpha \tilde{q}^T K_p \tilde{q} \\ &\quad + \alpha k_g \|\tilde{q}\|^2 + \alpha \dot{q}^T M \dot{q} + k_c \|\alpha \tilde{q} - v\| \|\dot{q}\|^2 \\ &\quad + \tilde{q}^T K_i \tilde{q} + \tilde{q}^T A^{-1} B K_i \tilde{q} + v^T K_d v + \frac{1}{2} k_g \|v\|^2 + \frac{1}{2} k_g \|\tilde{q}\|^2 \\ &\quad + \tilde{q}^T (\alpha K_d - K_p - A^{-1} K_i) v + \dot{q}^T A M v \end{aligned} \quad (3.67)$$

Para asegurar $\dot{V} \leq 0$, se necesita que

$$\begin{aligned} \lambda_m(BM - \alpha M) &\geq k_c \|\alpha \tilde{q} - v\| + \frac{1}{2\kappa(M)} \lambda_M(AM) \\ \lambda_m(AB^{-1}K_d - K_d) &\geq \frac{1}{2} k_g + \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(K_e) + \frac{\kappa(M)}{2} \lambda_M(AM) \\ \lambda_m(\alpha K_p - K_i - A^{-1}BK_i) &\geq \frac{1+2\alpha}{2} k_g + \frac{\alpha}{2} \lambda_M(K_e) \end{aligned} \quad (3.68)$$

donde $K_e = \alpha K_d - K_p - A^{-1}K_i$. Usando $\lambda_i(A) \lambda_M(B) \geq \lambda_i(AB) \geq \lambda_i(A) \lambda_m(B)$, i puede ser "m." o "M", la última condición de (3.68) puede ser reemplazado por

$$\left\| \tilde{q} - \frac{1}{\alpha} v \right\| \leq \frac{1}{\alpha k_c} \left[\lambda_m(B - \alpha I) \lambda_m(M) - \frac{1}{2\kappa(M)} \lambda_M(M) \lambda_m(A) \right] \quad (3.69)$$

Este es el área de atracción. Utilizando $\lambda_i(A) + \lambda_M(B) \geq \lambda_i(A+B) \geq \lambda_i(A) + \lambda_m(B)$, la segunda condición de (3.68) es

$$\begin{aligned} \lambda_m[(AB^{-1} - I)K_d] &\geq \lambda_m(AB^{-1} - I) \lambda_m(K_d) \\ &\geq \frac{1}{2} k_g + \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(K_e) + \frac{\kappa(M)}{2} \lambda_M(M) \lambda_M(A) \\ &\geq \frac{1}{2} k_g + \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(K_e) + \frac{\kappa(M)}{2} \lambda_M(AM) \end{aligned} \quad (3.70)$$

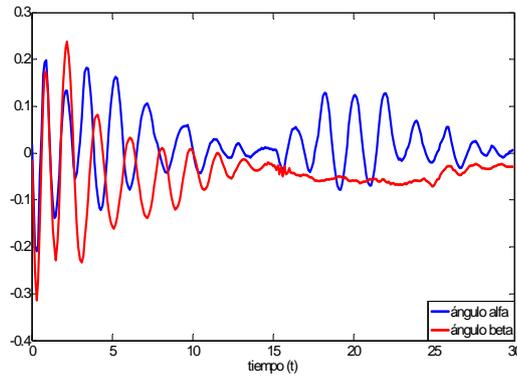
Este es la condición para K_d en (3.55). La tercera condición de (3.68) es $\lambda_m(\alpha K_p) \geq \lambda_M(K_i) + \lambda_M(A^{-1}BK_i) + \frac{1+2\alpha}{2} k_g + \frac{\alpha}{2} \lambda_M(K_e)$. Este es la condición para K_p en (3.55). La condición para K_i en (3.55) es obtenido de $\lambda_M(K_i) \leq \frac{\alpha}{3} \lambda_m(K_p)$. La parte restante de la prueba es como el mismo del teorema 1. ■

Las condiciones (3.53) y (3.55) asignan como elegir las ganancias del PID. La primera condición de (3.55) es $\lambda_m(K_p) \geq \frac{1}{\alpha}\lambda_M(K_i) + \Omega$, $\Omega = \frac{1}{\alpha}[\lambda_M(A^{-1}BK_i) + \frac{1+2\alpha}{2}k_g + \frac{\alpha}{2}\lambda_M(K_d) + \frac{1}{2}\lambda_M(A^{-1}K_i)] + \frac{1}{2\alpha}\lambda_M(K_p)$. Las terceras condiciones de (3.55) es $\lambda_m(K_p) \geq \frac{3}{\alpha}\lambda_M(K_i)$, ellos son compatibles. Cuando K_i no es grande, esas condiciones pueden ser estabilizadas. La segunda condición de (3.55) y la tercera condición de (3.53) no son directamente compatibles. Primero, sea α tan pequeña como sea posible, y K_p tan grande como sea posible. Por lo tanto K_i no puede ser grande. Estos requisitos son razonables para el control real. Si se toma a $B = \beta A + \alpha I$, forma la tercera condición de (3.53), $\beta \geq \frac{1}{2}$. La segunda condición de (3.55) requiere $\lambda_m(AB^{-1} - I) > \frac{1}{2}$, existe $1 > \beta \geq \frac{1}{2}$ y una α pequeña tal que $\lambda_m[A(\beta A + \alpha I)^{-1} - I] > \frac{1}{2}$. Después A y B son elegidas, usando la segunda condición de (3.55) para escoger K_d .

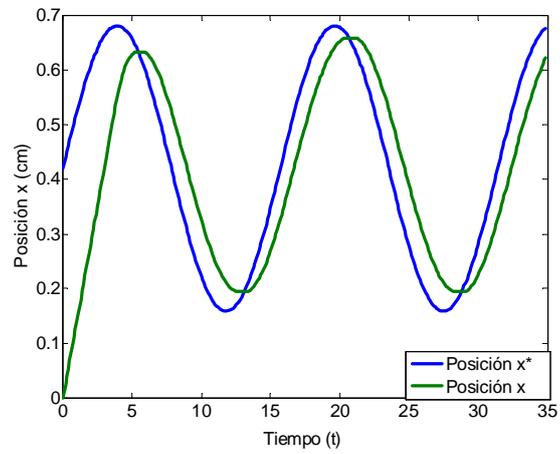
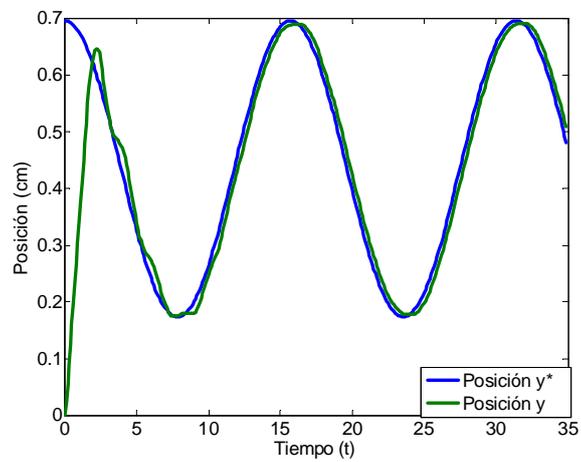
3.5. Resultados experimentales

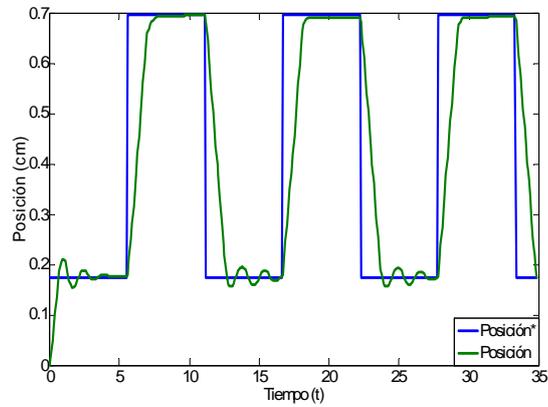
3.5.1. Control PD

Se presenta los resultados de simulación de la grúa con un control PD tratando de suprimir la oscilación de la carga.

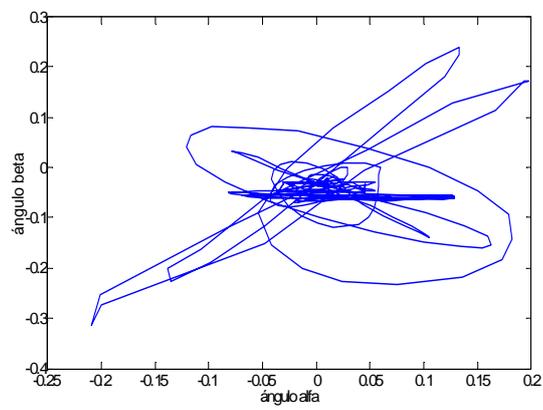


Ángulos de la grúa con control PD.

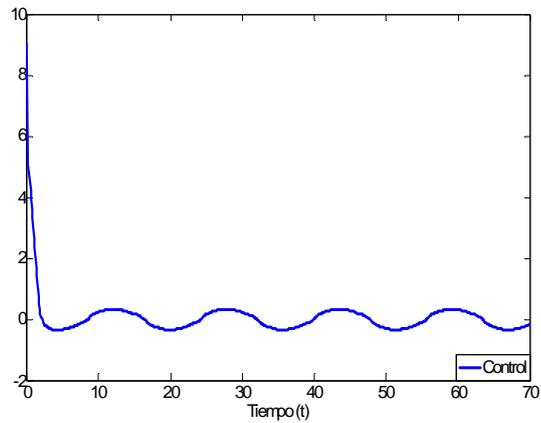
Posición x de la grúa con control PD.Posición y de la grúa con control PD.



Regulación con control PD.



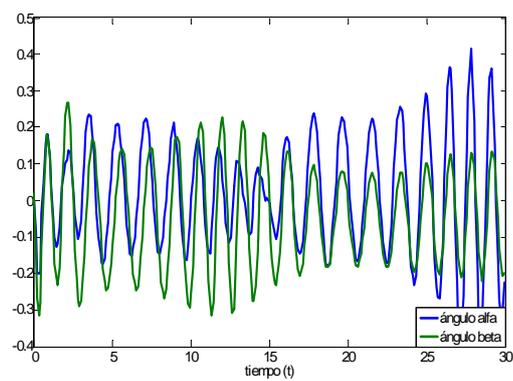
Intersección de los ángulos de la grúa con control PD.



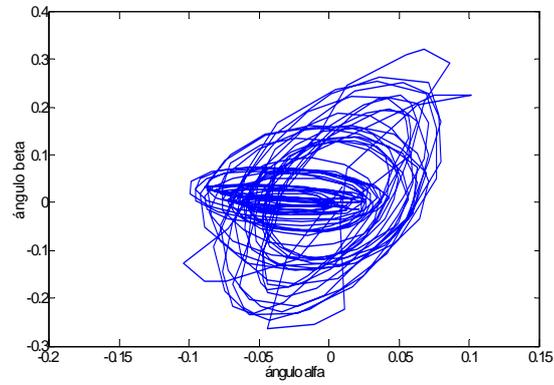
Señal de control del prototipo experimental.

3.5.2. Control PD modificada

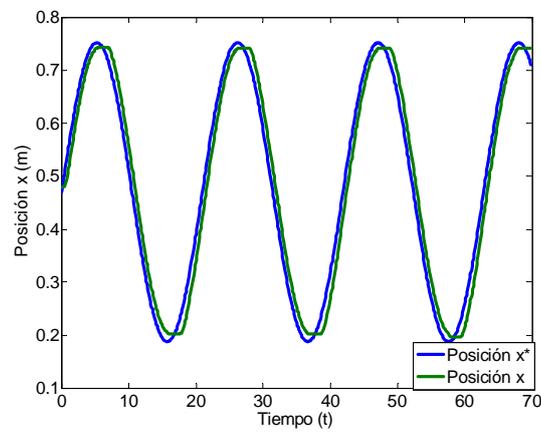
Los resultados para el control PD con un acoplamiento de los ángulos de la grúa experimental, son las siguientes:



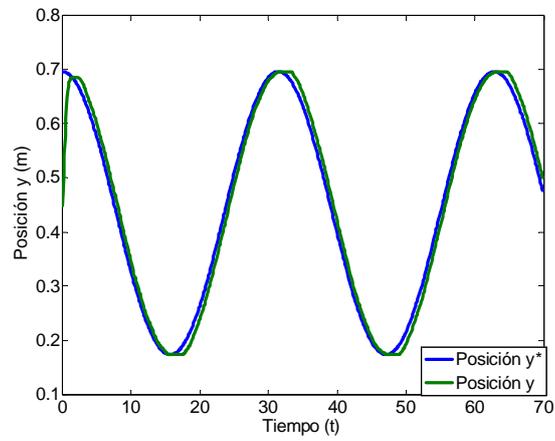
Ángulos de la grúa con control PD más acoplamiento.



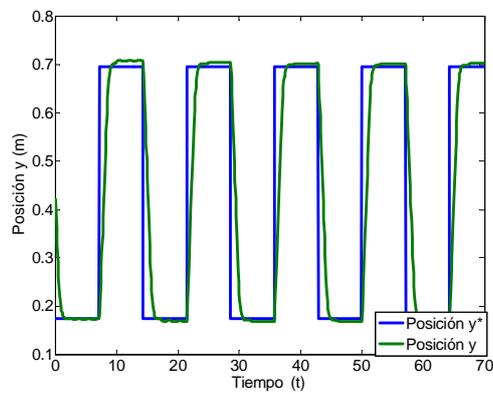
Intersección de los ángulos de la grúa.



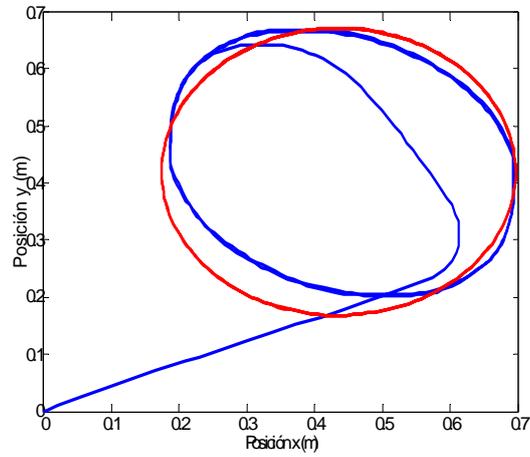
Seguimiento de la posición x de la grúa aplicándole un control PD mas un acoplamiento.



Seguimiento de la posición en la dirección y de la grúa mediante un control PD con acoplamiento.



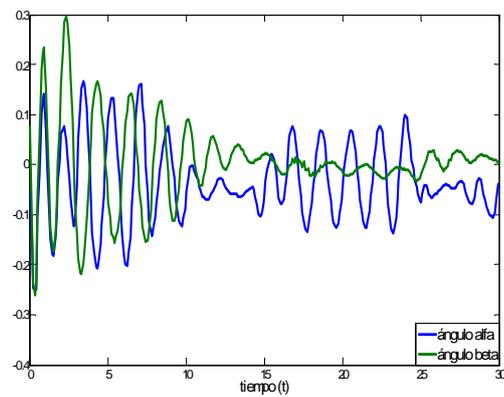
Regulación de la posición con un control PD en compensación con un acoplamiento.



