Analisis del Crecimiento de la Lechuga

by

Juan Jose Cordova Zamorano

Submitted to the Departmento de Control Autómatico
on 13 May 1998, in partial fulfillment of the
requirements for the degree of
Master of Science

Resumen

Replace with the thesis abstract

Índice general

1. Introducción. **9**

2. Modelo de la lechuga. **12**

3. Simulación del modelo de la lechuga. **17**

3.1. Radiación Incidente Global Teórica. 17

3.2. Escalas de tiempo presentes en la simulación de la radiación fotosintética áctiva teórica. 19

3.3. Simulación de la radiación incidente global teórica. 20

3.4. Simulación de la lechuga. 24

4. Obtención de la serie de Fourier del coeficiente de Transmitividad. **29**

4.1. Introducción. 29

4.2. Obtención de la serie de Fourier del coeficiente de transmitividad por la defición de los coeficientes. 30

4.2.1. Obtención de los valores del coeficiente de transmitividad. 30

4.2.2. Obtención de los coeficientes de la serie de Fourier por cálculo directo. . . 32

5. Obtencion de la serie de Fourier del coeficiente de transmitividad usando Redes Neuronales Artíficiales. **36**

5.1. Introducción. 36

5.2. Sustracción del valor medio del coeficiente de transmitividad. 39

5.2.1. Obtención del valor medio. 39

5.3. Identificación de las frecuencias principales del espectro en frecuencia de la función centrada en cero. 40
5.3.1. Transformada de Fourier del coeficiente de transmitividad centrado en cero. 40
5.3.2. Identificación de las frecuencias principales ω_i, del espectro del coeficiente de transmitividad. 41
5.3.3. Armónica fundamental. 41
5.3.4. Identificación de las frecuencias de mayor magnitud del espectro en frecuencia del coeficiente de transmitividad. 42
5.4. Obtención los parámetros de la serie de Fourier utilizando Redes Neuronáles de Fourier. 43
5.4.1. Redes Neuronales de Fourier. 43
5.4.2. Cálculo de condiciones iniciales. 49
5.4.3. Aplicación de la Red Neurónal de Fourier. 50
5.5. Reducción de la serie de Fourier. 54
5.5.1. Introducción. 54
5.5.2. Magnitudes de la serie de Fourier. 54
5.5.3. Serie de Fourier reducida de 7 términos. 56

6. Efecto de las distintas representaciones del coeficiente de transmitividad en el modelo de la lechuga. 58

7. Control Óptimo. 63
7.1. Introducción. 63
7.2. Problema de Control Óptimo. 64
7.2.1. Modelo de crecimiento del cultivo en invernadero. 64
7.2.2. Critério de desempeño. 65
7.2.3. Problema de control óptimo. 66
7.2.4. Solución al problema de control óptimo. 66
7.3. Método de paso descendente. 67
7.3.1. Maximización de funcionales por el método de paso descendete 67
7.3.2. Algoritmo computacional del método de paso descendete 70

7.4. Obtención del control óptimo e implementación del algoritmo de paso descendente. 70
7.4.1. Simulación y obtención del control óptimo. 73

A. Código fuente de los bloques DZc, DZt, DZh, DXd del modelo de la lechuga en Simulink. 77

A.1. DZc.m 77
A.2. DZt.m 78
A.3. DZh.m 79
A.4. DXd.m 79

B. Código fuente, control óptimo resuelto por el algoritmo de paso desendente. 81

B.1. Método de paso desendente. 81
B.2. obtiene_CO.m 82
B.3. voltearV.m 83
B.4. Compara_J.m 84
B.5. Nc.m 86
B.6. voltearDA.m 87

Índice de figuras

3-1. Diagrama Simulink que muestra como separar en dos escalas de tiempo 19
3-2. Contador de días. 20
3-3. Contador de horas por día. 20
3-4. Diagrama Simulink que realiza el cálculo de la duración del día con luz solar. . . 21
3-5. Duración del dia con luz solar. 22
3-6. Desplazamiento solar dependiente de la temporada con respecto al ecuador. . . . 22
3-7. Altura solar dependiente de la temporada. 23
3-8. Diagrama Simulink de la radiación incidente global teórica 23
3-9. Curso diurno solar. 24
3-10. Radiación incidente global teórica. 24
3-11. Modelo del crecimiento de la lechuga dentro del invernadero. 25
3-12. Bloque de la dinámica de la lechuga en invernadero. 25
3-13. Radiación Insidente Global Teórica. 26
3-14. Crecimiento de la materia seca, X_d. 27
3-15. Concentración de CO2 dentro del invernadero, X_c. 27
3-16. Temperatura del aire dentro del invernadero, X_t. 28
3-17. Humedad absoluta dentro del invernadero, X_h. 28

4-1. Gráfica de los valores interpolados para el coeficiente de transmitividad. 32
4-2. Obtención de los coeficientes de Fourier, usando la definición de estos. 32
4-3. Interior del bloque que realiza el calculo del coeficiente b_1 a b_9. 33
4-4. Serie de Fourier de 27 parámetros. 34

4-5. Error exitente entre el coeficiente de transmitividad y la aproximación en serie de Fourier de 27 parámetros. 34

5-1. Topología de Red Neuronal Artífical. 37
5-2. Topología del Perceptrón. 37
5-3. Grafica de los valores interpolados sin el valor medio. 40
5-4. Frecuencias con mayor magnitud. 41
5-5. Las cinco frecuencias de mayor magnitud. 43
5-6. Diferentes Topologías de Redes Neuronales Artificiales. 44
5-7. Constitución del Perceptrón. 45
5-8. Serie de Fourier con $\omega = 0{,}01$. 50
5-9. Topólogia de la RNA que se útiliza en esta tésis. 50
5-10. Comparación de la grafica de la serie de fourier encontrada con los datos reales. . 51
5-11. Serie de Fouries de 12 terminos, con $\omega = 0{,}012$. 52
5-12. Error, punto a punto, entre las serie de Fourier de 12 términos y los valores interpolados linealmente del coeficiente de transmitividad centrado en cero. . . . 53
5-13. Discriminación de las frecuencias con menor magnitud. 55
5-14. Serie de Fourier de 7 términos. 56
5-15. Error entre la serie de Fourier de 7 términos y los valores interpolados. 56
5-16. Comparación entre distintas series de Fourier y los valores interpolados en la frecuencia. 57

6-1. Modelo Simulink de la lechuga utilizando distintas modulaciones de la radiación solar. 59
6-2. Crecimiento de materia seca utilizando radiación modulada por τ_a representada por los valores interpolados. 59
6-3. Crecimiento de materia seca utilizando radiación modulada por τ_a representada por una serie de Fourier de 12 términos. 60
6-4. Crecimiento de materia seca utilizando radiación modulada por τ_a representada por una serie de Fourier de 5 términos. 60

6-5. Error entre Xd obtenida con la serie de Fourier de 12 términos y los valores interpolados. 61
6-6. Error entre Xd obtenida con la serie de Fourier de 5 términos y los valores interpolados. 62

Índice de cuadros

2.1. Parámetros del modelo de la lechuga de van Henten. 14

4.1. Valores para el coeficiente de transmitividad obtenidos por A. Martinez. 31

5.1. Frecuencias de mayor magnitud en el espectro. 41
5.2. Valores $n\omega$ que contienen a ω_i 42
5.3. Componentes ω con mayor magnitud. 43
5.4. Condiciones iniciales a_n y b_n. 49
5.5. Parámetros encontrados despues de la primera ejecución de la RNF. 52
5.6. Términos encontrados en la segunda ejeción de la RNF. 53
5.7. Magnitud C_n, de los términos de la serie de Fourier encontrada. 55

Capítulo 1

Introducción.

La agricultura es uno de los descubrimientos más importantes de la humanidad, surgió cuando los hombres se dieron cuenta de que las semillas puestas en la tierra brotaban y producían nuevas plantas y semillas. Ya no dependían solo de lo que les daba la naturaleza; podían producir más de lo que necesitaban para su consumo, planificar su futuro y permanecer en un solo lugar. Comenzó el sedentarismo.