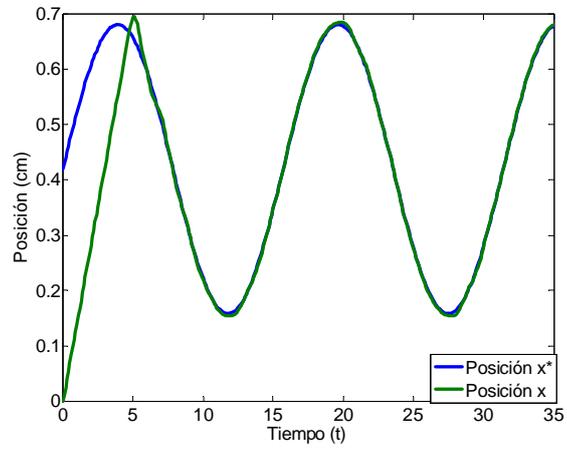
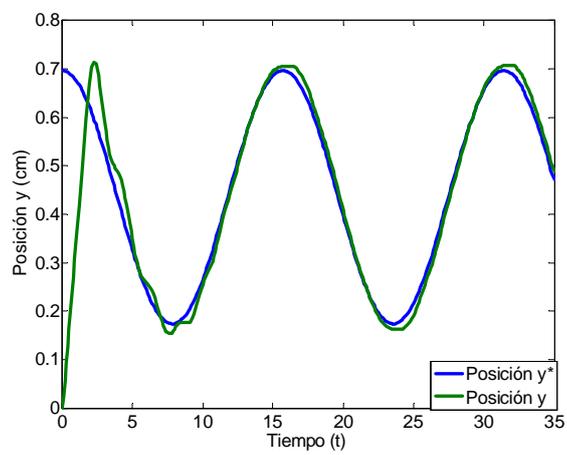
Intersección de las posiciones de la grúa.

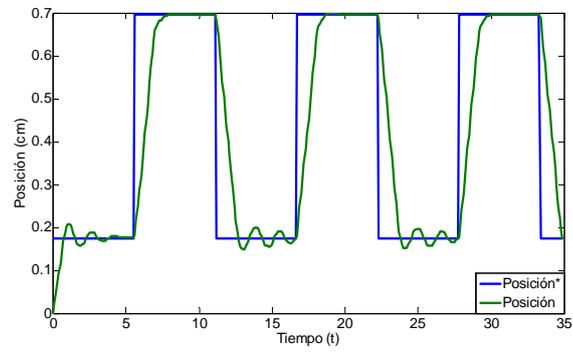
3.5.3. Control PID

A continuación se observa el desempeño del control PID aplicado a la grúa de laboratorio.

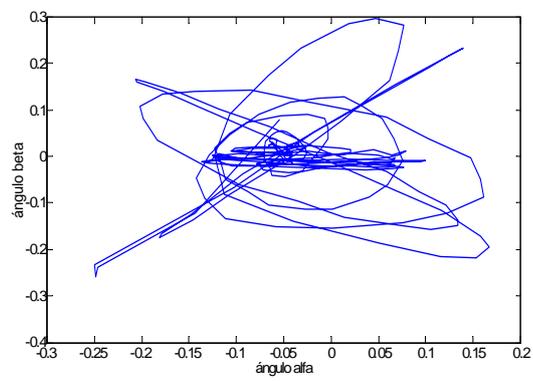


Ángulos de la grúa con control PID.

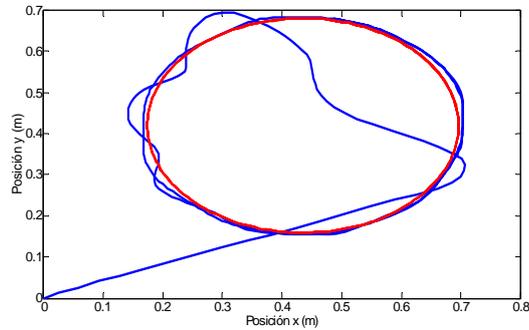
Posición x de la grúa con control PID.Posición y con control PID para la grúa.



Regulación de la posición con control PID.



Intersección de los ángulos de la grúa con control PID.



Intersección de las posiciones de la grúa con control PID.

3.6. Conclusiones

En éste capítulo , el PID clásico lineal es utilizado para el control de la grúa. La contribución teórica se presenta en que las condiciones de estabilidad asintótica semiglobal y local son mas simples que otros, y esas condiciones dan un método explícito para decidir las ganancias del PID. La técnica avanzada propuesta es que el método de sintonización sistemática del PID da origen al análisis de estabilidad. De los resultados obtenidos se puede observar que el control PID tiene un mejor control sobre la grúa a pesar del desempeño de las otras técnicas de control. Las aproximaciones anteriores son exitosamente aplicadas al prototipo experimental.

Capítulo 4

Control Neuronal de Anti-Oscilación y de Posición con Estabilidad Garantizada

4.1. Redes neuronales

Los sistemas biológicos proveen de muchas pistas para el desarrollo del aprendizaje robusto (altamente estable) y de algoritmos adaptables. Dichos sistemas procesan la información en forma diferente a los esquemas de control convencionales, ya que no están basados en ningún modelo, sin embargo, son muy eficientes para tratar con incertidumbres y complejidades.

Tales sistemas no requieren del desarrollo de un modelo matemático para ejecutar tareas complejas. Ciertamente, pueden aprender a ejecutar nuevas tareas y adaptarse fácilmente a cambios en el ambiente. Si los principios fundamentales de la computación encajaran en los sistemas biológicos (por ejemplo: el cerebro), entonces una generación totalmente nueva de métodos de control podría ser desarrollada más allá de las capacidades de las técnicas actuales, basadas en un modelo matemático explícito.

Se dice que un sistema de control tiene la habilidad de aprender si adquiere información

durante la operación, de comportamientos desconocidos de la planta y de su ambiente, tal que la ejecución completa sea mejorada. Con este enriquecimiento el controlador podría expandir su región de operación, implementando así un sistema autónomo.

Una clase de modelos, con la potencialidad de implementar este aprendizaje, son las redes neuronales artificiales. Y aunque la morfología neuronal del sistema nervioso es mucho más compleja, una analogía simplificada puede ser desarrollada, la cual podría ser utilizada en aplicaciones de ingeniería. Tomando como base esta comprensión simplificada, se pueden desarrollar las estructuras de las redes neuronales artificiales.

4.1.1. Modelo de una neurona

Una red neuronal artificial (RNA) es un elemento capaz de procesar gran cantidad de información en forma paralela y distribuida, inspirada en las redes neuronales biológicas, las cuales pueden almacenar conocimiento experimental y tenerlo disponible para su uso. Algunas de sus similitudes con el cerebro son:

1. El conocimiento es adquirido a través del proceso de aprendizaje.
2. La conectividad entre neuronas es llamada pesos sinápticos y estos son utilizados para almacenar el conocimiento.

El procedimiento para el proceso de aprendizaje es conocido como algoritmo o ley de aprendizaje. Su función es modificar los pesos sinápticos de la red neuronal para alcanzar una meta preestablecida. La modificación de los pesos provee el método tradicional para el diseño e implementación de las redes neuronales.

La neurona es la unidad fundamental para la operación de la red neuronal. La figura (4.1) muestra el esquema de una neurona. Los elementos básicos de la RNA son:

1. Un conjunto de uniones sinápticos, en cada elemento, caracterizadas por su propio peso.

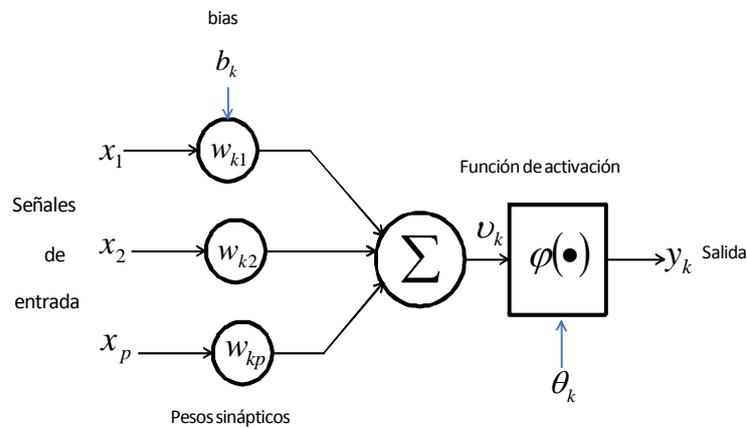


Figura 4.1: Modelo no lineal de una neurona.

2. Un sumador, el cual suma los componentes de la señal de entrada multiplicados por su respectivo peso sináptico.
3. Una función de activación no lineal que transforma la salida del sumador en la entrada de la siguiente neurona.
4. Un umbral externo para reducir la entrada de la función de activación.

En términos matemáticos, la i -ésima neurona se describe como:

$$u_i = \sum_{j=1}^p \omega_{ij} x_j$$

$$y_i = \varphi(u_i + b_i)$$

donde:

x_p : p -ésimo componente de la entrada.

ω_{ip} : peso de la conexión entre la p -ésima componente de la entrada y la i -ésima neurona..

u_i : salida del sumador.

b_i : umbral.

$\varphi(\cdot)$: función de activación no lineal.

y_i : salida de la i -ésima neurona.

La función de activación no lineal es denotado por $\varphi(\cdot)$ y genera el elemento de la salida y_i , por lo tanto de (\cdot) , se obtiene:

$$y_i = \varphi(v_i)$$

Una clasificación para este tipo de funciones de activación es la siguiente:

- Diferenciable y no diferenciable.
- Tipo pulso y tipo escalón.
- Positiva y promedio cero.

La primera clasificación se distingue por tener funciones suaves y discontinuas. Las funciones suaves son necesarias para algunos algoritmos de adaptación como el de propagación hacia atrás, mientras que las funciones discontinuas son necesarias para generar una salida binaria. La segunda clasificación se distingue por tener funciones con un solo valor significativo de salida cuando las entradas están cerca de cero, porque las funciones solo cambian significativamente alrededor del cero. La última clasificación se refiere a las funciones positivas que cambian de 0 en $-\infty$ a 1 en ∞ y a las funciones de promedio cero que cambian de -1 en $-\infty$ a 1 en ∞ .

4.1.2. Redes neuronales dinámicas

Este tipo de redes se distinguen de las redes neuronales estáticas porque tienen al menos un ciclo de retroalimentación. Estos ciclos involucran el uso del tiempo discreto y de bifurcaciones compuestas por elementos de una unidad de retraso. Esta unidad se denota por z^{-1} , tal que $u(k-1) = z^{-1}u(k)$, con k -ésimo muestreo en el tiempo. La ecuación de las redes neuronales dinámicas son:

- Tiempo discreto:

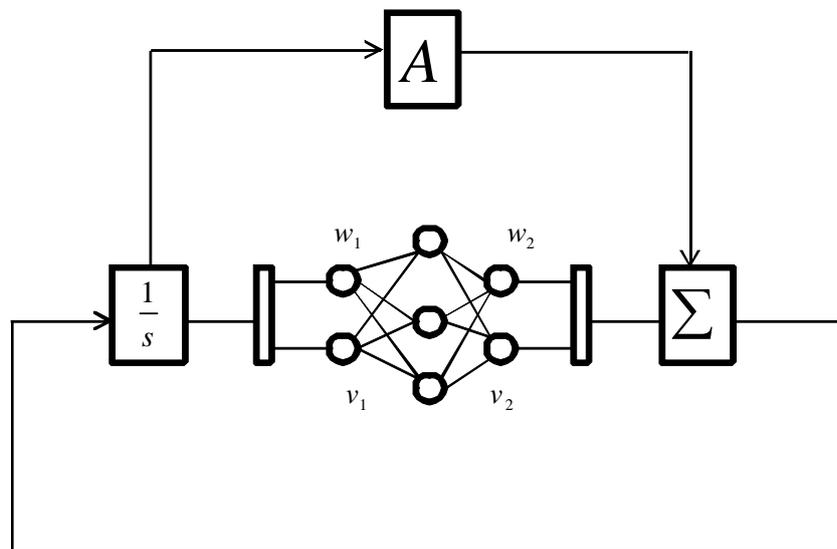


Figura 4.2: Esquema de una red neuronal dinámica.

$$y(k+1) = g(y(k), y(k+1), \dots, y(k-n); u(k), u(k+1), \dots, u(k-m))$$

- Tiempo continuo:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \omega_1 \sigma(v_1 x) + \omega_2 \phi(v_2 x) u$$

donde $\sigma(\cdot)$ y $\phi(\cdot)$ son funciones sigmoideas que dependen de los pesos v_1 y v_2 y de los estados x de la planta, ω_1 y ω_2 son los pesos de la red neuronal, A es la matriz Hurwitz, u es la entrada de control y \hat{x} es la derivada de los estados de la red neuronal y x son los estados de entrada a la red neuronal.

Los ciclos de retroalimentación traen como resultado un comportamiento dinámico no lineal debido a la función de activación no lineal de las neuronas. Como consecuencia, se les llama redes neuronales dinámicas. Estas redes neuronales ofrecen grandes ventajas computacionales.

4.2. Control PID

El control Proporcional-Integral-Derivativo (PID) se utiliza ampliamente en grúas industriales [37]. En la ausencia de conocimiento de la grúa, un controlador PID puede ser el mejor controlador, ya que es un modelo libre, y sus parámetros se pueden ajustar fácilmente y por separado [72]. Sin embargo, un integrador en un controlador PID reduce el ancho de banda del sistema en lazo cerrado. Con el fin de eliminar el error de estado estacionario causada por la incertidumbre y el ruido, la ganancia del integrador tiene que ser incrementado. Esto conduce a un rendimiento transitorio deficiente, incluso destruye la estabilidad. Por lo tanto, muchas grúas utilizan un control puro proporcional-derivativo (PD) o control PD con una pequeña ganancia integral [48].

En el caso de regulación, un controlador PD puede garantizar la estabilidad (acotada) de una grúa. Sin embargo, la estabilidad asintótica no se consigue cuando la dinámica de la grúa contiene fricción y pares de vectores gravitacionales. Del punto de vista de control, este error de estado estable se pueden eliminar mediante la introducción de un componente integral para el control PD. Es el control PID. Además de los problemas transitorios y estabilidad del integrador, el análisis de la teoría también es difícil para el control industrial PID lineal. Con el fin de asegurar la estabilidad asintótica del control PID, un método popular es la de modificar el PID lineal en no lineal. Por ejemplo, el error de posición se modificó en forma no lineal en [8]; El término integral se saturó por una función no lineal en [73]; la entrada se saturó en [6]; un término integral extra en la posición de filtrado se añadió en [59]; el control de estructura variable y control neuronal se combina con el control PID clásico en [61] y [21]. La estabilidad (no la estabilidad asintótica) del control PID lineal se demostró en [65], donde la dinámica de la grúa fue re-escrito en un sistema desacoplado lineal y un sistema no lineal acotada. En [42], la estabilidad asintótica del PID lineal se demostró, sin embargo, las condiciones de las ganancias PID lineales no son explícitas.

Un modelo de compensación basada en acciones de control PD es un método alternativo para el control PID [72], como compensación de la gravedad de adaptación [75], la compensación basada en Lyapunov [23], compensación deseada de la gravedad [42], y un PD más

la medición de la posición [62]. Todos ellos necesitan información de la estructura de la gravedad de la grúa. Algunos controladores no lineales PD también puede lograr la estabilidad asintótica, por ejemplo el control PD con ganancias variantes en el tiempo [63], el control PD con ganancias no lineales [58], y el control PD con compensación de modo deslizante [61]. Sin embargo, estos controladores son complejas y muchas propiedades del control PID lineal no existen.

La compensación inteligente para el control PD no necesita ningún modelo matemático, que es un compensador de modelo libre. Se pueden clasificar en compensador difuso [51], PID difuso [29], compensador neuronal [49] y compensador neuronal-difuso [12][25]. La idea básica detrás de estos controladores es el uso de un error de seguimiento de filtro en el análisis basado en Lyapunov [48]. Para algoritmos de ajuste, que son similares con los métodos de control adaptable robustos [35], la derivada de la función de Lyapunov es negativa, siempre que el error de seguimiento de filtro este fuera de la bola con un radio $\frac{B}{K_v}$, aquí B es el límite superior de todas las incertidumbres desconocidos, K_v es la ganancia derivada en el control PD. Estos controladores PD neuronales son finalmente acotados uniformemente (UUB) y los errores de seguimiento son más pequeños con el aumento de la ganancia K_v . El costo de una K_v grande, que es el desempeño transitorio, se vuelve lento. Sólo cuando $K_v \rightarrow \infty$, el error de seguimiento converge a cero [28].