La agricultura fue un descubrimiento que ocasiono un cambio en la civilización, ya sin la necesidad de trasladarse de un lado a otro para conseguir sus alimentos, los ahora campesinos tomaron posesión de la tierra, considerándola propiedad de ellos y de su grupo. Para protegerla, formaron aldeas y pequeñas ciudades, y las rodearon de muros defensivos. Cada tribu y pueblo desarrolló su propia lengua, tradiciones, costumbres, religión, arte y forma de vida, es decir, crearon una cultura.

A medida que avanzó la civilización, se fue añadiendo a la diversidad de plantas otros cultivos, no sólo alimenticios, sino también aquellos que le proporcionaban fibras, medicinas, ocasión de recreo y ornato, esto es, cultivos útiles para su bienestar.

Fueron sin embargo las plantas de ornato las que impulsaron el desarrollo de nuevas técnicas de cultivo y protección de plantas, es nombrado en muchos textos históricos la belleza de los los jardines colgantes de Babilonia, en donde se utilizaron macetas de piedra para cultivar las plantas, sin embargo fueron los romanos y griegos los primeros que utilizaron macetas para proteger las plantas exóticas en el interior de sus casas y palacios .

El jardín botánicos más viejo de Europa, en Padua (Italia), sufrió modificaciones en su

estructura alrededor en 1550 para introducir algunas partes de cristal y poder adaptar así las plantas más delicadas, aunque no sería hasta el siglo XVII que se utilizaría ese material como técnica común para el cultivo de invernadero. Este invernadero se utilizaba sólo para el cultivo de plantas medicinales. Las primeros techos de cristal que dejaban pasar la luz del día aparecieron en Inglaterra en 1717 y se fueron transformando poco a poco para convertirse en los invernaderos victorianos, tan exuberantes y hasta extravagantes.

Fue sin embargo hasta 1948, cuando gracias a la introducción del polietileno, se pudo contar con un producto mas económico que el vidrio,con el cual cubrir los invernaderos, de esta forma, los invernaderos se popularizaron. A partir del la década de los sesentas, los invernaderos comenzaron a ser intrumentados, aparecieron termostatos para el control de calor. después se pusieron en funcionamiento componentes electrónicos analógicos, para después llegar al uso de microcomputadoras para el control del nivel de radiación, la temperatura, la humedad y la concentración de bióxido de carbono, principalmente, aunque también se puede tener control sobre el agua de riego y sus nutrientes.

Aun cuando los invernaderos se encontraban instrumentados el control sobre ellos se realizaba bajo reglas de control euristicas, en donde el agricultor en base a su experiencia introduce dioxido de carbono, activa la ventilación o la calefacción a discreción. Un avance importante en la agricultura moderna se refiere al uso de modelos matemáticos para describir el comportamiento fisiologico y de crecimiento de un cultivo, (ver como ejemplo [Thornley & Johnson]). La incorporación de modelos matemáticos en la producción de cultivos permitio el uso de técnicas avanzadas de control para controlar el clima dentro de un invernadero, (ver [Munack & Tantau]).

En la actualidad los avances tecnológicos y científicos nos pertmiten tener invernaderos que no son simples protector de plantas, son reales fabricas de plantas u hortalizas. Son un biorreactores en el cual un cultivo produce un producto comercial realizado, con el bióxido de carbono, agua conteniendo fertilizante y luz solar como suministro. El costo de construcción y mantenimiento de un invernadero moderno de alta tecnologia hace muy superior el costo de cultivas en ambientes protegidos que cultivar a cielo abierto, por este motivo se requiere que las cosechas obtenidas en ambientes protegidos sean lo mayor redituables económicamente posible.

La ciencia de control nos permiten hacer uso eficiente de los invernaderos, incrementar la cantidad y calidad del producto haciendo uso eficiente de los suministros. Se puede ver como

ejemplo de control optimo en un cultivo [Tap & etal.].

Una de las aportaciones mas importantes referentes a el control y optimizacion de los recursos de un invernadero ha sido presentada por van Henten, (ver [van Henten]). En su tesis Doctoral van Henten aplica control óptimo a la producción de la lechuga dentro de un invernadero, utiliza el modelo matemático del crecimiento dinámico de la lechuga dentro de un invernadero para resolver el problema de control óptimo. En esta tesis se reproduce el trabajo de van Henten y se encuentra una representación en serie de Fourier para el coeficiente de transmitividad, con el objetivo de reducir el peso de las simulación ya que se utiliza para simular el crecimiento de la lechuga esta serie de Fourier que representa el coeficiente de transmitividad de la luz solar en lugar de un arreglo de valores discretos para la luz solar.

Capítulo 2

Modelo de la lechuga.

Lo que de un cultivo nos interesa conocer es la cantidad de producto final (materia seca[1]) que se obtiene bajo condiciones determinadas. Se han desarrollado modelos matematicos que muestren el comportamiento de la materia seca del cultivo; en trabajos como el de Spitterses, ver para detalles [Spitters], se modela la dinámica del crecimiento de un cultivo a partir de la asimilación de bióxido de carbono. La siguiente expresión nos muestra el comportamiento de la materia seca bajo esa consideración.

$$\frac{dX_d}{dt} = c_\beta(c_\alpha \phi_{fot} - \phi_{resp}) \tag{2.1}$$

Donde; X_d es la materia seca (kg m^{-2}); ϕ_{fot} (kg $m^{-2}s^{-1}$) es la fotosíntesis bruta considerada como absorción de CO_2; ϕ_{resp} (kg $m^{-2}s^{-1}$) es la razón de respiración expresada en términos del monto de carbohidratos consumidos; c_β es el parámetro de la respiración y perdida de síntesis en la conversión de carbohidratos a materia estructural y tiene un valor entre cero y uno y c_α es el parámetro para convertir bióxido de carbono asimilado a su equivalente en azúcares. La ecuación (2.1) muestra la dinámica del cultivo sin considerar las variables climatológicas, como lo son la temperatura, humedad y concentración de bióxido de carbono, el modelo matemático que describe la dinámica del clima dentro de un invernadero, tiene la forma siguiente:

[1] La materia seca de un cultivo se obtiene cuando una muestra es colocada en un horno a una temperatura de 105 ^{o}C durante 24 horas, el agua evapora y el alimento seco restante es la materia seca. La materia seca de un cultivo contiene todos los nutrientes.

$$\frac{dX_t}{dt} = \frac{1}{C_{cap,q}}(\mathrm{Q}_{pl,al}\text{-}\mathrm{Q}_{al,ou}+\mathrm{Q}_{rad}) \tag{2.2a}$$

$$\frac{dX_c}{dt} = \frac{1}{C_{cap,c}}(\mathrm{U}_c\text{-}\phi_{c,al,pl}\text{-}\phi_{c,al,ou}) \tag{2.2b}$$

$$\frac{dX_h}{dt} = \frac{1}{C_{cap,h}}(\phi_{h,al,pl}\text{-}\phi_{h,al,ou}) \tag{2.2c}$$

donde: X_t es la temperatura del aire en el invernadero (^{o}C); X_c es la concentración de bióxido de carbono dentro del invernadero (kg m^{-3}); X_h es la humedad absoluta dentro del invernadero (kg m^{-3}) y $C_{cap,q}$ (J m^{-2} ^{o}C^{-1}), $C_{cap,c}$(m) , $C_{cap,h}$(m), son las capacidades de calor, masa y aire dentro del invernadero, respectivamente.

En su tesis doctoral van Henten, ver [van Henten], presenta un modelo matemático que integra la dinámica del clima dentro de un invernadero, ver (2.2a)-(2.2c), con la dinámica del crecimiento de un cultivo, ver (2.1), aplicado a la lechuga. Resultando un modelo donde la temperatura del interior del invernadero no solo depende de las condiciones exteriores, también depende de la asimilación de carbohidratos durante el proceso de fotosíntesis del cultivo.

El proceso de producción de un cultivo descrito por el modelo dinámico que integra estos dos modelos matemáticos, ver (2.1) y (2.2a)-(2.2c), se muestra a continuación:

$$\frac{dX_d}{dt} = c_{\alpha\beta}(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}X_t^2+c_{co2,2}X_t-c_{co2,3})(X_c-c_\Gamma)}{c_1V_1+(-c_{co2,1}X_t^2+c_{co2,2}X_t-c_{co2,3})(X_c-c_\Gamma)}-... \tag{2.3a}$$
$$...-c_{resp,1}X_d2^{(0,1X_t-2,5)}.\ [\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}]$$

$$\frac{dX_c}{dt} = \frac{1}{C_{cap,c}}[-(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}X_t^2+c_{co2,2}X_t-c_{co2,3})(X_c-c_\Gamma)}{c_1V_1+(-c_{co2,1}X_t^2+c_{co2,2}X_t-c_{co2,3})(X_c-c_\Gamma)}+. \tag{2.3b}$$
$$...+c_{resp,2}X_d2^{(0,1X_t-2,5)}+U_c-(U_v+C_{leak})(X_c-V_c)].\ [\text{kg m}^{-3}\text{s}^{-1}]$$

$$\frac{dX_t}{dt} = \frac{1}{C_{cap,q}}(U_q-(c_{cap,q,v}U_v+C_{al,ou})(X_t-V_t)+c_{rad}V_1).\ [^o\text{C s}^{-1}] \tag{2.3c}$$

$$\frac{dX_h}{dt} = \frac{1}{C_{cap,h}}((1-e^{-c_{pl,d}X_d})c_{v,pl,al}(\frac{c_{v,5}}{c_R(X_t+c_{t,abs})}e^{\frac{c_{v,2}X_t}{X_t+c_{v,3}}}-X_h)-... \tag{2.3d}$$
$$...-(U_v+C_{leak})(X_h-V_h).\ [\text{kg m}^{-3}\text{s}^{-1}]$$

en donde:

X_d [kg m^{-2}], X_c [kg m^{-3}], X_t [^{o}C], X_h[kg m^{-3}], son el peso seco del cultivo, la concentración de bióxido de carbono, la temperatura del aire y la humedad absoluta; U_v [m s^{-1}] es el flujo de ventilación a través de la ventana; U_q [W m^{-2}] es la entrada de energía dada por el sistema térmico; U_c [kg m^{-2} s^{-1}] es la razón de suministro de bióxido de carbono; V_1 [W m^{-2}] es la radiación solar, PAR[2]; V_t [^{o}C] es la temperatura exterior; V_c [kg m^{-3}] es la concentración de bióxido de carbono exterior y V_h[kg m^{-3}] es la humedad absoluta exterior, los demás parámetros del modelo de la lechuga que se muestran en la Tabla **??**, los cuales son el resultado de experimentos y del análisis de sensibilidad que van Henten realizo en su tesis doctoral, para mas detalles sobre la obtención de estos parámetros consultar [van Henten].

Parámetro	Valor	Unidad
$c_{\alpha\beta}$	0,544	–
c_{pl}	53	m^{2}kg^{-1}
c_l	$3{,}55 \times 10^{-9}$	kg J^{-1}
$c_{co2,1}$	$5{,}11 \times 10^{-6}$	m s^{-1}^{o}C^{-2}
$c_{co2,2}$	$2{,}30 \times 10^{-4}$	m s^{-1}^{o}C^{-1}
$c_{co2,3}$	$6{,}29 \times 10^{-4}$	m s^{-1}
c_Γ	$5{,}2 \times 10^{-5}$	kg m^{-3}
$c_{resp,1}$	$2{,}65 \times 10^{-7}$	s^{-1}
$c_{resp,2}$	$4{,}87 \times 10^{-7}$	s^{-1}
$c_{al,ou}$	6,1	W m^{-2}^{o}C^{-1}
$c_{v,5}$	9348	J kg m^{-3} kmol^{-1}
$c_{pl,s}$	62,8	m^2 kg^{-1}
c_{gr}	$6{,}25 \times 10^{-6}$	s^{-1}
$c_{resp,3}$	$3{,}3 \times 10^{-7}$	s^{-1}
$c_{resp,4}$	$1{,}8 \times 10^{-6}$	s^{-1}

Cuadro 2.1: Parámetros del modelo de la lechuga de van Henten.

Es importante notar la exitencia de diferentes escalas de tiempo presentes en el modelo de la lechuga de van Henten, ver (2.3a)-(2.3d), lo cual dificulta enormente la simulación del modelo. Es posible reducir el modelo y con ese modelo reducido realizar simulaciones menos pesadas así como hacer análisis matemático de forma mas clara así como encontrar una ley de control para

[2]Photosintetic Active Radiation (PAR), Radiación fotosintética activa.

dicho modelo.

Las distintas escalas de tiempo presentes en las ecuaciones (2.3a)-(2.3d) significan que los cambios en el crecimiento del cultivo son muy lentos en relación con los cambios en las condiciones de temperatura, humedad y concentración de dióxido de carbono. Dada esta situación van Henten, en [van Henten], recúrre al uso de técnicas que permiten reducir el modelo, realiza un análisis basado en perturbaciones singulares, los detalles del uso de esta técnica se pueden consultar en [Kokotovic]. La suposición dada en el uso de esta técnica, es que para la región transitoria del sistema de respuesta rápida, las variables del sistema de respuesta lento permanecen constantes y que en el tiempo sus cambios llegan a ser evidentes. Haciendo uso de la técnica mencionada tenemos entonces el modelo matemático para la lechuga dado en las ecuaciones (2.4a)-(2.4d).

$$\begin{aligned}
\frac{dX_d}{dt} &= c_{\alpha\beta}(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)}{c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)}-... \\
&\quad ...-c_{resp,1}X_d 2^{(0,1Z_t-2,5)}.\ [\text{kg m}^{-2}\text{s}^{-1}] && (2.4a)\\
\varepsilon\frac{dZ_c}{dt} &= \frac{1}{C_{cap,c}}[-(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)}{c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)}+... \\
&\quad ...+c_{resp,2}X_d 2^{(0,1X_t-2,5)}+U_c-(U_v+C_{leak})(Z_c-V_c)]\ \ [\text{kg m}^{-3}\text{s}^{-1}] && (2.4b)\\
\varepsilon\frac{dZ_t}{dt} &= \frac{1}{C_{cap,q}}(U_q-(c_{cap,q,v}U_v+C_{al,ou})(Z_t-V_t)+c_{rad}V_1)\ \ [^o\text{C s}^{-1}] && (2.4c)\\
\varepsilon\frac{dZ_h}{dt} &= \frac{1}{C_{cap,h}}((1-e^{-c_{pl,d}X_d})c_{v,pl,al}(\frac{c_{v,5}}{c_R(Z_t+c_{t,abs})}e^{\left(\frac{c_{v,2}Z_t}{Z_t+c_{v,3}}\right)}-Z_h)-... \\
&\quad ...-(U_v+C_{leak})(Z_h-V_h).\ [\text{kg m}^{-3}\text{s}^{-1}] && (2.4d)
\end{aligned}$$

Estudiando el sub-problema lento, esto es, cuando los estados rápidos los mantenemos constantes (en estado permanente) y haciendo la perturbación $\varepsilon = 0$. Se obtiene entonces las ecuaciones mostradas en (2.5a)-(2.5d).

$$\frac{d\overline{X}_d}{dt} = c_{\alpha\beta}(1 - e^{-c_{pl,d}\bar{\overline{X}}_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}\bar{Z}_t^2 + c_{co2,2}\bar{Z}_t - c_{co2,3})(\bar{Z}_c - c_\Gamma)}{c_1V_1 + (-c_{co2,1}\bar{Z}_t^2 + c_{co2,2}\bar{Z}_t - c_{co2,3})(\bar{Z}_c - c_\Gamma)} - ...$$
$$... - c_{resp,1}\bar{X}_d 2^{(0,1Z_t-2,5)}. \text{ [kg m}^{-2}\text{s}^{-1}] \quad (2.5a)$$

$$\bar{Z}_c = \frac{-(\omega\alpha\rho + \alpha\tau - \delta\rho) + \sqrt{(\omega\alpha\rho + \alpha\tau - \delta\rho)^2 + 4\delta\alpha\tau\rho}}{2\tau\rho} + c_\Gamma. \text{ [kg m}^{-3}] \quad (2.5b)$$

$$\bar{Z}_t = \frac{(c_{cap,q,v}\bar{U}_v + C_{al,ou})\bar{V}_t + c_{rad}\bar{V}_1 + \bar{U}_q}{(c_{cap,q,v}\bar{U}_v + C_{al,ou})}. \text{ [}^o\text{C]} \quad (2.5c)$$

$$\overline{Z}_h = \frac{\left(1 - e^{-c_{pl,d}\overline{X}_d}\right) c_{v,pl,al}(\frac{c_{v,5}}{c_R(Z_t + c_{t,abs})} e^{\left(\frac{c_{v,2}Z_t}{Z_t + c_{v,3}}\right)} + (U_v + C_{leak})V_h}{(1 - e^{-c_{pl,d}\overline{X}_d})c_{v,pl,al} + (\bar{U}_v + C_{leak})}. \text{ [kg m}^{-3}] \quad (2.5d)$$

donde:

$\alpha = c_lV_l$; $\rho = -c_{co2,1}\bar{Z}_t^2 + c_{co2,2}\bar{Z}_t - c_{co2,3}$; $\omega = \left(1 - e^{-c_{pl,d}\bar{\overline{X}}_d}\right)$; $\tau = U_v + C_{leak}$; $\delta = c_{resp,2}\bar{X}_d 2^{(0,1Z_t-2,5)} + U_c + (\bar{U}_v + C_{leak})(V_c - c_\Gamma)$.