Es bien sabido que el método más simple para reducir el error de seguimiento es añadiendo una acción integral, es decir, cambiar el control PD neuronal por un control PID neuronal. Una pregunta natural: ¿por qué no agregar un integrador en lugar de aumentar la ganancia derivada en el control PD neuronal?

Existen dos enfoques diferentes para combinar con el control PID de control inteligente, tal como el control neuronal. La primera de ellas son las redes neuronales que se forman en la estructura PID [18][66][76]. Por adecuadas leyes de actualización, los parámetros de los controladores PID se cambia de manera que los sistemas en lazo cerrado son estables. Ellos no son verdaderos controladores PID industriales, debido a que las ganancias de PID (pesos de las redes neuronales) son variantes en el tiempo. El segundo método consiste en técnicas inteligentes que se utilizan para ajustar los parámetros de los controladores PID, tales como

ajuste difuso [52], sintonización neuronal [31][84], y ajustes expertos [39]. Los controladores PID son todavía lineal industrial, sin embargo la estabilidad del sistema de lazo cerrado no está garantizada. El control PID neuronal de este trabajo supera las desventajas anteriores. Se trata de un controlador PID industrial lineal con un compensador neuronal. El principal obstáculo de este PID neuronal es lo difícil de la parte teórica en el análisis de la estabilidad. Incluso para PID lineal, no es fácil de demostrar estabilidad asintótica [42]. Sin la garantía teórica para este control PID neuronal, las aplicaciones industriales no se puede llevar a cabo de forma segura.

En este trabajo, el control PD neuronal de la grúa se extiende al control PID neuronal. La estabilidad asintótica semiglobal de este control neuronal ha sido comprobado. Se dan condiciones explícitas para la elección de ganancias PID. Cuando no se dispone de la medición de las velocidades, también se demuestra la estabilidad asintótica local con un observador de velocidad. A diferencia de los otros controladores neuronales, el PID neuronal no necesita grandes ganancias derivadas e integrales para asegurar la estabilidad asintótica. Se aplica este control neuronal a una grúa en el laboratorio de Control Automático del CINVESTAV. Los resultados experimentales muestran que este control PID neuronal tiene ventaja sobre los controladores PD / PID.

4.3. Control neuronal

[80] El control antibalaceo es desarrollado en un esquema de control por retroalimentación sin necesidad de utilizar un sensor de ángulo de balanceo real. La red neuronal, estima los parámetros y controla la posición junto con el ángulo de balanceo de la carga útil.

Específicamente, el movimiento del balanceo de la carga útil es estimada desde la aceleración del carrito y el voltaje de entrada del actuador usando redes hacia adelante (feedforward) multicapa. Ver figura 4.4.

La salida de la j -ésima neurona en la capa oculta esta dada por

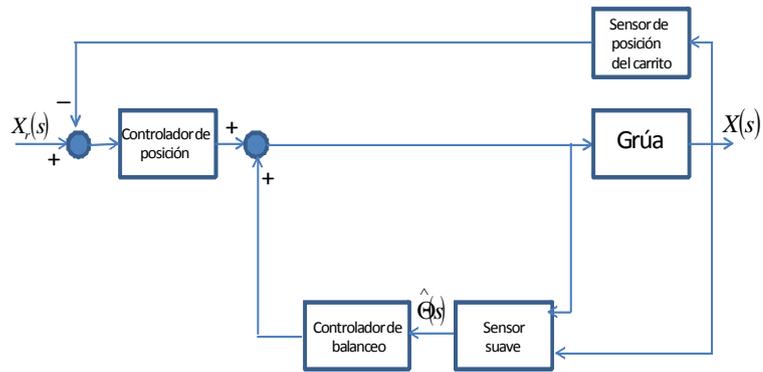


Figura 4.3: Control antibalanceo con redes neuronales.

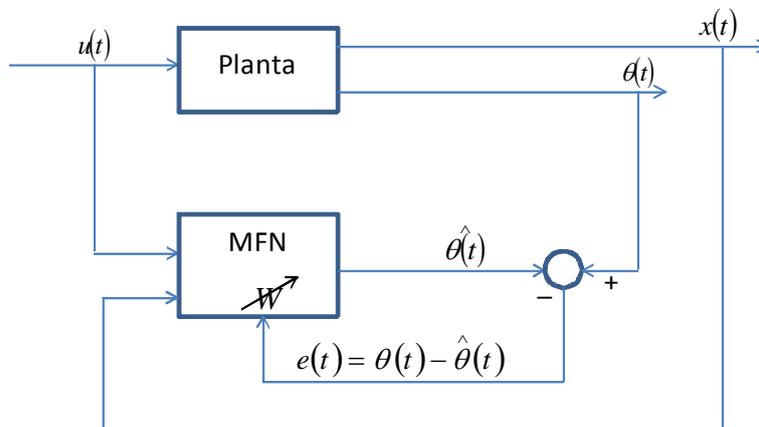


Figura 4.4: Entrenamiento de la red neuronal.

$$h_j = f \left(\sum_{i=1}^m w_{ji} x_i + b_j \right) \quad (4.1)$$

Por otra parte, la salida de la red es

$$y = f \left(\sum_{i=1}^k w_{oi} h_i + b_o \right) \quad (4.2)$$

donde $f(\cdot)$, w_{oi} , y b_o son la función de activación de la neurona de la capa de salida, pesos y bias, respectivamente. El proceso de aprendizaje en este caso el backpropagation de MFN es llevado a cabo usando datos de entrada-salida para actualizar los pesos y bias. Éste algoritmo de aprendizaje se utiliza para minimizar el siguiente error medio cuadrático basado sobre un conjunto de patrones N dados.

$$E = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N (d_i - y_i)^2 \quad (4.3)$$

La ecuación de actualización de los pesos esta dada por

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta \left(\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \right) \quad (4.4)$$

Para desarrollar el control basado en redes neuronales en resumen se puede decir que:

1. La colección de entrada y el preprocesamiento de datos de entrada (si es necesario). Este incluye el número de datos muestreados y la normalización.
2. Determinar la estructura de la NN, incluyendo número de entradas, neuronas, capas ocultas y funciones de activación.
3. Entrenamiento de la NN, utilizando el patrón de entrada y la salida deseada
4. Validación de la NN entrenada.

4.4. Control PID neuronal

Muchas grúas industriales pueden ser expresadas en forma Lagrangiano

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F(\dot{q}) = u \quad (4.5)$$

donde $q = [x \ y \ \alpha \ \beta \ R]^T$, $M(q)$ es la matriz de inercia, $C(q, \dot{q}) = \{c_{kj}\}$ representa la fuerza centrífuga, $G(q)$ es un vector de pares de gravedad, $F(\dot{q})$ es fricción. Todos los términos $M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $G(q)$ y $F(\dot{q})$ son desconocidas. $u \in R^n$ es la entrada de control. La fricción $F(\dot{q})$ esta representada por el modelo de fricción de Coulomb

$$F(\dot{q}) = K_{f1}\dot{q} + K_{f2} \tanh(k_{f3}\dot{q}) \quad (4.6)$$

donde k_{f3} es una constante grande positiva, tal que $\tanh(k_{f3}\dot{q})$ puede aproximarse a $\text{sign}(\dot{q})$, K_{f1} y K_{f2} son coeficientes positivos. Usamos un modelo simple para la fricción como [48] y [42],

$$F(\dot{q}) = K_{f1}\dot{q} \quad (4.7)$$

Cuando $G(q)$ y $F(\dot{q})$ son desconocidos, podemos utilizar una red neuronal para aproximarlos como

$$\begin{aligned} f(q, \dot{q}) &= G(q) + F(\dot{q}) \\ \hat{f}(q, \dot{q}) &= \widehat{W}\sigma(q, \dot{q}), \quad f(q, \dot{q}) = W^*\sigma(q, \dot{q}) + \phi(q) \end{aligned} \quad (4.8)$$

donde W^* es el peso constante desconocido, \widehat{W} es el peso estimado, $\phi(q, \dot{q})$ es el error de aproximación neuronal, σ es una función de activación neuronal, aqui usamos la función Gaussiana tal que $\sigma(q, \dot{q}) \geq 0$.

Debido a que el vector \dot{q} no siempre está disponible, podemos usar un observador de velocidad para aproximarlo. Esta red de parametros lineales es una red neuronal simple. De acuerdo a la teoria de aproximación de función universal, la función suave $f(q, \dot{q})$ puede ser aproximada por una red neuronal multicapa con una capa oculta en cualquier precisión deseada proporcionando pesos adecuados y neuronas ocultas.

$$\hat{f}(q, \dot{q}) = \widehat{W}\sigma(\widehat{V}[q\dot{q}]), \quad f(q) = W^*\sigma(V^*[q\dot{q}]) + \phi(q, \dot{q}) \quad (4.9)$$

donde $\widehat{W} \in R^{n \times m}$, $\widehat{V} \in R^{m \times n}$, m es el número de nodos ocultos, \widehat{V} es el peso de la capa oculta. Para simplificar el análisis teórico, primero se utiliza una red de parámetros lineales (4.8), entonces se muestra que la red neuronal multicapa (4.9) puede también ser utilizado para el control neuronal. Las dinámicas de la grúa (4.5) tienen las siguientes propiedades estándar [72] que pueden ser usadas para probar la estabilidad.

P1. La matriz de inercia $M(q)$ es simétrica definida positiva, y

$$0 < \lambda_m \{M(q)\} \leq \|M\| \leq \lambda_M \{M(q)\} \leq \beta, \quad \beta > 0 \quad (4.10)$$

donde $\lambda_M \{M\}$ y $\lambda_m \{M\}$ son los eigenvalores máximos y mínimos de la matriz M .

P2. Para la matriz Centrífuga y Coriolis $C(q, \dot{q})$, existe un número $k_c > 0$ tal que

$$\|C(q, \dot{q}) \dot{q}\| \leq k_c \|\dot{q}\|^2, \quad k_c > 0 \quad (4.11)$$

y $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ es antisimétrica, i.e.

$$x^T \left[\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q}) \right] x = 0 \quad (4.12)$$

también

$$\dot{M}(q) = C(q, \dot{q}) + C(q, \dot{q})^T \quad (4.13)$$

P3. El error de aproximación neuronal $\phi(q, \dot{q})$ es Lipschitz sobre q y \dot{q}

$$\|\phi(x) - \phi(y)\| \leq k_\phi \|x - y\| \quad (4.14)$$

De (4.8) se sabe que

$$G(q) + F(\dot{q}) = W^* \sigma(q, \dot{q}) + \phi(q, \dot{q}) \quad (4.15)$$

Ya que $G(q)$ y $F(\dot{q})$ satisfacen la condición de Lipschitz, **P3** es asignado.

Para simplificar el cálculo se utiliza un modelo simple para la fricción como en (4.7), la cota inferior de $\int \phi(q) dq$ puede ser estimada como

$$\int_0^t \phi(q, \dot{q}) dq = \int_0^t G(q) dq + \int_0^t F(\dot{q}) dq - \int_0^t W^* \sigma(q) dq \quad (4.16)$$

donde $U(q_t)$ es la energía potencial de la grúa, $\frac{\partial U}{\partial q} = G(q)$. Debido a que $\sigma(\cdot)$ es una función Gaussiana, $W^* \sigma(q) > 0$. Con $U(q_t) > 0$

$$\int_0^t \phi(q, \dot{q}) dq > K_{f1} q_t - K_{f1} q_0 - \frac{1}{2} \sqrt{\pi} W^*$$

donde $\int_0^t \sigma(q) = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \operatorname{erf}(q)$. Ya que el espacio de trabajo de la grúa (todo el conjunto de puntos alcanzables por la grúa) es conocido, $\min\{q_t\}$ puede ser estimado. Definimos la cota inferior de $\int_0^t \phi(q) dq$ como

$$k_\phi = K_{f1} \min\{q_t\} - K_{f1} q_0 - \frac{1}{2} \sqrt{\pi} W^* \quad (4.17)$$

Dando un vector deseado $q^d \in R^n$, el objetivo del control de la grúa es diseñar una entrada u en (4.5) tal que error de regulación

$$\tilde{q} = q^d - q \quad (4.18)$$

$\tilde{q} \rightarrow 0$ y $\dot{\tilde{q}} \rightarrow 0$ cuando las condiciones iniciales se encuentran en un dominio de atracción arbitrario

La ley PID industrial clásico es

$$u = K_p \tilde{q} + K_i \int_0^t \tilde{q}(\tau) d\tau + K_d \dot{\tilde{q}} \quad (4.19)$$

donde K_p , K_i y K_d son las ganancias proporcional, integral y derivativo del controlador PID, respectivamente.

Cuando la dinámica desconocida $\|f(q, \dot{q})\|$ en (4.8) es grande para asegurar la estabilidad asintótica, la ganancia integral K_i tiende a incrementarse. Esto puede causar gran exceso, mala estabilidad e integrador windup. Una compensación en modelo libre es una solución alternativa, donde $f(q)$ es el estimado mediante una red neuronal como en (4.8). El control PD neuronal normal es [48]

$$u = K_p \tilde{q} + K_d \dot{\tilde{q}} + \hat{f} \quad (4.20)$$

donde $\hat{f}(q, \dot{q}) = \widehat{W} \sigma(q, \dot{q})$. Con el error filtrado $r = \tilde{q} + \Lambda \dot{\tilde{q}}$, (4.20) llega a ser

$$u = K_v r + \hat{f} \quad (4.21)$$

El control (4.21) evita problemas al integrador en (4.19). Diferente al control PID industrial, no pueden alcanzar la estabilidad asintótica. La condición de estabilidad de control PD neuronal (4.20) es $\|r\| > \frac{B}{K_v}$, B es una constante [50]. Para decrementar $\|r\|$, K_d tiende a ser incrementado. Esto hace largo el tiempo de solución del problema. La estabilidad asintótica ($r \rightarrow 0$) requiere que $K_v \rightarrow \infty$.

En esta tesis, un integrador es añadido dentro del control PD neuronal normal (4.20), que tiene una forma similar a un PID industrial en (4.19),

$$u = K_p \tilde{q} + K_d \dot{\tilde{q}} + K_i \int_0^t \tilde{q}(\tau) d\tau + \hat{f} \quad (4.22)$$

Debido a que en el caso de regulación $\dot{q}^d = 0$, $\dot{\tilde{q}} = -\dot{q}$, la ley de control PID puede ser expresado mediante las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} u &= K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + \xi + \widehat{W} \sigma(q, \dot{q}) \\ \dot{\xi} &= K_i \tilde{q}, \quad \xi(0) = \xi_0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Requerimos que la parte del control PID de (4.23) este desacoplado, i.e. K_p, K_i y K_d son matrices diagonales definidas positivas. El sistema en lazo cerrado de la grúa (4.5) es

$$\begin{aligned} M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + \tilde{f}(q, \dot{q}) \\ = K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + \xi \\ \dot{\xi} = K_i \tilde{q} \end{aligned} \quad (4.24)$$

donde $\tilde{f} = f - \hat{f}$

$$\tilde{f} = W^* \sigma(q) + \phi(q) - \widehat{W} \sigma(q) = \tilde{W} \sigma(q) + \phi(q) \quad (4.25)$$

aquí $\tilde{W} = W^* - \widehat{W}$. En forma matricial, el sistema en lazo cerrado es

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_i \tilde{q} \\ -\dot{q} \\ \ddot{q}^d + M^{-1} \begin{pmatrix} C \dot{q} + \tilde{W} \sigma(q) + \phi(q, \dot{q}) \\ -K_p \tilde{q} + K_d \dot{q} - \xi \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

El equilibrio de (4.26) es $\left[\xi, \tilde{q}, \dot{\tilde{q}} \right] = [\xi^*, 0, 0]$. Ya que el punto de equilibrio $q = q^d$ y $\dot{q}^d = 0$, el equilibrio es $[\phi(q^d), 0, 0]$. Simplificamos $\phi(q^d, 0)$ como $\phi(q^d)$.