El modelo matemático de la lechuga mostrado en las ecuaciones (2.3a)-(2.3d), sera utilizado en el Capítulo **??** donde muestra como se realiza la simulación del crecimiento de la lechuga en invernadero. En el Capítulo 7 se utiliza el modelo matemático reducido de la lechuga mostrado en las ecuaciones (2.5a)-(2.5d), para encontrar una ley de control óptimo.

Capítulo 3

Simulación del modelo de la lechuga.

3.1. Radiación Incidente Global Teórica.

Es bien conocida la expresión para la radiación fotósintetica áctivan incidente en la frontera del globo terraqueo, V_i[1], la cual se puede consultar por ejemplo en [Goudriaan], V_i esta dada como sigue:

$$V_i = I_0 * \tau_a * sen\beta * \left[1 + 0{,}033cos(2\pi(\frac{t_d - 10}{365}))\right] \qquad [W/m^2] \tag{3.6}$$

donde:

V_i– Radiación incidente global, [W m^{-2}],

$I_0 = 1367\ \left[\text{W}\ \ \text{m}^{-2}\right]$, constante solar de la energía recibida en un punto normal a los rayos solares en la frontera de la atmósfera terrestre.

τ_a.– Coeficiente de transmitividad dado por las nubes presentes en la atmósfera.

β.– Ángulo de elevación del sol a un punto dado sobre la superficie terrestre, medido respecto al horizonte.

El termino $\left[1 + 0{,}033cos(2\pi(\frac{t_d - 10}{365}))\right]$ es el coeficiente de corrección de la excentricidad de la tierra considerada en el análisis teórico, ya que existe una máxima distancia entre la trayectoria de la tierra con el sol en Julio y una mínima en Enero.

t_d.– Día fenológico (el cual asigna 1 a partir del 1^o de enero y cuenta consecutivamente

[1]La cual comprende la radiación solar con longitud de onda de 350nm a 2000nm.

hasta el 31 de diciembre).

El curso diario de la altura solar (senβ) progresa sinusoidalmente y tiene la expresión siguiente:

$$sen\beta = a + b * \cos(2\pi * (t_h + 12)/24) \qquad [-] \tag{3.7}$$

donde:

t_h es el tiempo solar en horas

a es el desplazamiento solar dependiente de la temporada con respecto al ecuador.

$$a = sen\lambda sen\delta \qquad [-] \tag{3.8}$$

b es la amplitud de la altura solar dependiente de la temporada.

$$b = cos\lambda cos\delta \qquad [-] \tag{3.9}$$

$$sen\delta = -sen(\pi * 23{,}45/180) * \cos(2\pi * (t_d + 10)/365) \qquad [-] \tag{3.10}$$

donde:

λ el grado de Latitud

δ la declinación del sol con respecto al ecuador.

El número de 23.45 representa la inclinación en grados del eje terrestre con respecto al plano en el cual la tierra se mueve alrededor del sol.

Por otra parte la duración del día con luz solar, d, esta relacionada con a y b de la siguiente manera:

$$d = 12 * [1 + 2/\pi * asen(a/b)] \qquad [h] \tag{3.11}$$

La duración del día con luz solar afecta el desarrollo del cultivo por efectos foto periódicos. El promedio de transmisión diaria de radiación global, es representada como se muestra en la ecuación (3.12).

$$\int_{12-d/2}^{12+d/2} sen\beta = a * d + (24b/\pi) * \cos((d/12 - 1) * \pi/2) \qquad [h] \tag{3.12}$$

3.2. Escalas de tiempo presentes en la simulación de la radiación fotosintética áctiva teórica.

Para realizar una simulación en MatLab Simulink de la radiación fotosientética activa teórica, V_i, ver (3.6), es notoria la necesidad de tener un contador de horas y otro de días, (t_h, t_d), El reloj de simulación de Simulink es dividido mediante la operación módulo, para tener estas dos escalas de tiempo requeridas. El diagrama Simulink mostrado en la Figura 3-1, muestra como obtener dos escalas de tiempo, t_h y t_d, del reloj de simulación de Simulink.

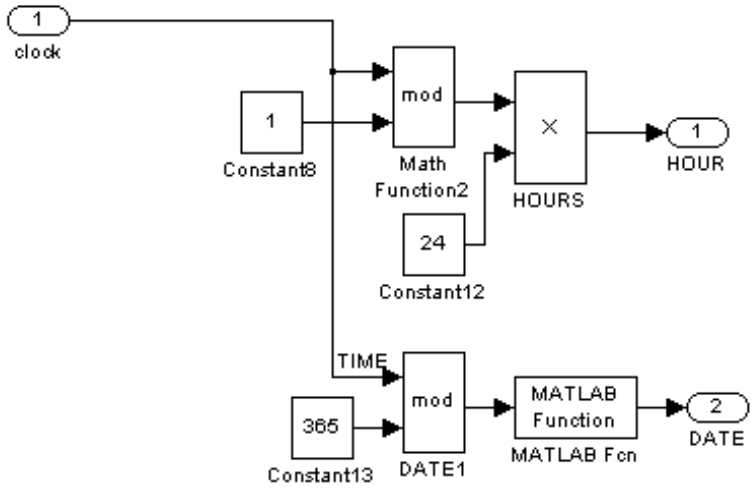

Figura 3-1: Diagrama Simulink que muestra como separar en dos escalas de tiempo

En las Figuras 3-2 y 3-3 se muestra el resultado de simular el diagrama Simulink mostrado en la Figura 3-1, la Figuras 3-2 muestra gráfica del contador de dias t_d y 3-3 muestra la gráfica para el contador de horas t_h:

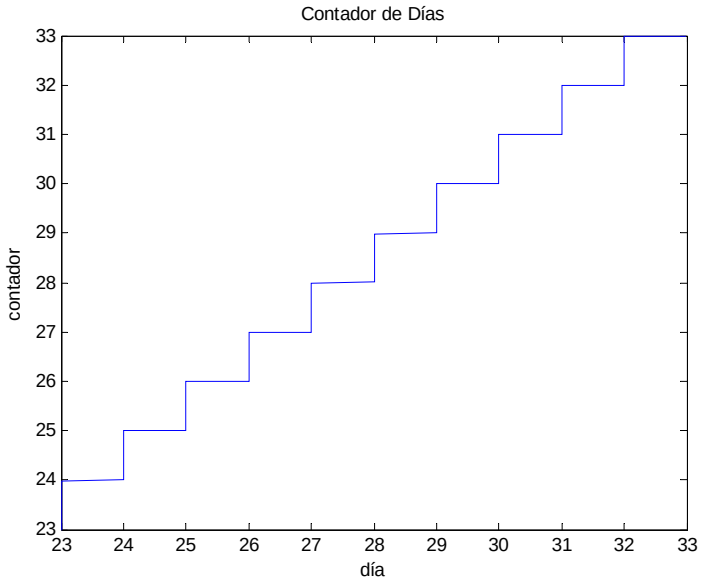

Figura 3-2: Contador de días.