Para mover el punto de equilibrio al origen, definimos

$$\tilde{\xi} = \xi - \phi(q^d) \quad (4.27)$$

Las ecuaciones finales en lazo cerrado llegan a ser

$$\begin{aligned} M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + \tilde{W}\sigma(q, \dot{q}) + \phi(q, \dot{q}) \\ = K_p\tilde{q} - K_d\dot{\tilde{q}} + \tilde{\xi} + \phi(q^d) \\ \dot{\tilde{\xi}} = K_i\tilde{q} \end{aligned} \quad (4.28)$$

El siguiente teorema da un análisis de estabilidad del control PID neuronal. De este teorema podemos ver como elegir las ganancias del PID y como entrenar a los pesos del compensador neuronal en (4.23). Otra conclusión importante es el control PID neuronal (4.23) puede forzar al error \tilde{q} a cero.

Teorema 4.1 *Considere una grúa (4.5) controlado por un PID neuronal (4.23), el sistema en lazo cerrado (4.28) es semiglobalmente asintóticamente estable¹ en el punto de equilibrio*

¹Funcion de Lyapunov: Sea $x = 0$ un punto de equilibrio de y $D \subset \mathbb{R}^n$ sea un dominio que contiene a $x = 0$. Sea $V : D \rightarrow \mathbb{R}$ una funcion continuamente diferenciable, tal que

$$\begin{aligned} V(0) = 0 \text{ y } V(x) > 0 \text{ en } D - \{0\} \\ \dot{V}(x) \leq 0 \text{ en } D \end{aligned} \quad (4.29)$$

Entonces $x = 0$ es estable Sin embargo, si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ en } D - \{0\}$$

entonces $x = 0$ es asintóticamente estable y si se satisface (4.29), por consiguiente $V(x)$ es una funcion de Lyapunov.

$x = \left[\xi - \phi(q^d), \tilde{q}, \dot{\tilde{q}} \right]^T = 0$, satisfaciendo las siguientes ganancias de control

$$\begin{aligned} \lambda_m(K_p) &\geq \frac{3}{2}k_\phi \\ \lambda_M(K_i) &\leq \beta \frac{\lambda_m(K_p)}{\lambda_M(M)} \\ \lambda_m(K_d) &\geq \beta + \lambda_M(M) \end{aligned} \quad (4.30)$$

donde $\beta = \sqrt{\frac{\lambda_m(M)\lambda_m(K_p)}{3}}$, k_ϕ satisfacen (4.14), y los pesos de las redes neuronales (4.8) son actualizados por

$$\dot{\hat{W}} = -K_w \sigma(q, \dot{q}) (\dot{q} + \alpha \tilde{q})^T \quad (4.31)$$

donde α es una constante positiva que satisface

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(M)\lambda_m(K_p)}}{\lambda_M(M)} \geq \alpha \geq \frac{3}{\lambda_m(K_i^{-1})\lambda_m(K_p)} \quad (4.32)$$

Demostración. Se construye una función de Lyapunov como

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \int_0^t \phi(q, \dot{q}) dq - k_\phi + \tilde{q}^T \phi(q^d) \\ &+ \frac{3}{2}\phi(q^d)^T K_p^{-1} \phi(q^d) + \frac{\alpha}{2}\tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} \\ &+ \tilde{q}^T \tilde{\xi} - \alpha \tilde{q}^T M \dot{q} + \frac{\alpha}{2}\tilde{q}^T K_d \tilde{q} + \frac{1}{2}tr(\tilde{W}^T K_w^{-1} \tilde{W}) \end{aligned} \quad (4.33)$$

donde k_ϕ está definida en (4.17) tal que $V(0) = 0$. α es un constante diseñada positiva. Primero se demuestra que V es una función de Lyapunov, $V \geq 0$. El término $\frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q}$ es separado en tres partes, y $V = \sum_{i=1}^4 V_i$

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T \phi(q^d) + \frac{3}{2}\phi(q^d)^T K_p^{-1} \phi(q^d) \\ V_2 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \frac{\alpha}{2}\tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} \\ V_3 &= \frac{1}{6}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} - \alpha \tilde{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M \dot{q} \\ V_4 &= \int_0^t \phi(q) d\tau - k_\phi + \frac{\alpha}{2}\tilde{q}^T K_d \tilde{q} + \frac{1}{2}tr(\tilde{W}^T K_w^{-1} \tilde{W}) \geq 0 \end{aligned} \quad (4.34)$$

Es fácil encontrar que

$$V_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \phi(q^d) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \frac{1}{3}K_p & I \\ I & 3K_p^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \phi(q^d) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Debido a que $K_p \geq 0$, V_1 es una matriz semidefinida positiva, $V_1 \geq 0$.

Cuando $\alpha \geq \frac{3}{\lambda_m(K_i^{-1})\lambda_m(K_p)}$,

$$V_2 \geq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(K_p)} \|\tilde{q}\| - \sqrt{\frac{3}{\lambda_m(K_p)}} \|\tilde{\xi}\| \right)^2 \geq 0 \quad (4.36)$$

Ya que

$$y^T Ax \leq \|y\| \|Ax\| \leq \|y\| \|A\| \|x\| \leq |\lambda_M(A)| \|y\| \|x\| \quad (4.37)$$

Cuando $\alpha \leq \frac{\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(M)\lambda_m(K_p)}}{\lambda_M(M)}$,

$$V_3 \geq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\lambda_m(M)} \|\dot{q}\| - \sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(K_p)} \|\tilde{q}\| \right)^2 \geq 0 \quad (4.38)$$

Obviamente, sí

$$\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(K_i^{-1})\lambda_m^{\frac{3}{2}}(K_p)\lambda_m^{\frac{1}{2}}(M)} \geq \lambda_M(M) \quad (4.39)$$

Entonces existe

$$\frac{\sqrt{\frac{1}{3}\lambda_m(M)\lambda_m(K_p)}}{\lambda_M(M)} \geq \alpha \geq \frac{3}{\lambda_m(K_i^{-1})\lambda_m(K_p)} \quad (4.40)$$

Esto significa sí K_p es suficientemente grande o K_i es suficientemente pequeño, (4.39) se establece, y $V(\dot{q}, \tilde{q}, \tilde{\xi})$ es globalmente definida positiva. Usando $\frac{d}{dt} \int_0^t \phi(q, \dot{q}) dq = \frac{\partial \int_0^t \phi(q, \dot{q}) dq}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial t} = \dot{q}^T \phi(q, \dot{q})$, $\frac{d}{dt} \phi(q^d) = 0$ y $\frac{d}{dt} [\tilde{q}^T \phi(q^d)] = \dot{\tilde{q}}^T \phi(q^d)$, la derivada de V es

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{q}^T M \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M} \dot{q} + \tilde{q}^T K_p \dot{\tilde{q}} + \phi(q, \dot{q})^T \dot{q} \\ &+ \dot{\tilde{q}}^T \phi(q^d) + tr \left(\tilde{W}^T K_w^{-1} \dot{\tilde{W}} \right) \\ &+ \alpha \dot{\tilde{\xi}}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} + \dot{\tilde{q}}^T \tilde{\xi} + \tilde{q}^T \dot{\tilde{\xi}} - \alpha \left(\dot{\tilde{q}}^T M \dot{q} + \tilde{q}^T \dot{M} \dot{q} + \tilde{q}^T M \ddot{q} \right) \\ &+ \alpha \dot{\tilde{q}}^T K_d \dot{\tilde{q}} \end{aligned} \quad (4.41)$$

Empleando (4.12), el primero de los tres términos de (4.41) se convierte en

$$-\dot{q}^T \phi(q) - \dot{q}^T K_d \dot{q} + \dot{q}^T \tilde{\xi} + \dot{q}^T \phi(q^d) + \dot{q}^T \tilde{W} \sigma(q, \dot{q}) \quad (4.42)$$

Y

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -[\lambda_m(K_d) - \alpha\lambda_M(M) - \alpha k_c \|\tilde{q}\|] \|\dot{q}\|^2 \\ & - [\alpha\lambda_m(K_p) - \lambda_M(K_i) - \alpha k_g] \|\tilde{q}\|^2 \end{aligned} \quad (4.43)$$

Si

$$\|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_M(M)}{\alpha k_c} \quad (4.44)$$

Y

$$\begin{aligned} \lambda_m(K_d) & \geq (1 + \alpha) \lambda_M(M) \\ \lambda_m(K_p) & \geq \frac{1}{\alpha} \lambda_M(K_i) + k_g \end{aligned} \quad (4.45)$$

entonces $\dot{V} \leq 0$, $\|\tilde{q}\|$ decrece. Entonces se establece la ecuación (4.45). Utilizando (4.39) y $\lambda_m(K_i^{-1}) = \frac{1}{\lambda_M(K_i)}$, (4.45) es (4.30).

\dot{V} es semidefinida negativa. Se define una bola Σ de radio $\sigma > 0$ centrada en el origen del espacio de estados, que proporciona estas condiciones.

$$\Sigma = \left\{ \tilde{q} : \|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_M(M)}{\alpha k_c} = \sigma \right\} \quad (4.46)$$

\dot{V} es semidefinida negativa sobre la bola Σ . Existe una bola Σ de radio $\sigma > 0$ centrada en el origen del espacio de estados en la que $\dot{V} \leq 0$. El origen de la ecuación en lazo cerrado (4.28) es un punto de equilibrio estable. Ya que la ecuación en lazo cerrado es autónomo, se emplea el teorema de La Salle.

Se define Ω como

$$\begin{aligned} \Omega & = \left\{ x(t) = [\tilde{q}, \dot{q}, \tilde{\xi}] \in R^{3n} : \dot{V} = 0 \right\} \\ & = \left\{ \tilde{\xi} \in R^n : \tilde{q} = 0 \in R^n, \dot{q} = 0 \in R^n \right\} \end{aligned} \quad (4.47)$$

De (4.41), $\dot{V} = 0$ sí y solo sí $\tilde{q} = \dot{q} = 0$. Para una solución $x(t)$ pertenece a Ω para todo $t \geq 0$, es necesario y suficiente que $\tilde{q} = \dot{q} = 0$ para todo $t \geq 0$. Por lo tanto, también se puede cumplir $\tilde{q} = 0$ para todo $t \geq 0$. Se llega a la conclusión de que desde el sistema en lazo cerrado (4.28), si $x(t) \in \Omega$ para todo $t \geq 0$, entonces

$$\begin{aligned} \phi(q, \dot{q}) & = \phi(q^d, 0) = \tilde{\xi} + \phi(q^d, 0) \\ \dot{\tilde{\xi}} & = 0 \end{aligned} \quad (4.48)$$

implica que $\tilde{\xi} = 0$ para todo $t \geq 0$. Así, $x(t) = [\tilde{q}, \dot{q}, \tilde{\xi}] = 0 \in R^{3n}$ es la única condición inicial en Ω para el cual $x(t) \in \Omega$ para todo $t \geq 0$.

Finalmente, se concluye que de todo esto que el origen del sistema en lazo cerrado (4.28) es localmente asintóticamente estable. Ya que $\frac{1}{\alpha} \leq \lambda_m(K_i^{-1}) \lambda_m(K_p)$, la cota superior para $\|\tilde{q}\|$ puede ser

$$\|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_M(M)}{k_c} \lambda_M(K_i) \lambda_m(K_p) \quad (4.49)$$

Esto establece la estabilidad semiglobal del controlador, en el sentido de que la región de atracción puede ser arbitrariamente ampliada con una elección adecuada de las ganancias. Es decir, incrementando K_p la región de atracción crecerá. ■

Comentario 4.1 *Del análisis anterior de estabilidad, se ve que las ganancias de las matrices del control PID neuronal (4.23) pueden ser elegidos directamente de las condiciones (4.30). El procedimiento de sintonización de los parámetros del PID es más simple que [6][8][42][58][65]. No se necesita información del modelo. Las cotas superior o inferior de las ganancias del PID necesitan el eigenvalor máximo de M en (4.30), que puede ser estimado sin calcular M .*

$$\lambda_M(M) \leq \beta, \quad \beta \geq n \left(\max_{i,j} |m_{ij}| \right) \quad (4.50)$$

donde m_{ij} coloca el ij -ésimo elemento de M , $M \in R^{n \times n}$. Una β puede ser seleccionada tal que sea mucho mas grande que todos los elementos.

Comentario 4.2 *La principal diferencia entre nuestro control PID neuronal con los otros controladores PD neuronales son las condiciones de estabilidad que se cambian, se requirere el error de regulación*

$$\|\tilde{q}\| < k_1 \lambda_M(K_i) \lambda_m(K_p) \quad (4.51)$$

Los otros controladores PD neuronal necesitan

$$\|\tilde{q}\| > \frac{k_2}{K_v} \quad (4.52)$$

donde k_1 y k_2 son constantes positivas. Obviamente, si la condición inicial no es peor y satisfacen (4.51), (4.51) siempre se cumple, y $\|\tilde{q}\|$ se decrementa a cero. Pero (4.52) no se puede satisfacer cuando $\|\tilde{q}\|$ llega a ser pequeño, así K_v tiende a incrementarse.

Comentario 4.3 Si $f(q)$ desconocido es estimado mediante la red neuronal multicapa (4.9).

El error de modelado (4.25) es

$$\begin{aligned}
\tilde{f} &= f - \hat{f} = W^* \sigma(V^* [q\dot{q}]) + \phi(q, \dot{q}) - \widehat{W} \sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) \\
&= \tilde{W} \sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) - W^* \sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) + W^* \sigma(V^* [q\dot{q}]) + \phi(q, \dot{q}) \\
&= \tilde{W} \sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) + W^* \sigma' \tilde{V} [q\dot{q}] + \epsilon_1 + \phi(q, \dot{q}) \\
&= \tilde{W} [\sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) + \sigma' \tilde{V} [q\dot{q}]] + \widehat{W} \sigma' \tilde{V} [q\dot{q}] + \phi_1(q, \dot{q})
\end{aligned} \tag{4.53}$$

donde $\phi_1(q) = \epsilon_1 + \phi(q, \dot{q})$, ϵ_1 es un error de aproximación de Taylor. La ecuación en lazo cerrado (4.28) es

$$\begin{aligned}
M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + \tilde{W} \left\{ \sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) + \sigma' \tilde{V} [q\dot{q}] \right\} \\
+ \widehat{W} \sigma' \tilde{V} [q\dot{q}] + \phi_1(q, \dot{q}) \\
= K_p \tilde{q} - K_d \dot{q} + \tilde{\xi} + \phi(q^d) \\
\dot{\tilde{\xi}} = K_i \tilde{q}
\end{aligned} \tag{4.54}$$

Si la función de Lyapunov en (??) es cambiada como

$$V_m = V + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\tilde{V}^T K_v^{-1} \tilde{V} \right) \tag{4.55}$$

entonces la derivada de (4.55) es

$$\begin{aligned}
\dot{V}_m &= \dot{V} - \dot{q}^T \tilde{W} \sigma(q [q\dot{q}]) \\
&+ \dot{q}^T \tilde{W} [\sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) + \sigma' \tilde{V} [q\dot{q}]] + \text{tr} \left(\tilde{V}^T K_v^{-1} \dot{\tilde{V}} \right)
\end{aligned} \tag{4.56}$$

Si la regla de entrenamiento (4.31) se cambia como

$$\begin{aligned}
\dot{\widehat{W}} &= -K_w \left\{ \sigma(\widehat{V} [q\dot{q}]) + \sigma' \tilde{V} [q\dot{q}] \right\} (\dot{q} + \alpha \tilde{q})^T \\
\dot{\widehat{V}} &= -K_v \widehat{W} \sigma' q (\dot{q} + \alpha \tilde{q})^T
\end{aligned} \tag{4.57}$$

Comentario 4.4 se establece esta ley de aprendizaje como en el teorema anterior

Un problema común del control PID lineal (4.22) es el integral windup, donde la tasa de integración es mas grande que la velocidad actual del sistema. Las salidas de los integradores puede exceder el límite de saturación del actuador. El actuador puede operar hasta en su limite, no importando las salidas del proceso. Esto significa que el sistema corre con un lazo abierto en lugar de un lazo de retroalimentación constante. Las soluciones de los esquemas anti-windup son sobre todo clasificadas en dos tipos [78]: de integración condicional y cálculo hacia atrás. Se puede mostrar que ninguno de los metodos que existen es capaz de proporcionar un buen desempeño sobre rango amplio del proceso [9]. En éste artículo usamos el algoritmo de integración condicional. El término integral esta limitado para un valor seleccionado:

$$u = K_p \tilde{q} + K_d \dot{\tilde{q}} + \text{sat} \left[K_i \int_0^t \tilde{q}(\tau) d\tau, \nu_{\text{máx}} \right] + \hat{f} \quad (4.58)$$

donde $\text{sat} [x, \nu_{\text{máx}}] = \begin{cases} x & \text{if } \|x\| < \nu_{\text{máx}} \\ \nu_{\text{máx}} & \text{if } \|x\| \geq \nu_{\text{máx}} \end{cases}$. $\nu_{\text{máx}}$ es un valor preescrito al término integral cuando los controladores se saturan. Ésta aproximación es tambien llamada precargado [67]. Ahora el controlador PID llega a ser PID no lineal. La estabilidad asintótica semiglobal tiende a ser analizada por [6]. Cuando $\nu_{\text{máx}}$ es el par máximo de todos los actuadores, $\nu_{\text{máx}} = k_s \text{máx}_i (|u_i^{\text{máx}}|)$, $u_i^{\text{máx}} = \text{máx} (|u_i|)$, $k_s \leq 1$. Una condición necesaria es

$$\nu_{\text{máx}} \geq 3\bar{G}, \quad \|G(q)\| \leq \bar{G}$$

donde $G(q)$ es el par gravitacional de la grúa (4.5), \bar{G} es la cota superior de $G(q)$. k_s es un factor de diseño en el caso de que no todos los términos PID son sometidos a la saturación. Para el controlador (4.58), k_s puede seleccionarse como $k_s = \frac{1}{4}$.

Siguiendo el proceso de (4.8) a (4.17), el PID neuronal con controlador anti-windup (4.58) requieren que

$$\begin{aligned} \nu_{\text{máx}} &\geq 3\bar{\phi} \\ \left\| W^* \sigma(q, \dot{q}) + \phi(q, \dot{q}) \right\| & \\ \leq \left\| W^* \sigma(q, \dot{q}) \right\| + \left\| \phi(q, \dot{q}) \right\| &\leq \bar{\phi} \end{aligned} \quad (4.59)$$

donde $\bar{\phi}$ es la cota superior del estimador neuronal, W^* , $\sigma(q, \dot{q})$ y $\phi(q, \dot{q})$ son definidos en (4.8).

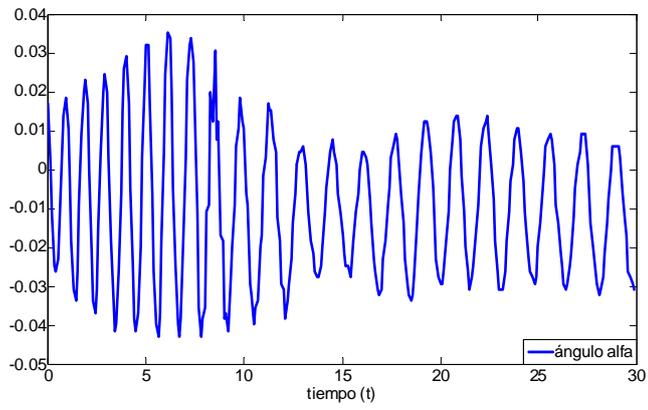
Podemos ver que la primera condición adicional para el PID neuronal con anti-windup es el estimador neuronal que debe ser acotado. Mientras tanto el PID neuronal lineal solo requiere el error de estimación neuronal que satisface la condición de Lipschitz (4.14).

Ya que $u_i^{\text{máx}}$ (o $\nu_{\text{máx}}$) es un requisito físico para el actuador, este no es un parámetro de diseño. Para satisfacer la condición (4.59), debemos forzar a $\bar{\phi}$ tan pequeño como sea posible. Una buena estructura del estimador neuronal puede hacer el término $\|W^*\sigma(q, \dot{q})\|$ mas pequeño, tal como la red neuronal multicapa. Varios metodos pueden ser utilizados para encontrar una buena red neuronal, tal como el algoritmo genético [7]. Además de la optimización de la estructura, la condición inicial para el algoritmo de entrenamiento gradiente (4.31) también afecta a $\bar{\phi}$. Debido a que las condiciones iniciales para \hat{W} y \hat{V} en (4.57) no afectan la propiedad de estabilidad, diseñamos un metodo fuera de línea para encontrar un mejor valor para $\hat{W}(0)$ y $\hat{V}(0)$. Si ponemos $\hat{W}(0) = W_0$, $\hat{V}(0) = V_0$, el algoritmo (4.57) puede hacer el error de identificación convergente, *i.e.*, $\hat{W}(t)$ y $\hat{V}(t)$ hacen el error de identificación más pequeño que el de W_0 y V_0 . $\hat{W}(0)$ y $\hat{V}(0)$ son elegidas mediante los siguientes pasos:

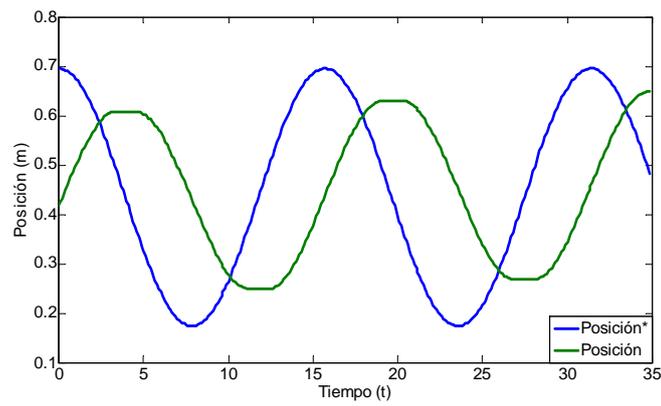
1. Empezar desde una condición inicial para $\hat{W}(0) = W_0$, $\hat{V}(0) = V_0$.
2. Hacer el entrenamiento con (4.57) hasta T_0
3. Sí $\|\tilde{q}(T_0)\| < \|\tilde{q}(0)\|$, dejar a $\hat{W}(T_0)$ y $\hat{V}(T_0)$ como un nuevo $\hat{W}(0)$ y $\hat{V}(0)^0$, *i.e.*, $\hat{W}(0) = \hat{W}(T_0)$, $\hat{V}(0) = \hat{V}(T_0)$, ir al paso 2 para repetir el proceso de entrenamiento.
4. Sí $\|\tilde{q}(T_0)\| \geq \|\tilde{q}(0)\|$, parar la identificación fuera de línea, ahora $\hat{W}(T_0)$ y $\hat{V}(T_0)$ son el valor final para $\hat{W}(0)$ y $\hat{V}(0)$.

4.4.1. Resultados experimentales

Control neuronal

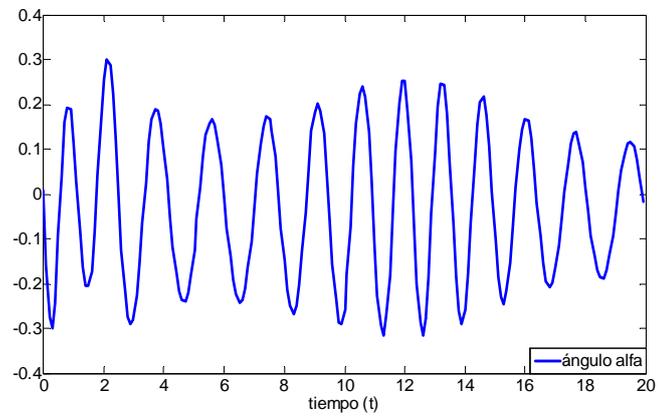


Ángulo de la grúa con control neuronal.

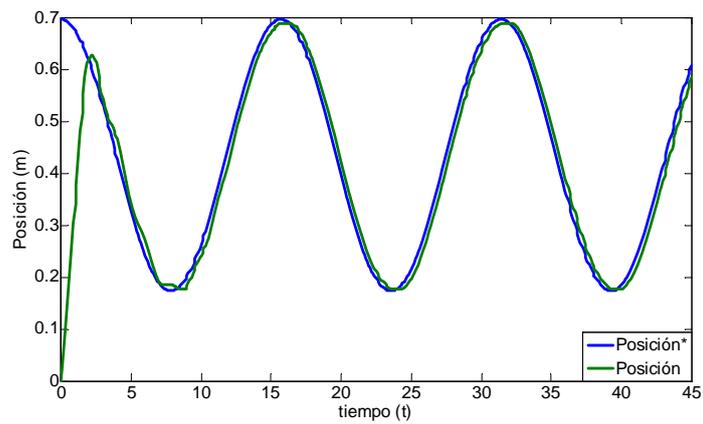


Posición de la grúa con redes neuronales.

control de redes neuronales mas pd

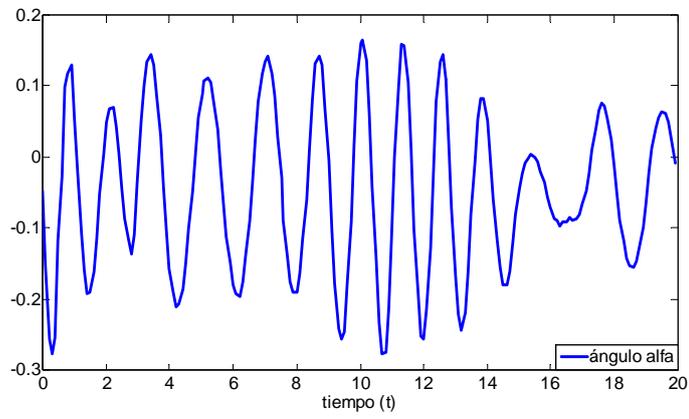


Ángulo de la grúa con control de redes neuronales mas pd.

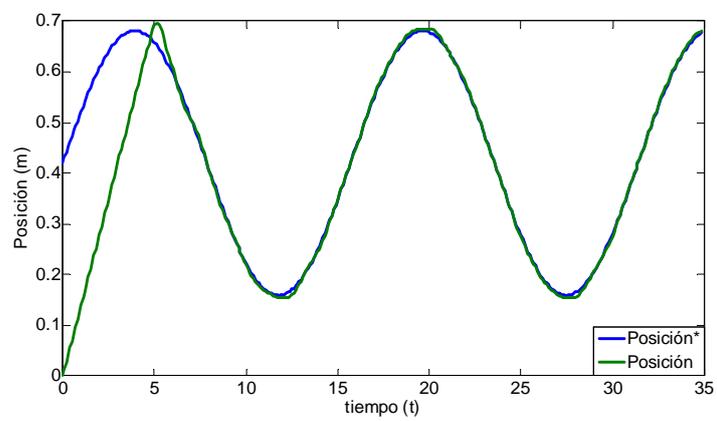


Posición de la grúa con redes neuronales mas pd.

control redes neuronales mas pid



Ángulo con control de redes neuronales con pid.



Posición de la grúa con redes neuronales mas pid.

4.5. Control PID Neuronal con velocidades no medibles

El control PID neuronal (4.23) usa las velocidades \dot{q} . Al contrario de la alta precisión de la medición de la posición de los encoders ópticos, la medición de las velocidades mediante los tacómetros pueden ser bastante ineficientes en la exactitud, específicamente para intervalos de incertidumbre de la velocidad. La idea común en el diseño de los controladores PID, que requieren mediciones de la velocidad, se han propuesto observadores de estado para estimar la velocidad. El observador más simple puede ser el de primer orden y un filtro de posición cero relativo [72]

$$v_i(s) = \frac{b_i s}{s + a_i} q_i(s), \quad i = 1 \dots n \quad (4.60)$$

donde $v_i(s)$ es una estimación de \dot{q}_i , a_i y b_i son los elementos de las matrices diagonales A y B , $A = \text{diag}\{a_i\}$, $B = \text{diag}\{b_i\}$, $a_i > 0$, $b_i > 0$. La función de transferencia (4.60) se realiza mediante

$$\begin{cases} \dot{x} = -A(x + Bq) \\ \tilde{q} = x + Bq \end{cases} \quad (4.61)$$

El control PID lineal (4.23) se convierte en

$$\begin{aligned} u &= K_p \tilde{q} - K_d v + \xi + \widehat{W} \sigma(q) \\ \dot{\xi} &= K_i \tilde{q}, \quad \xi(0) = \xi_0 \\ \dot{x} &= -A(x + Bq) \\ v &= x + Bq \end{aligned} \quad (4.62)$$

donde K_p , K_i y K_d son matrices diagonales definidas positivas, a_i y b_i en (4.60) son constantes positivas.

El sistema en lazo cerrado de la grúa (4.5) es

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \xi \\ v \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_i \tilde{q} \\ -Av + B\dot{q} \\ M^{-1} \begin{bmatrix} -C(q, \dot{q}) \dot{q} - \tilde{W} \sigma(q) - \phi(q) \\ +K_p \tilde{q} - K_d v + \tilde{\xi} + \phi(q^d) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

El punto de equilibrio de (4.63) es $[\tilde{\xi}, v, \dot{q}] = [0, 0, 0]$.

El siguiente teorema da una estabilidad asintótica del control PID neuronal con el observador de velocidad (4.60). Este teorema también proporciona un algoritmo de entrenamiento para los pesos neuronales, y una selección explícita del método de las ganancias del PID.