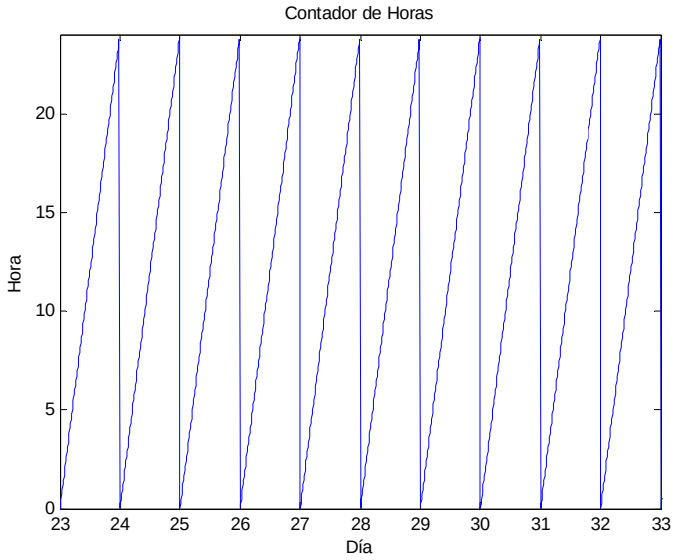

Figura 3-3: Contador de horas por día.

3.3. Simulación de la radiación incidente global teórica.

Se observa de la ecuación de la radiación incidente global V_i, ver (3.6), es necesario realizar varios bloques Simulink, se mostro el bloque que produce t_d y t_h, se necesita un bloque que calcule las variables a, b y d.

El diagrama Simulink de la Figura 3-4, muestra el bloque que realiza el cálculo de la duración

del día con luz solar, d, del desplazamiento solar dependiente de la temporada con respecto al ecuador a y.la amplitud de la altura solar dependiente de la temporada d, ver la ecuación (3.11).

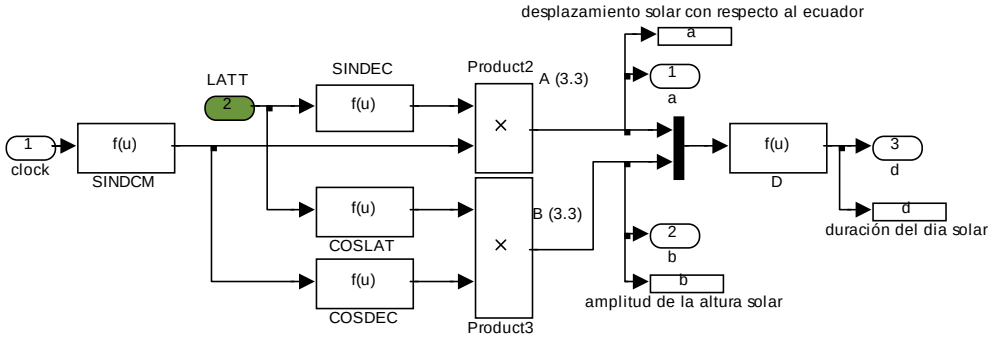

Figura 3-4: Diagrama Simulink que realiza el cálculo de la duración del día con luz solar.

Se observa en el diagrama Simulink de la Figura 3-4 una entrada de reloj, este diagrama utiliza el reloj de simulación de simulink en esa entrada, utiliza ademas cuatro bloques de funciones, SINDCM, SINDEC,COSLAT, COSDEC, D, (ver Apendice A para consultar sus definiciones). Las Figuras 3-5, 3-6 y 3-7, muestran:

1. La duración del día con luz solar (d), ver (3.11).

2. El desplazamiento solar dependiente de la temporada con respecto al ecuador (a), ver (3.8).

3. La amplitud de la altura solar dependiente de la temporada (b), ver (3.9).

   El diagrama Simulink de la Figura 3-4, ha sido simulado para el periodo del día fenológicos 23 a el dia fenológico 33.

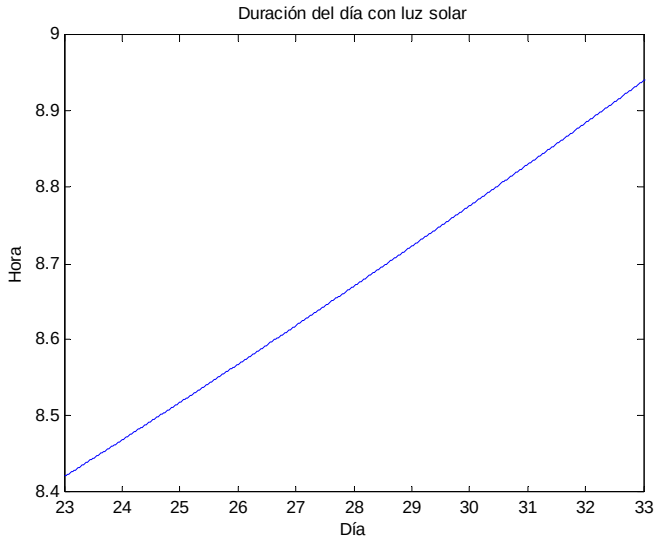

Figura 3-5: Duración del dia con luz solar.

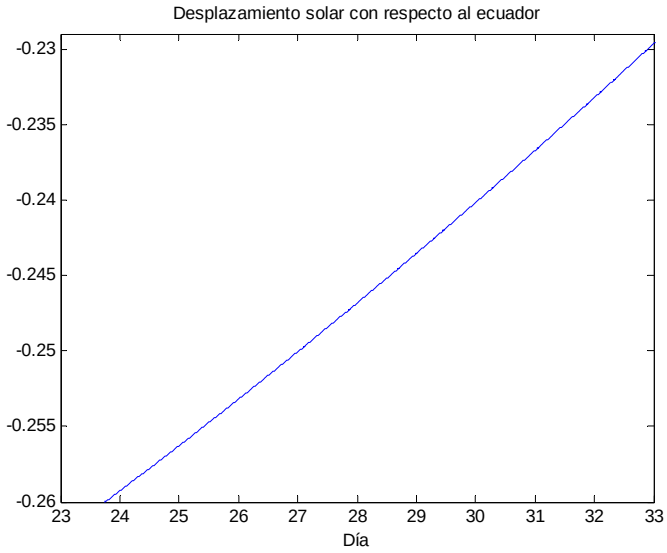

Figura 3-6: Desplazamiento solar dependiente de la temporada con respecto al ecuador.

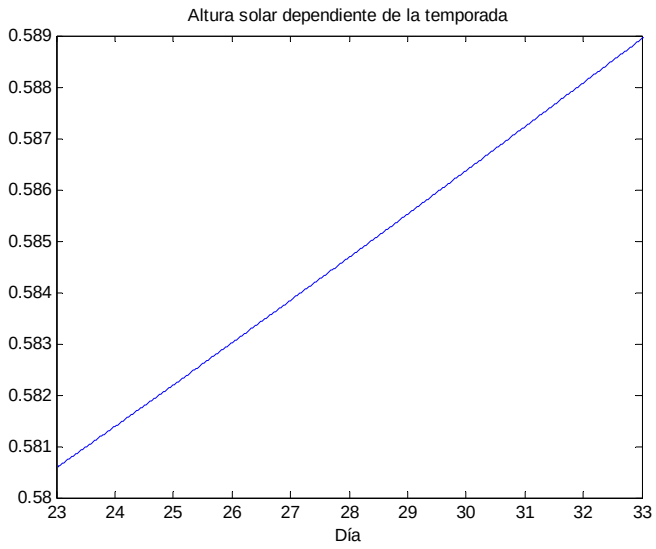

Figura 3-7: Altura solar dependiente de la temporada.

La Figura 3-8, muestra el bloque Simulink que realiza el calculo de la radiación incidente global, V_i, ver (3.6), el curso diario de la altura solar $sen\beta$, ver (3.7) y de el promedio de transmisión diaria de radiación global, ver (3.12).