Ya que no se tienen las velocidades, las entradas de las redes neuronales son

$$\begin{aligned} \hat{f} \begin{pmatrix} q, \dot{q} \end{pmatrix} &= \widehat{W} \sigma(q, v) \\ \text{or } \hat{f} \begin{pmatrix} q, \dot{q} \end{pmatrix} &= \widehat{W} \sigma(\widehat{V} [q, v]) \end{aligned} \quad (4.64)$$

Teorema 4.2 *Considere una grúa (4.5) controlado mediante un PID neuronal (4.62), si A y B del observador de velocidad (4.60) satisfacen*

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_M(A)}{\lambda_m^2(A)} &\leq \lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(B)}{\lambda_M(B)} \\ \lambda_M(B) &\leq \frac{1}{4} \lambda_m(K_d) \frac{\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)} \\ \lambda_m(B - \alpha I) &\geq \frac{1}{2} \lambda_m(A) \end{aligned} \quad (4.65)$$

donde α es una constante diseñada positiva, proporcionando que las ganancias del control PID de (4.62) cumplen con

$$\begin{aligned} &\lambda_m(K_p) - \frac{1}{2} \lambda_M(K_p) \\ &\geq \frac{1}{\alpha} \left[\begin{array}{c} \lambda_M(K_i) + \lambda_M(A^{-1}BK_i) \\ + \frac{1+2\alpha}{2} k_\phi + \frac{\alpha^2}{2} \lambda_M(K_d) + \frac{\alpha}{2} \lambda_M(A^{-1}K_i) \end{array} \right] \\ &\lambda_m(K_d) \geq \frac{k_g + \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(A^{-1}K_i) + \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(K_p) + \kappa(M) \lambda_M(M) \lambda_M(A)}{2\lambda_m(AB^{-1}I) - 1} \\ &\lambda_M(K_i) \leq \frac{\alpha}{3} \lambda_m(K_p) \end{aligned} \quad (4.66)$$

donde k_ϕ satisface (4.14), $\kappa(M)$ es el número de condición de M , y los pesos de las redes neuronales son actualizados por

$$\dot{\widehat{W}} = -K_w \sigma(q, v) [\alpha \tilde{q} + v + B^{-1}(\dot{v} + Av)]^T \quad (4.67)$$

entonces el sistema en lazo cerrado (4.63) es localmente asintóticamente estable en el punto de equilibrio

$$x = \left[\xi - \phi(q^d), \tilde{q}, \dot{\tilde{q}} \right]^T = 0 \quad (4.68)$$

en la región de atracción

$$\|\tilde{q}\| \leq \frac{\lambda_m(M)}{\alpha k_c} \left[\lambda_m(B - \alpha I) - \frac{1}{2} \lambda_m(A) \right] + \frac{1}{\alpha} \|v\| \quad (4.69)$$

Demostración. Se construye una función de Lyapunov como

$$\begin{aligned} V_c = & \frac{1}{2} \dot{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \int_0^t \phi(q) d\tau - k_\phi + \tilde{q}^T \phi(q^d) \\ & + \frac{3}{2} \phi(q^d)^T K_p^{-1} \phi(q^d) + \frac{\alpha}{2} \tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} \\ & - \alpha \tilde{q}^T M \dot{q} + \tilde{q}^T (I + A^{-1}B) \tilde{\xi} + \frac{1}{2} v^T B^{-1} K_d v - v^T M \dot{q} \\ & + v^T A^{-1} \tilde{\xi} + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\tilde{W}^T K_w^{-1} \tilde{W} \right) \end{aligned} \quad (4.70)$$

donde la definición de k_ϕ es el mismo como el del Teorema 1. α es una constante diseñada positiva. Primero hay que probar que V es una función de Lyapunov, $V \geq 0$. El término $\frac{1}{2} \tilde{q}^T K_p \tilde{q}$ es separado en tres partes, y $V = \sum_{i=1}^6 V_i$

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{1}{6} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T \phi(q^d) + \frac{3}{2} \phi(q^d)^T K_p^{-1} \phi(q^d) \\ V_2 &= \frac{1}{6} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \tilde{q}^T \tilde{\xi} + \frac{\alpha}{2} \tilde{\xi}^T K_i^{-1} \tilde{\xi} \\ V_3 &= \frac{1}{6} \tilde{q}^T K_p \tilde{q} - \alpha \tilde{q}^T M \dot{q} + \frac{1}{4} \dot{q}^T M \dot{q} \\ V_4 &= \frac{1}{4} v^T (B^{-1} K_d) v + v^T A^{-1} \tilde{\xi} + \tilde{\xi}^T (A^{-1} B) \tilde{\xi} \\ V_5 &= \frac{1}{4} v^T (B^{-1} K_d) v - v^T M \dot{q} + \frac{1}{4} \dot{q}^T M \dot{q} \\ V_6 &= \int_0^t \phi(q) d\tau - k_\phi + \frac{1}{2} \text{tr} \left(\tilde{W}^T K_w^{-1} \tilde{W} \right) \geq 0 \end{aligned} \quad (4.71)$$

Aquí V_1 y V_2 son lo mismo como en (??), i.e.

$$\lambda_M(K_i) \leq \frac{\alpha}{3} \lambda_m(K_p) \quad (4.72)$$

Para V_3 , si $\alpha \leq \frac{\sqrt{\frac{1}{6} \lambda_m(K_p) \lambda_m(M)}}{\lambda_M(M)}$

$$V_3 \geq \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{2} \lambda_m(M)} \|\dot{q}\| - \sqrt{\frac{1}{3} \lambda_m(K_p)} \|\tilde{q}\| \right)^2 \geq 0 \quad (4.73)$$

Debido a que $\lambda_m(AB) \leq \lambda_m(B^{-1}) \lambda_M(A)$ y $\lambda_m(B^{-1}) = \frac{1}{\lambda_M(B)}$, es fácil encontrar que,

si $\lambda_M(A^{-1}) \leq \sqrt{\lambda_m(B^{-1}K_d)\lambda_m((A^{-1}B))}$ o $\frac{\lambda_M(A)}{\lambda_m^2(A)} \leq \lambda_m(K_d)\frac{\lambda_m(B)}{\lambda_M(B)}$

$$V_4 \geq \frac{1}{2} \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2}\lambda_m(B^{-1}K_d)\|v\|^2 - 2\lambda_M(A^{-1})\|v\|\|\tilde{\xi}\| \\ + 2\lambda_m((A^{-1}B))\|\tilde{\xi}\|^2 \end{array} \right) \geq 0 \quad (4.74)$$

Si $\lambda_M(M) \leq \frac{1}{2}\sqrt{\lambda_m((B^{-1}K_d))\lambda_m(M)}$ o $\lambda_M(B) \leq \frac{1}{4}\lambda_m(K_d)\frac{\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)}$

$$V_5 = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2}v^T K_d B^{-1}v + 2v^T M\dot{q} + \frac{1}{2}\dot{q}^T M\dot{q} \right] \geq 0 \quad (4.75)$$

Ya que $V_6 \geq 0$, obviamente, existe α , A y B tal que

$$\begin{aligned} \alpha^2 &\leq \frac{1}{6} \frac{\lambda_m(K_p)\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)} \\ \frac{\lambda_M(A)}{\lambda_m^2(A)} &\leq \lambda_m(K_d)\frac{\lambda_m(B)}{\lambda_M(B)} \\ \lambda_M(B) &\leq \frac{1}{4}\lambda_m(K_d)\frac{\lambda_m(M)}{\lambda_M^2(M)} \end{aligned} \quad (4.76)$$

Esto significa si K_p es suficientemente grande o K_i es suficientemente pequeño, (4.39) se establece, y V_c es globalmente definida positiva. Ahora se calcula su derivada. La derivada de V_c es

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\dot{q}^T B M \dot{q} - v^T A B^{-1} K_d v - \alpha \tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \alpha k_g \|\tilde{q}\|^2 \\ &+ \alpha \dot{q}^T M \dot{q} + k_c \|\alpha \tilde{q} - v\| \|\dot{q}\|^2 \\ &+ \tilde{q}^T K_i \tilde{q} + \tilde{q}^T A^{-1} B K_i \tilde{q} + v^T K_d v + \frac{1}{2}k_g \|v\|^2 + \frac{1}{2}k_g \|\tilde{q}\|^2 \\ &+ \tilde{q}^T (\alpha K_d - K_p - A^{-1} K_i) v + \dot{q}^T A M v \\ &+ \text{tr} \left[\tilde{W}^T \left(K_w^{-1} \dot{\tilde{W}} + \sigma(q, v) \dot{q}^T + \alpha \sigma(q, v) \tilde{q}^T + \sigma(q, v) v^T \right) \right] \end{aligned} \quad (4.77)$$

Ya que $\dot{v} = -Av + B\dot{q}$ y $B = \text{diag}\{b_i\}$, el último término es cero si se aplica la ley de actualización (4.67). Usando (4.37), (4.77) es

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\dot{q}^T \left\{ \begin{array}{c} \lambda_m(BM - \alpha M) - k_c \|\alpha \tilde{q} - v\| \\ -\frac{1}{2\kappa(M)} \lambda_M(AM) \end{array} \right\} \dot{q} \\ &- v^T \left(\begin{array}{c} \lambda_m(AB^{-1}K_d - K_d) - \frac{1}{2}k_g - \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(K_e) \\ -\frac{\kappa(M)}{2} \lambda_M(AM) \end{array} \right) v \\ &- \tilde{q}^T \left(\begin{array}{c} \lambda_m(\alpha K_p - K_i - A^{-1} B K_i) - \alpha k_g \\ -\frac{1}{2}k_g - \frac{\alpha}{2} \lambda_M(K_e) \end{array} \right) \tilde{q} \end{aligned} \quad (4.78)$$

Empleando $\lambda_i(A) \lambda_M(B) \geq \lambda_i(AB) \geq \lambda_i(A) \lambda_m(B)$, i puede ser "m.º" "M", la última condición de (4.76) es reemplazado por

$$\begin{aligned} & \left\| \tilde{q} - \frac{1}{\alpha} v \right\| \\ & \leq \frac{1}{\alpha k_c} \left[\lambda_m(B - \alpha I) \lambda_m(M) - \frac{1}{2\kappa(M)} \lambda_M(M) \lambda_m(A) \right] \end{aligned}$$

Este es el área de atracción (4.69).

Usando $\lambda_i(A) + \lambda_M(B) \geq \lambda_i(A+B) \geq \lambda_i(A) + \lambda_m(B)$, la segunda condición de (4.76) es

$$\begin{aligned} \lambda_m[(AB^{-1} - I)K_d] & \geq \lambda_m(AB^{-1} - I) \lambda_m(K_d) \\ & \geq \frac{1}{2}k_g + \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(K_e) + \frac{\kappa(M)}{2} \lambda_M(AM) \end{aligned} \quad (4.79)$$

Es la condición para K_d en (4.66). También

$$\lambda_m(\alpha K_p) \geq \lambda_M(K_i) + \lambda_M(A^{-1}BK_i) + \frac{1+2\alpha}{2}k_g + \frac{\alpha}{2}\lambda_M(K_e)$$

Es la condición para K_p en (4.66). La condición para K_i en (4.66) es obtenida de (??). La parte restante de la prueba es el mismo como el del teorema anterior. ■

Comentario 4.5 *Las condiciones (4.65) y (4.66) deciden como elegir las ganancias del PID. La primera condición de (4.66) es*

$$\begin{aligned} \lambda_m(K_p) & \geq \frac{1}{\alpha} \lambda_M(K_i) + \Omega \\ \Omega & = \frac{1}{\alpha} \left[\begin{array}{l} \lambda_M(A^{-1}BK_i) + \frac{1+2\alpha}{2}k_g \\ + \frac{\alpha}{2} \lambda_M(K_d) + \frac{1}{2} \lambda_M(A^{-1}K_i) \end{array} \right] + \frac{1}{2\alpha} \lambda_M(K_p) \end{aligned} \quad (4.80)$$

la tercera condición de (4.66) es $\lambda_m(K_p) \geq \frac{3}{\alpha} \lambda_M(K_i)$, ellos son compatibles. Cuando K_i no es grande, no se pueden establecer estas condiciones. La segunda condición de (4.66) y la tercera condición de (4.65) no son directamente compatibles. Primero poner a α y K_p tan pequeño y tan grande como sean posible, respectivamente. Así, K_i no puede ser grande. Estos requisitos son razonables para el control real. Si se selecciona $B = \beta A + \alpha I$, forma la tercera condición de (4.65), $\beta \geq \frac{1}{2}$. La segunda condición de (4.66) requiere que $\lambda_m(AB^{-1} - I) > \frac{1}{2}$, entonces existe $1 > \beta \geq \frac{1}{2}$ y un pequeño α tal que $\lambda_m[A(\beta A + \alpha I)^{-1} - I] > \frac{1}{2}$. Después A y B se seleccionan y se utiliza la segunda condición de (4.66) para elegir K_d .

4.6. Conclusiones

Se propone a un controlador PID y PID- neuronal para los sistemas de la grúa. Se sabe que las redes neuronales son muy eficaces para identificación en sistemas no lineales complejos, cuando no se tiene la información completa del modelo, las redes son eficaces para estimar la fricción, gravedad y algunas incertidumbres que se puedan presentar en la naturaleza del sistema. El algoritmo de aprendizaje del neuro compensador se obtiene del análisis de estabilidad del error de seguimiento por el método de Lyapunov. El problema de control con anti-oscilación es reducir la oscilación de la carga mientras esta se mueva a la posición deseada tan rápido como sea posible.

Capítulo 5

Descripción general de la grúa

5.1. Introducción y descripción general

La grúa de laboratorio del Departamento de Control Automatico es un sistema electro-mecánico no-lineal que tiene una dinámica compleja y sirve para la creación de problemas de control. El sistema se controla desde una PC. El hardware y el software se puede montar fácilmente y ser instalado en un laboratorio. Se puede obtener la unidad mecánica con fuente de alimentación y de interfaz a una PC. El software funciona con MS Windows NT utilizando MATLAB y el paquete de herramientas RTWT.

La instalación de la grúa (figura 5.1) se compone de una carga suspendida en una línea de elevación controlada por un motor montado en un carro.

La carga útil se desplaza en la dirección z . Tanto el raíl y el carro tienen un movimiento horizontal en la dirección x . El carro también se desplaza horizontalmente a lo largo del carril en la dirección y . Por lo tanto la carga útil fijado al extremo de la línea de elevación(cuerda) se puede mover libremente en 3 dimensiones. La grúa es controlado por tres motores de corriente continua. Hay cinco sensores que miden cinco variables de estado: el carrito en las coordenadas del plano horizontal (x y y), la longitud de la línea de elevación (z) y dos ángulos de oscilación de la carga (α y β).

Los codificadores miden los movimientos con una alta resolución igual a 4096 pulsos

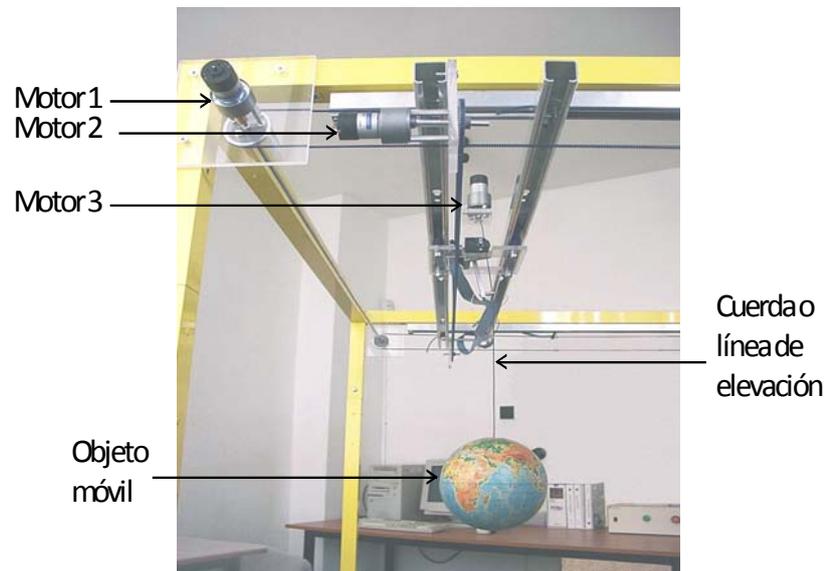


Figura 5.1: Montaje de la grúa.

por revolución (PPR) La interfaz de potencia amplifica las señales de control que son transmitidos desde la PC a los motores de corriente continua. También convierte las señales de impulsos de los codificadores a la forma digital de 16 bits para ser leído por la computadora.

5.1.1. Características principales

- El modelo tridimensional de la grúa es equivalente a uno industrial.
- El modelo se puede adaptar de acuerdo con los requisitos del usuario.
- Es un sistema de múltiples entradas-múltiples salidas (MIMO) altamente no lineal.
- El procedimiento de instalación del prototipo experimental es de manera sencilla.
- Se tienen sensores de alta resolución para medir ángulos en dos dimensiones.
- El funcionamiento de la grúa está integrada en tiempo real con MATLAB/SIMULINK y WINDOWS 95/98/NT/2000.

- Los algoritmos de control en tiempo real se implementan fácilmente y no se requiere de la programación en C.
- En el software se incluyen modelos dinámicos completos
- Este sistema es ideal para mostrar algoritmos de control complejos.

5.1.2. Componentes de instalación

1. Hardware:

- Unidad mecánica.
- Interfaz de unidad de energía.
- Tarjeta I/O RT-DAC/PCI.