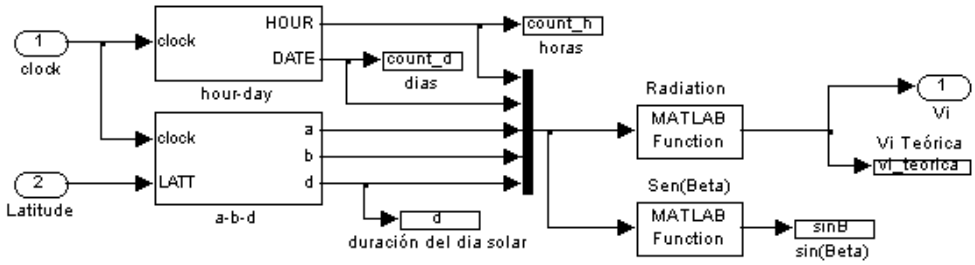

Figura 3-8: Diagrama Simulink de la radiación incidente global teórica

El diagrama Simulink de la Figura 3-8, utiliza los sub modelos *hour-day* y *a-b-d*, el sub modelos *hour-day* se mostró en la Figura 3-1, dicho modelo proporciona un reloj de dias (t_d) y horas (t_h), escalas de tiempo necesarias para hacer el cálculo de la Radiación, ver (3.6) y (3.7), el sub modelo *a-b-d* fue mostrado en la Figura 3-4, el bloque *MatLab function Radiation"*, que aparece en el modelo de la radiación incidente global, llama a el código *IRG,* el cual se puede consultar en el Apendice A, este código hace el cálculo de la radiación incidente global, ver (3.6), se muestra en las Figuras 3-9 y 3-10, las gráficas del curso diario de la altura solar y de la radiación incidente global (Vi), respectivamente, simulados para el periodo comprendido del

día fenológicos 23 al dia fenológico 33.

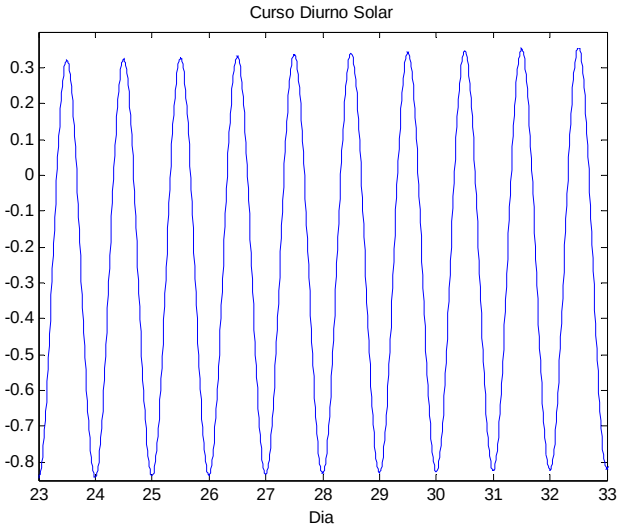

Figura 3-9: Curso diurno solar.

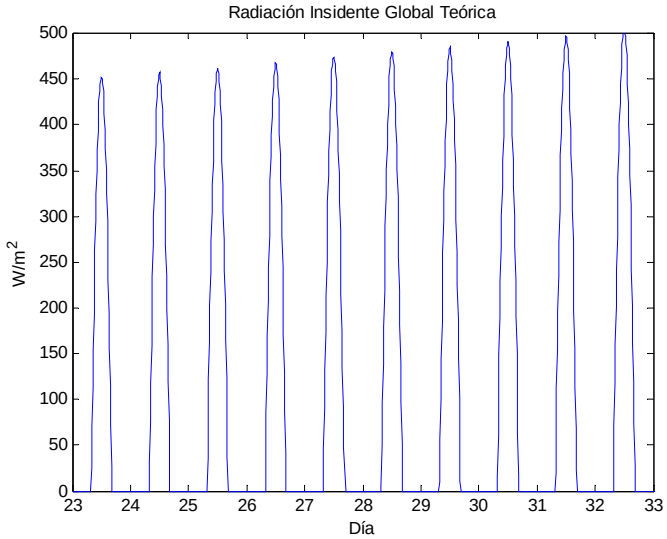

Figura 3-10: Radiación incidente global teórica.

3.4. Simulación de la lechuga.

En esta tesis se busca reducir el tiempo de simulación y encontrar un modelo matemático que nos facilite el análisis. Para simular el modelo de la lechuga es necesario utilizar dos escalas de tiempo, como se mostro en la Figura 3-1, es posible de un solo reloj de simulación obtener estas dos escalas de tiempo presentes. El bloque Simulink mostrado en la Figura 3-11, calcula

el crecimiento de la materia seca Xd, el bloque Simulink que hace el calculo de las ecuaciones, ver (2.5a) a (2.5d),.se muestra en la Figura 3-12.

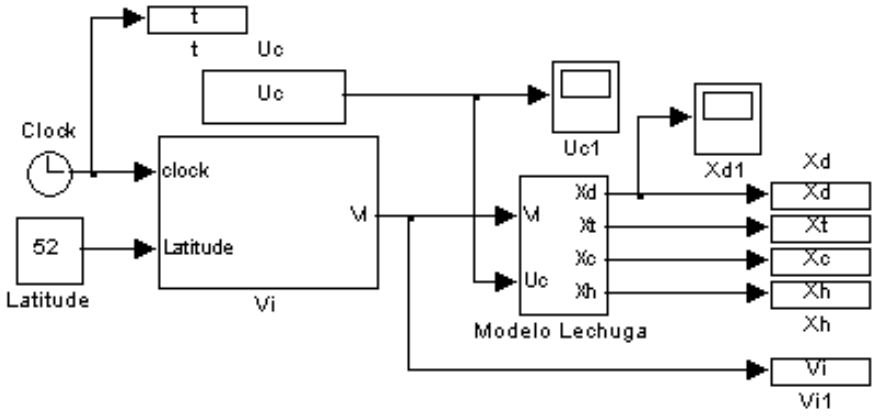

Figura 3-11: Modelo del crecimiento de la lechuga dentro del invernadero.

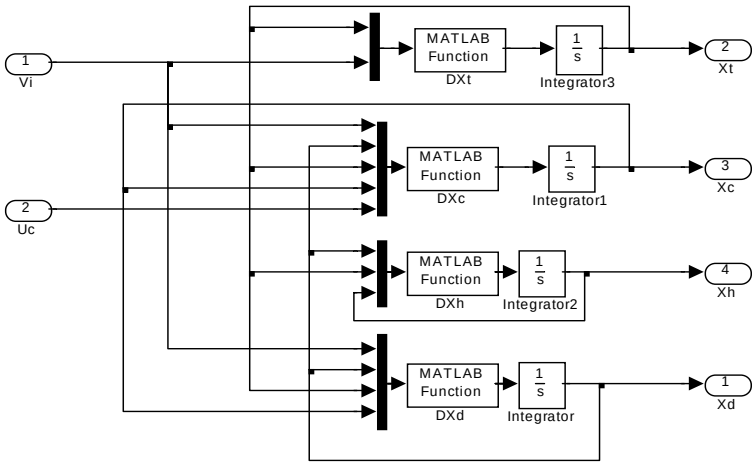

Figura 3-12: Bloque de la dinámica de la lechuga en invernadero.

Este diagrama utiliza cuatro bloques MatLab Function, las cuales realizan el calculo de X_t, X_c, X_h y X_d.Las funciones utilizadas son DXt.m, DXc.m, DXh.m y DXd.m (ver Apendice A para sus definiciones). Se observa además el bloque V_i. el cual se describio en la sección "Simulación de la radiación incidente global teórica.". En esta simulación es utilizada la radiación

incidente teórica (3.6), la cual se muestra en la Figura 3-13.

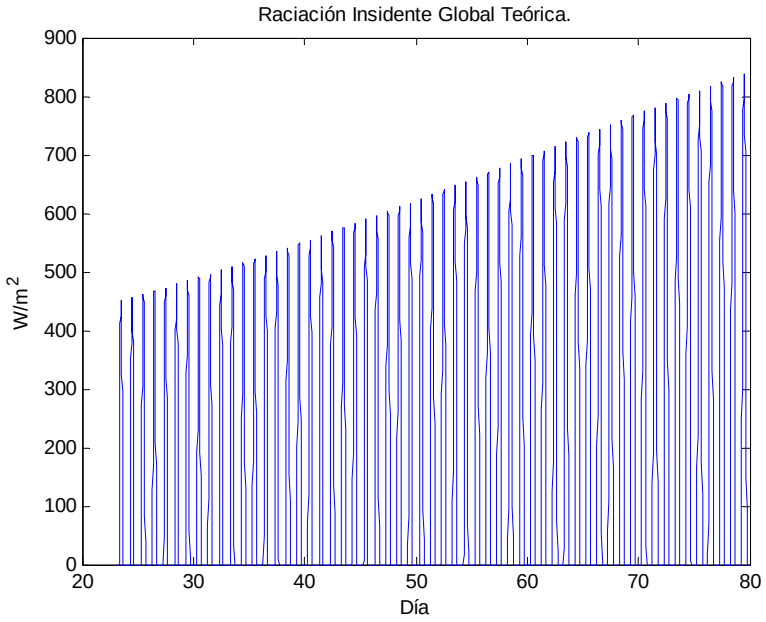

Figura 3-13: Radiación Insidente Global Teórica.