2. Software:

- Toolbox de control/simulación de la grúa que opera con MATLAB/SIMULINK.

3. Manuales:

- Instalación.
- Operación.

Un ejemplo de simulación en tiempo real (figura 5.2) es cuando el carro se desplaza en dos direcciones del movimiento. Las posiciones deseadas del carrito se generan como dos posiciones sinusoidales. La frecuencia del movimiento en X y el movimiento en Y son de 0.4 rad/s (figura 5.3)

Se realiza el experimento dos veces, primero sin el controlador P para los ángulos y el segundo con el controlador P para los ángulos con una ganancia de 20 (ver figura 5.4).

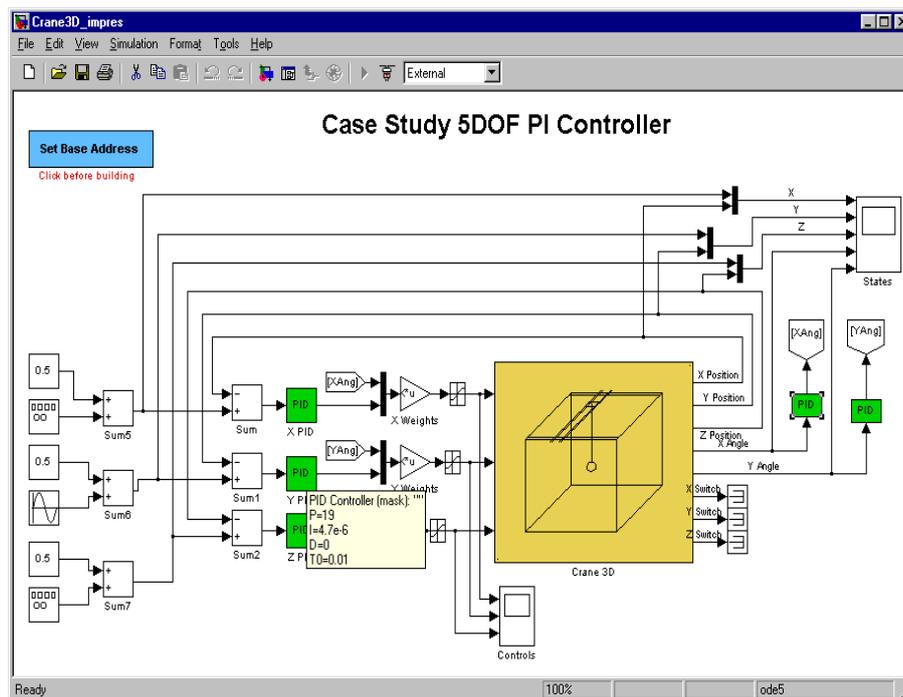


Figura 5.2: Controlador construido para un ejemplo de simulación.

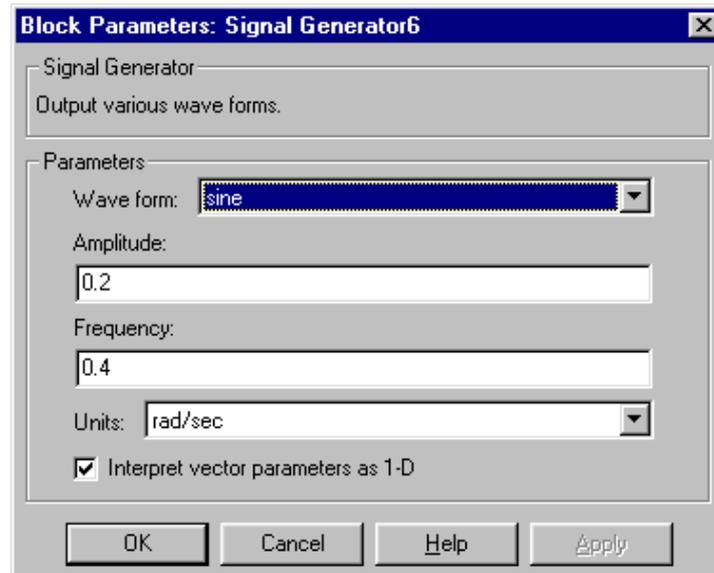


Figura 5.3: Generador de señal para las posiciones X y Y deseados.

El movimiento del carro se muestra en la figura 5.5. La línea gruesa representa la posición del carro en el plano XY (no hay movimiento en la dirección Z). Los controles y los ángulos de la carga se representan en las figuras 5.6 y 5.7.

Al final se tienen dos casos de control: con y sin estabilización de los ángulos de la grúa (figuras 5.8 y 5.9)

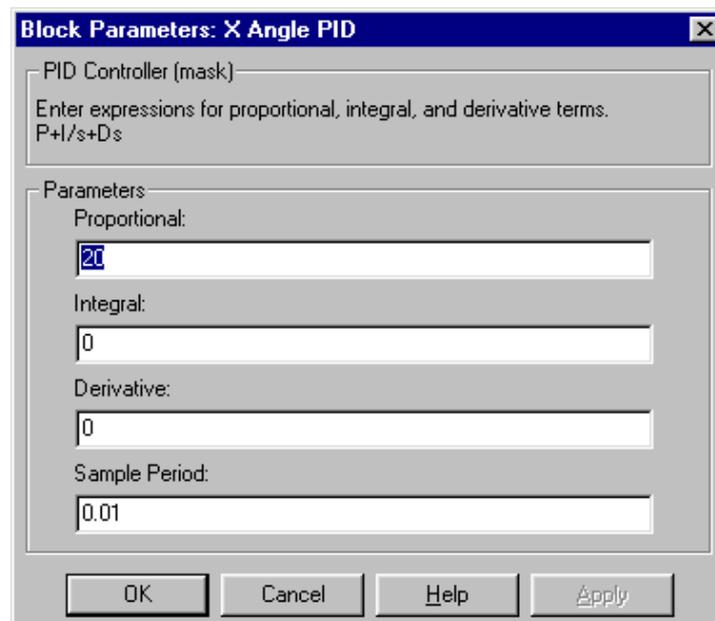


Figura 5.4: Controlador PID para ángulos.

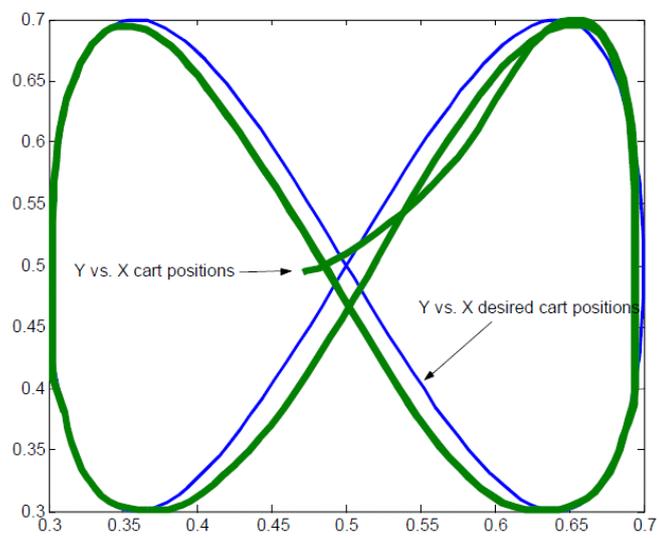


Figura 5.5: Posiciones del carro y posiciones deseadas (línea gruesa y línea delgada respectivamente.)

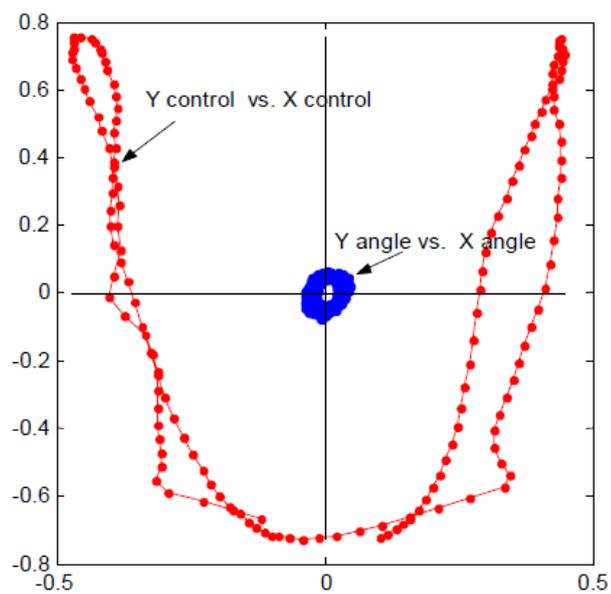


Figura 5.6: Controles y ángulos en el plano XY , normalizadas y en radianes; sin el control para los ángulos.

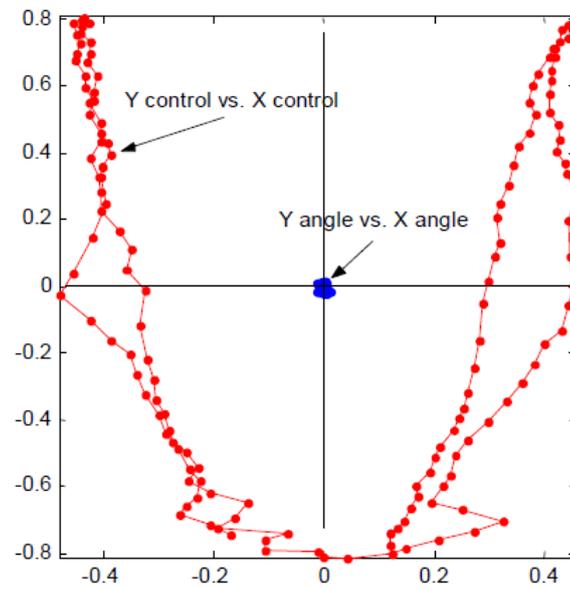


Figura 5.7: Controles y ángulos en el plano XY , normalizadas y en radianes; con el control para los ángulos.

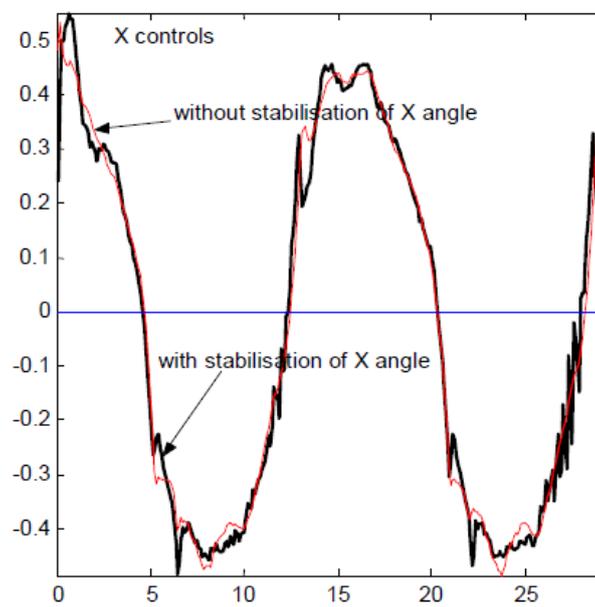
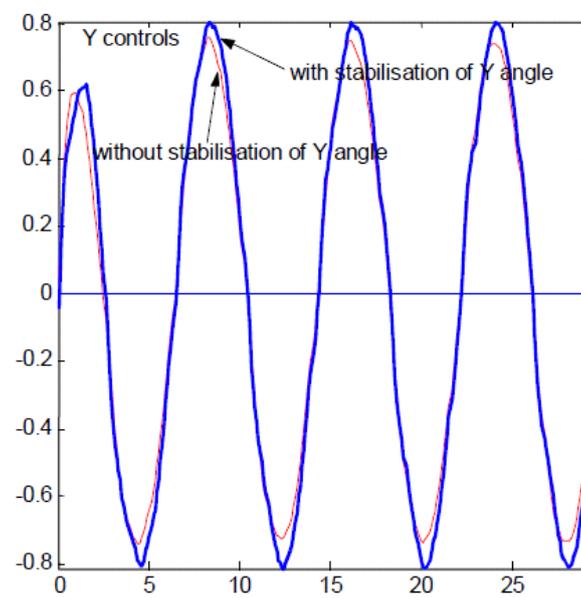


Figura 5.8: Control en X y estabilización del ángulo.

Figura 5.9: Control en Y con estabilización del ángulo.

Capítulo 6

Conclusiones y trabajos a futuro

Se proponen a un controlador PID y PID- neuronal para el sistema de la grúa dinámica. Hay que recordar que las redes neuronales son muy eficaces para identificación en sistemas no lineales complejos, cuando no se tiene la información completa, estas se utilizan para estimar la fricción, gravedad e incertidumbres en el modelo. Se obtuvieron simulaciones en tiempo real de forma correcta y eficiente en la aplicación de diferentes controladores. Además, estos tipos de sistemas contienen dinámicas complejas y difíciles de aproximar para cualquier algoritmo, de ahí la utilización de las redes neuronales. El problema de control con anti-oscilación es reducir la oscilación de la carga mientras este se mueva a la posición deseada tan rápido como sea posible y lograr un desempeño aceptable. Se han publicado los resultados obtenidos en revistas para tener la certeza y aprobación de los mismos. Como un trabajo a futuro se puede considerar:

- Aplicar un control directo al modelo de los ángulos de la grúa y verificar su comportamiento tanto numérica como real.
- Realizar métodos de estabilidad para el modelo de los ángulos.
- Implementar los controladores propuestos a otros tipos de grúas.
- Actualizar el software de la simulación en tiempo real con el fin de garantizar mejores

resultados de simulaciones a través de métodos de control más eficaces y robustos.

- Obtener simulaciones numéricas y reales sobre el observador de alta ganancia.

Bibliografía

- [1] Abdel-Rahman E M, Nayfeh A H, Masoud Z N (2003) Dynamic and Control of Cranes: a Review. *J of Vibration and Control*, 9: 863-908.
- [2] Ahmad M A, Nasir A N K, Raja Ismail R M T, Ramli M S (2010) Control Schemes for Input Tracking and Anti-sway Control of a Gantry Crane. *Australian J of Basic and Applied Sciences*, 4: 2280-2291.
- [3] Ahmad M A (2009) Active Sway Suppression Techniques of a Gantry Crane System. *European J of Scientific Research*, 27: 322-333.
- [4] Ahmad M A, Nasir A N K, Hambali N, Ishak H (2009) Hybrid Input Shaping and PD-type Fuzzy Logic Control Scheme of a Gantry Crane System. *Int Conf on Control Applications*, Russia, 1051-1056.
- [5] J.Alvarez-Ramirez, I.Cervantes, R.Kelly, PID regulation of robot manipulators: stability and performance, *Systems & Control Letters*, Vol.41, 73-83, 2000
- [6] J.Alvarez-Ramirez, R.Kelly, I.Cervantes, Semiglobal stability of saturated linear PID control for robot manipulators, *Automatica*, vol.39,989-995, 2003.
- [7] J.Arifovica , R.Gencay, Using genetic algorithms to select architecture of a feedforward artificial neural network, *Physica A*, Vol.289, 574-594, 2001
- [8] S. Arimoto, Fundamental problems of robot control: Part I, Innovations in the realm of robot servo-loops, *Robotica*, vol.13, No.1, 19-27, 1995.