El bloque de entrada U_c es un escalón de la forma siguiente:

$$U_c = \begin{cases} 0 \text{ si } t < 23 \\ 1{,}2e-6 \text{ si } t \geq 23 \end{cases} \tag{3.13}$$

Simulamos el modelos del dia fenológico 23 al dia fenológico 80, en la tesis de maestria de Abraham Martinez G, ver [Martinez G. Abraham], hace la observación de que las variaciones importantes en el crecimiento de la lechuga están dadas principalmente por la radiación incidente, por lo que se utiliza temperatura exterior constante, $V_t = 12{,}5^oC$. Las graficas obtenidas en la simulasión para X_d, X_c, X_t, X_h, son mostradas respectivamente en la Figuras 3-14, 3-15, 3-16, 3-17.

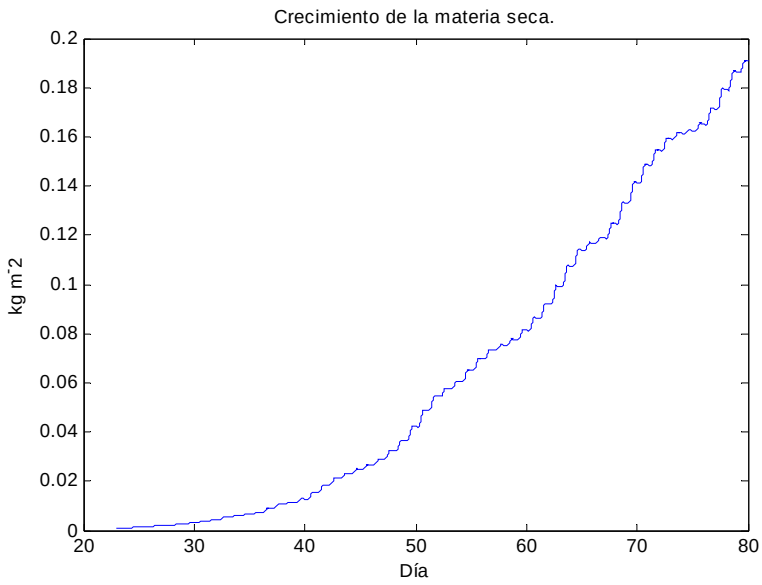

Figura 3-14: Crecimiento de la materia seca, X_d.

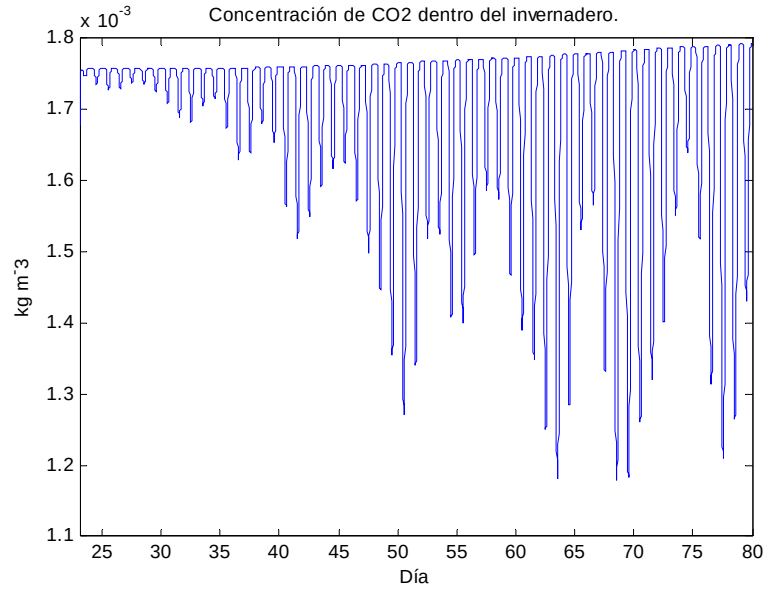

Figura 3-15: Concentración de CO2 dentro del invernadero, X_c.

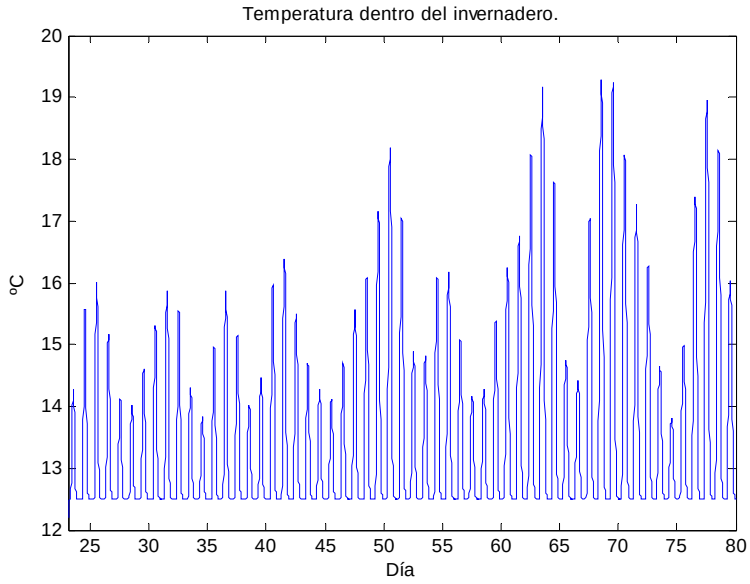

Figura 3-16: Temperatura del aire dentro del invernadero, X_t.

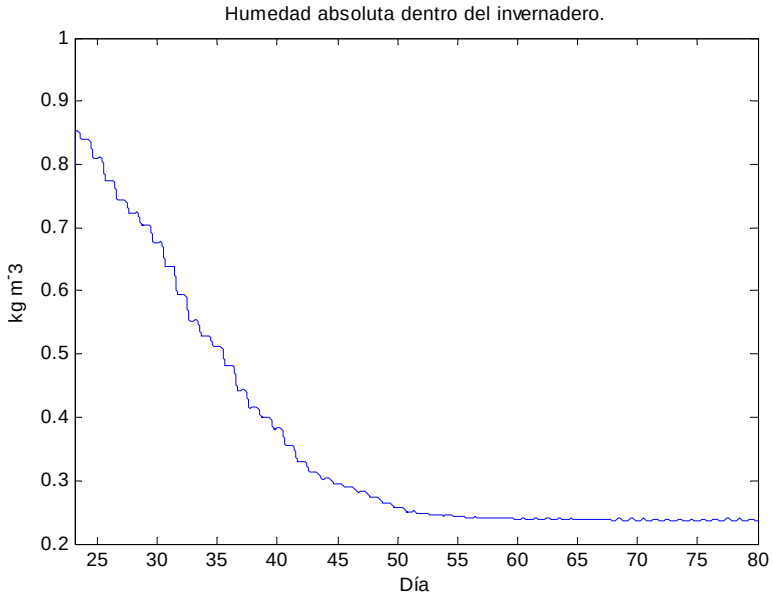

Figura 3-17: Humedad absoluta dentro del invernadero, X_h.

Capítulo 4

Obtención de la serie de Fourier del coeficiente de Transmitividad.

4.1. Introducción.

En este trabajo se utilizan datos de radiación incidente global proporcionados por la Universidad de Wageningen a Abraham Martinez G, para el desarrollo de su tesis de maestría, ver [Martinez G. Abraham], en dicha tesis Martinez genera una tabla de valores para el coeficiente de transmitividad, la cual se muestra en la Tabla 4.1.

Como se ha mencionado en esta tesis, la representación discreta de algunos parámetros, como lo es la radiación solar, el coeficiente de transmitividad, el control entre otros, dificultan el análisis, ya que lo ideal seria manejar solo funciones continuas en el tiempo. Al no tener funciones continuas en el tiempo y en su lugar un arreglo de valores discretos producto de una interpolación lineal, ocasiona que las simulaciones sean pesadas y lentas.