- [9] Karl J. Astrom , T. Hagglund, *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*, ISA Press, Research Triangle Park, North Carolina, 1995.
- [10] F. Bakhtiari-Nejad, M. Nazemizadeh and H. Arjmand, "On the Tracking Control of an Underactuated Gantry Crane Using an Optimal Feedback Controller".
- [11] Cheng-Yuan Chang and Handra Wijaya Lie, "Real-Time Visual Tracking and Measurement to Control Fast Dynamics of Overhead Cranes". *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, VOL. 59, NO. 3, MARCH 2012.
- [12] C-S.Chen, "Dynamic Structure Neural-Fuzzy Networks for Robust Adaptive Control of Robot Manipulators", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, VOL. 55, NO. 9, 3402-3414, 2008.
- [13] I.-L.Chien, P.S.Fruehauf, "Consider IMC tuning to improve controller performance", *Chemical Engineering Progress*, 33-41, 1990
- [14] Kelvin Chen Chih Peng, William Singhose, and David H. Frakes, "Hand-Motion Crane Control Using Radio-Frequency Real-Time Location Systems". *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, VOL. 17, NO. 3, JUNE 2012.
- [15] Sung-Kun Cho and Ho-Hoon Lee, "An Anti-Swing Control of a 3-Dimensional Overhead Crane". *Proceedings of the American Control Conference Chicago, Illinois June 2000*.
- [16] Dongkyoung Chwa, "Nonlinear Tracking Control of 3-D Overhead Cranes Against the Initial Swing Angle and the Variation of Payload Weight". *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 17, NO. 4, JULY 2009.
- [17] G.H. Cohen, G.A. Coon, "Theoretical consideration of retarded control", *Trans. ASME*, 75, 827-834, 1953
- [18] S. Cong and Y. Liang, "PID-Like Neural Network Nonlinear Adaptive Control for Uncertain Multivariable Motion Control Systems", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 56, no. 10, pp. 3872-3879, 2009.

- [19] Y. Fang, W. E. Dixon, D. M. Dawson, and E. Zergeroglu, "Nonlinear coupling control laws for an underactuated overhead crane system," *IEEE/ASME Trans. Mechatronics*, vol. 8, no. 5, pp. 418–423, Sep. 2003.
- [20] Dey R, Sinha N, Chaube P, Ghosh S, Ray G (2010) Active Sway Control of a Single Pendulum Gantry Crane System using Output-Delayed Feedback Control Technique. *Int. Conf. Control, Automation, Robotics and Vision*, 532-536.
- [21] T.Dierks, S.Jagannathan, Neural Network Output Feedback Control of Robot Formations, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.40, No.4, 383-399, 2010.
- [22] Y. Fang, W. E. Dixon, D. M. Dawson, and E. Zergeroglu, "Nonlinear coupling control laws for a 3-DOF overhead crane system," in *Proc. IEEE Conf. Decision Control*, Orlando, FL, Dec. 2001, pp. 3766–3771.
- [23] K.Dupree, C-H.Liang, G.Hu, W. E.Dixon, Adaptive Lyapunov-Based Control of a Robot and Mass-Spring System Undergoing, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.38, No.4, 1050-1061, 2008.
- [24] G.D'Emilia, A.Marra, E.Natale, Use of neural networks for quick and accurate auto-tuning of PID controller, *Journal Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Volume 23 Issue 2, 170-179, 2007.
- [25] M.J.Er and Y.Gao, Robust Adaptive Control of Robot Manipulators Using Generalized Fuzzy Neural Networks, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, VOL. 50, NO. 3, 620-628, 2003.
- [26] Yongchun Fang, Bojun Ma, Pengcheng Wang, and Xuebo Zhang, ".^A Motion Planning-Based Adaptive Control Method for an Underactuated Crane System". *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 20, NO. 1, JANUARY 2012.

- [27] Santiago Garrido, M. Abderrahim, Antonio Giménez, Ramiro Diez, and Carlos Balaguer, Anti-Swinging Input Shaping Control of an Automatic Construction Crane, *IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATION SCIENCE AND ENGINEERING*, VOL. 5, NO. 3, JULY 2008.
- [28] L.B.Gutierrez and F.L.Lewis, Implementation of a neural net tracking controller for a single flexible link: comparison with PD and PID controllers, *IEEE Trans. Industrial Electronics*, VOL. 45, NO. 2, 307-318, 1998.No.1, 131-147, 2002.
- [29] E.Harinath,G.Mann, Design and Tuning of Standard Additive Model Based Fuzzy PID Controllers for Multivariable Process Systems, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.38, No.8, 667-674, 2008.
- [30] Hazlerigg A D G (1972) Automatic Control of Crane Operations. Proc of IFAC World Congress, 32-38.
- [31] S-J. Ho, L-S.Shu, S-Y.Ho, Optimizing Fuzzy Neural Networks for Tuning PID Controllers Using an Orthogonal Simulated Annealing Algorithm OSA, *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, Vol.14, NO. 3, 421-434, 2006.
- [32] H.-P.Huang, J.-C.Jeng, K.-Y.Luo, Auto-tune system using single-run relay feedback test and model-based controller design, *Journal of Process Control*, 15, 713-727, 2005.
- [33] Hubbell J T, Koch B, McCormick D (1992) Modern Crane Control Enhancements. Seattle, 28-44.
- [34] The industrial crane model controlled from PC A tool for control education and research 3DCrane. Printed by InTeCo Ltd.
- [35] P.A.Ioannou and J.Sun, *Robust Adaptive Control*, Prentice-Hall, Inc, Upper Saddle River: NJ, 1996.

- [36] E. M. Jafarov, M. N. A. Parlakçı, and Y. Istefanopulos, A New Variable Structure PID-Controller Design for Robot Manipulators, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.13, No.1, 122-130, 2005.
- [37] Y.Jin, Decentralized Adaptive Fuzzy Control of Robot Manipulators, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.28, No.1, 47-57, 1998.
- [38] T. A. Johansen, T. I. Fossen, S. I. Sagatun and Finn G. Nielsen, "Wave Synchronizing Crane Control During Water Entry in Offshore Moonpool Operations—Experimental Results ". *IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING*, VOL. 28, NO. 4, OCTOBER 2003.
- [39] F. Karray, W. Gueaieb, S. Al-Sharhan, The Hierarchical Expert Tuning of PID Controllers Using Tools of Soft Computing, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.35, No.6, 1283-1294, 2005.
- [40] J.Kasac, B.Novakovic, D.Majetic, and D.Brezak, Global Positioning of Robot Manipulators With Mixed Revolute and Prismatic Joints, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.51, No.6, 1035-1040, 2006.
- [41] Y. Kazunobu, and I. Kawabe. .^A Design of Saturating Control with a Guaranteed Cost and Its Application to the Crane Control System "IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL, VOL. 37, NO. 1. JANUARY 1992.
- [42] R.Kelly, V.Santibáñez, L.Perez, *Control of Robot Manipulators in Joint Space*, Springer-Verlag London, 2005.
- [43] R.Kelly, A tuning procedure for stable PID control of robot manipulators, *Robotica*, 13 : 141-148, 1995
- [44] S.-M. Kim and S.-K. Sul, Control of Rubber Tyred Gantry Crane With Energy Storage Based on Supercapacitor Bank". *IEEE TRANSACTIONS ON POWER ELECTRONICS*, VOL. 21, NO. 5, SEPTEMBER 2006.

- [45] Sebastian Kuchler, Tobias Mahl, Jörg Neupert, Klaus Schneider, and Oliver Sawodny, "Active Control for an Offshore Crane Using Prediction of the Vessel's Motion". *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, VOL. 16, NO. 2, APRIL 2011.
- [46] H.H.Lee, Modeling and control of a three-dimensional overhead crane, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.120,471-476, 1998.
- [47] H.H.Lee, A New Motion-Planning Scheme for Overhead Cranes With High-Speed Hoisting, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.126,359-364, 2004.
- [48] F.L.Lewis, D.M.Dawson, C.T.Abdallah, *Robot Manipulator Control: Theory and Practice*, 2nd Edition, Marcel Dekker Inc, New York, NY 10016, 2004.
- [49] F.L.Lewis, Nonlinear Network Structures for Feedback Control, *Asian Journal of Control*, vol. 1, no. 4, pp.205–228,1999.
- [50] F.L.Lewis, K.Liu, and A.Yesildirek, Neural net robot controller with guaranteed tracking performance, *IEEE Trans. Neural Networks*, vol. 6, no. 3, pp. 703–715, 1995.
- [51] H-X. Li, L.Zhang, K-Y.Cai, G.Chen, An Improved Robust Fuzzy-PID Controller With Optimal Fuzzy Reasoning, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.35, No.6, 1283-1294, 2005.
- [52] G. K. I. Mann, B-G. Hu, R.G. Gosine, Two-Level Tuning of Fuzzy PID Controllers, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.31, No.2, 263-269, 2001.
- [53] Manning R, Clement J, Kim D, Singhose W (2010) Dynamics and Control of Bridge Cranes Transporting Distributed-Mass Payloads. . *J of Dynamics Systems, Measurement, and Control*, 132: 134-142.
- [54] Ziyad N. Masoud and Mohammed F. Daqaq, "A Graphical Approach to Input-Shaping Control Design for Container Cranes With Hoist", *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 14, NO. 6, NOVEMBER 2006.

- [55] T. Matsuo, R. Yoshino, H. Suemitsu, and K. Nakano, "Nominal Performance Recovery by PID+Q Controller and Its Application to Antisway Control of Crane Lifter With Visual Feedback". *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 12, NO. 1, JANUARY 2004.
- [56] K. A. F. Moustafa and A. M. Ebeid, "Nonlinear modeling and control of overhead crane load sway," *ASME J. Dyn. Syst., Meas., Control*, vol. 110, pp. 266–271, Sep. 1988.
- [57] Quang Hieu Ngo and Keum-Shik Hong, "Sliding-Mode Antisway Control of an Offshore Container Crane". *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS*, VOL. 17, NO. 2, APRIL 2012.
- [58] E.V. L. Nunes, L.Hsu, F.Lizarralde, Arbitrarily small damping allows global output feedback tracking of a class of Euler-Lagrange systems, *2008 American Control Conference*, Seattle, USA, 378-382, 2008
- [59] R.Ortega, A.Loria, R.Kelly, A Semiglobally Stable Output Feedback PI^2D Regulator for Robot Manipulators, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.40, No.0, 1432-1436, 1985
- [60] Mun-Soo Park, Dongkyoung Chwa, and Suk-Kyo Hong, "Antisway Tracking Control of Overhead Cranes With System Uncertainty and Actuator Nonlinearity Using an Adaptive Fuzzy Sliding-Mode Control". *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, VOL. 55, NO. 11, NOVEMBER 2008.
- [61] V.Parra-Vega, S.Arimoto, Y.-H.Liu,G.Hirzinger, P.Akella, Dynamic Sliding PID Control for Tracking of Robot Manipulators: Theory and Experiments, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol.19, No.6, 967-976, 2003
- [62] B.Paden, R.Panja, Globally asymptotically stable $PD+$ controller for robot manipulators, *International Journal of Control*, Vol. 47, No. 6, 1697–1712 , 1988

- [63] Z.Qu, D.M. Dawson, S. Y. Lim, J.F. Dorsey, A New Class of Robust Control Laws for Tracking of Robots, *International Journal of Robotics Research*, Vol. 13, No.4, 355–363, 1994.
- [64] Rahn C D, Zhang F, Joshi S, Dawson D M (1999) Asymptotically Stabilizing Angle Feedback for a Flexible Cable Gantry Crane. *J of Dynamics Syestems, Measurement, and Control*, 121: 563-566.
- [65] P.Rocco, Stability of PID control for industrial robot arms, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, VOL.12, NO. 4, 606-614,1996.
- [66] G.M. Scott, J. W.Shavlik, W. H. Ray, Refining PID Controllers Using Neural Networks, *Neural Computation*, Vol. 4, No. 5, 746-757, 1992.
- [67] F. Greg Shinskey, *Process-control Systems: Application, Design, Adjustment*, McGraw-Hill, New York. USA. 1996.
- [68] W. Singhose, W. Seering and N. Singer, Residual Vibration Reduction using Vector Diagrams to Generate Shaped Inputs, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, Vol.116, 654 -659,1994.
- [69] Bjørn Skaare and Olav Egeland, "Parallel Force/Position Crane Control in Marine Operations", *IEEE JOURNAL OF OCEANIC ENGINEERING*, VOL. 31, NO. 3, JULY 2006.
- [70] J. J.Slotine, W.Li, Adaptive manipulator control: A case study, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol.33, No.11, 995–1003, 1988
- [71] J. J. E. Slotine and W. Li, *Applied Nonlinear Control*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1991.
- [72] M.W.Spong and M.Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, John Wiley & Sons Inc., Canada, 1989.

- [73] D.Sun, S.Hu, X.Shao, and C.Liu, Global Stability of a Saturated Nonlinear PID Controller for Robot Manipulators, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol.17, No.4, 892-899, 2009
- [74] K.Suzuki, I.Horina and N.Sugie, A Simple Neural Network Pruning Algorithm with Application to Filter Synthesis, *Neural Processing Letters*, Vol.13, 43-53, 2001.
- [75] P.Tomei, Adaptive PD Controller for Robot Manipulators, *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 7, No. 4 , 565-570,1991.
- [76] H. J. Uang and C. C. Lien, Mixed H₂/H_∞ PID tracking control design for uncertain spacecraft systems using a cerebellar model articulation controller, *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*,, vol. 153, no. 1, pp. 1–13, 2006.
- [77] Joshua Vaughan, Dooroo Kim, and William Singhose, "Control of Tower Cranes With Double-Pendulum Payload Dynamics". *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 18, NO. 6, NOVEMBER 2010.
- [78] A. Visioli, Modified anti-windup scheme for PID controllers, *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, Vol.161, No 1., 49-54, 2003.
- [79] Bernard Voon Ee How, Shuzhi Sam Ge and Yoo Sang Choo, "Control of Coupled Vessel, Crane, Cable, and Payload Dynamics for Subsea Installation Operations". *IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY*, VOL. 19, NO. 1, JANUARY 2011.
- [80] Wahyudi and Nor Thahirah Mohamad Yusof, "ANN-BASED SENSORLESS ANTI-SWING CONTROL OF AUTOMATIC GANTRY CRANE SYSTEMS: EXPERIMENTAL RESULT". *Proceeding of the 5th International Symposium on Mechatronics and its Applications (ISMA08)*, Amman, Jordan, May 27-29, 2008.
- [81] Wahyudi M, Jalani J (2005) Design and Implementation of Fuzzy Logic Controller for an Intelligent Gantry Crane System. *Proc of Int Conf on Mechatronics*, 345- 351.

- [82] Lifu Wang, Xiangdong Wang, Zhi Kong, ".Anti-swing Control of Overhead Cranes". Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 21 - 23, 2006, Dalian, China.
- [83] Wang Z, Surgenor B (2004) Performance Evaluation of the Optimal Control of a Gantry Crane. ASME Conf on Engineering Systems Design and Analysis, 869-874.
- [84] D-Li Yu, T. K. Chang, D-W.Yu, Fault Tolerant Control of Multivariable Processes Using Auto-Tuning PID Controller, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B*, Vol.35, No.1, 32-43, 2005
- [85] Wen Yu, Jacob Rosen, Xiaou Li, PID Admittance Control for an Upper Limb Exoskeleton, 2011 American Control Conference, ACC'11, San Francisco, USA, 1124-1129, 2011
- [86] Wen Yu and Jacob Rosen, A Novel Linear PID Controller for an Upper Limb Exoskeleton, 49th IEEE Conference on Decision and Control, CDC'10, Atlanta, USA, 3548-3553, 2010.
- [87] Yu J, Lewis F L, Huang T (1995) Nonlinear Feedback Control of a Gantry Crane. Proc of American Control Conf, 4310-4315.
- [88] Yan Zhao and Huijun Gao, "Fuzzy-Model-Based Control of an Overhead Crane With Input Delay and Actuator Saturation". *IEEE TRANSACTIONS ON FUZZY SYSTEMS*, VOL. 20, NO. 1, FEBRUARY 2012.
- [89] J. G. Ziegler and N. B. Nichols, Optimum settings for automatic controllers, *Trans. ASME*, vol. 64, pp. 759–768, 1942.
- [90] Zrnic N D, Petcovic Z D, Ostric D Z, Brkic A D (1998) On a Method for Defining Horizontal of Gantry Cranes. Proc. of Conf. of Manufac. Engineering, 573-580.