La solución a este problema, es representar el arreglo de valores discretos del coeficiente de trasmitividad como una aproximación en series de Fourier. Dado que una función $f(t)$ de periódo T, se puede representar por la serie trigonométrica

$$\bar{f}(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \tag{4.1}$$

donde $\omega = 2\pi/T$.

La componente senoidal de frecuencia $\omega_i = n\omega$ se denomina la enésima armónica de la función periódica. La primera armónica comunmente se conoce como la componente fundamental porque tiene el mismo periódo de la función y ω se conoce como la frecuencia angular fundamental.

Los coeficientes de Fourier a_n y b_n, se calculan siguiendo las expresiones:

$$a_n = \frac{1}{T}\int f(t)\cos(n\omega t)dt,\ n = 0, 1, 2.. \tag{4.2}$$

$$b_n = \frac{1}{T}\int f(t)\sin(n\omega t)dt,\ n = 1, 2, 3.. \tag{4.3}$$

4.2. Obtención de la serie de Fourier del coeficiente de transmitividad por la defición de los coeficientes.

4.2.1. Obtención de los valores del coeficiente de transmitividad.

En la tesis de maestria de Abraham Martinez G, ver [Martinez G. Abraham], se calcula el coeficiente de transmitividad (τ_a) a partir de datos de la radiación incidente real, $V_{i(real)}$, proporcionados por la Universidad de Wageningen. Estos datos se obtuvieron a partir de mediciones estadísticas del clima en Holanda tomadas del año 1975 a el año 1989, el proceso mediante el cual Martinez obtiene el coeficiente de transmitividad (τ_a), se describe como sigue:

1. Se calcula la Radiación Incidente Global Promedio, V_i. La espresión se muestra en la ecuación (3.6), tomando $\tau_a = 1$.

2. A fin de simplificar el análisis se considera que la radiación solar diaria es modulada por una onda cuadrada, es decir:

$$\hat{V}_{i(teórico)} = \begin{cases} Vi \text{ para } t \in [12 - d/2, 12 + d/2]; \\ 0 \text{ de otra forma.} \end{cases}, \quad [W/m^2]. \tag{4.4}$$

3. Dada la aproximación de la Radiación incidente global teórica promedio, $\hat{V}_{i(teórico)}$, y dados los datos estadisticos para $V_{i(\text{real})}$, se calcula el coeficiente de transmitividad, τ_a,

como sigue:

$$\tau_a = \frac{V_{i(\text{real})}}{\hat{V}_{i(teórico)}}. \quad [\text{-}]$$

Martinez, obtiene una tabla con los valores para el coeficiente de trasmitividad (τ_a), los valores se muestran en la Tabla 4.1.

Núm. Día (t_d)	C. Transmitividad
0	0,2
1	0,2173
2	0,2456
5	0,1066
9	0,3001
11	0,0915
14	0,2679
16	0,0816
18	0,3059
22	0,0883
28	0,3718
30	0,095
32	0,2606
35	0,0796
41	0,3823
43	0,0587
46	0,3819
52	0,0427
54	0,2845
56	0,2891

Cuadro 4.1: Valores para el coeficiente de transmitividad obtenidos por A. Martinez.

Estos valores son interpolados linealmente con 5601 puntos, los cuales se almacenan en el arreglo $f(t)$. La gráfica de esta función se muestra en la Figura 4-1.

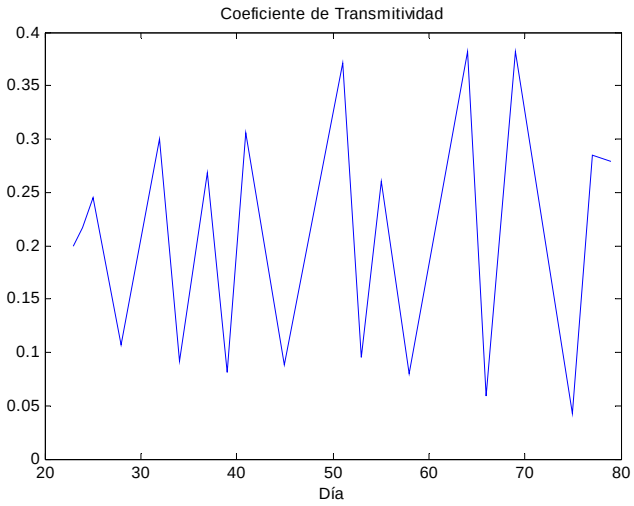

Figura 4-1: Gráfica de los valores interpolados para el coeficiente de transmitividad.

4.2.2. Obtención de los coeficientes de la serie de Fourier por cálculo directo.

Para poder obtener la serie de Fourier se considera que el coeficiente de transmitividad es una función de periódo $T = 57$. Se procede a calcular los coeficientes a_n y b_n, ver (4.2) y (4.3), mediante una simulación MatLab Simulink.

En la Figura 4-2, se muestra el diagrama Simulink que realiza el cálculo directo de los coeficientes de Fourier.

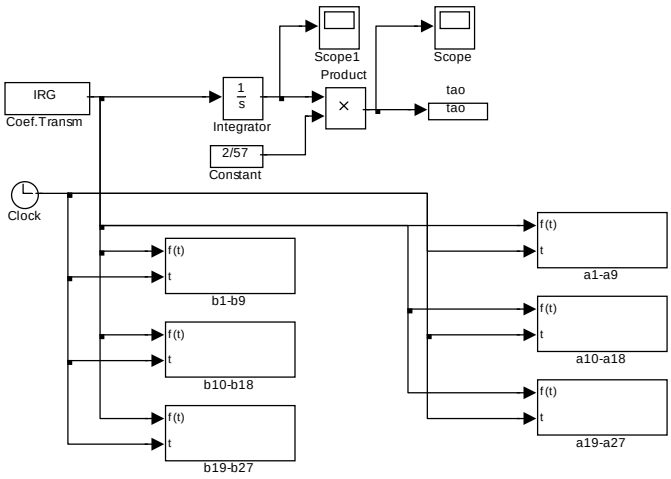

Figura 4-2: Obtención de los coeficientes de Fourier, usando la definición de estos.

En la Figura 4-2 se muestran seis bloques tiulados b1-b9, b10-b18, b19-b27, a1-b9, a10-a18 y a19-b27, los cuales realizan el cálculo de los coeficientes a_n y b_n, con $n = 1, .,27$, el interior de

los bloques son similares, se muestra el interior del bloque b1-b9 en la Figura 4-3 como ejemplo de los demas bloques. La función que representa el bloque MatLab function Fcn se muestra en el Apendice B.

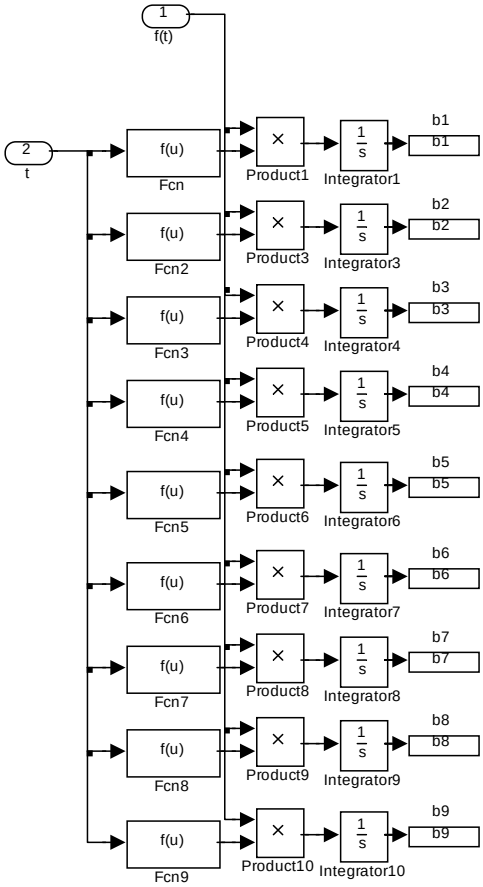

Figura 4-3: Interior del bloque que realiza el calculo del coeficiente b_1 a b_9.

Los coeficientes encontrados al realizar la simulación se muestran en la tabla 3.

La Figura 4-4 muestra el resultado de simular la serie de Fourier con los 27 coeficientes que se muestran en la tabla 3, esta serie de Fourier aproxima al coeficiente de trasmitividad. Existe un error entre la serie de Fourier encontrada y el arreglo $f(t)$ que define el coeficiente de transmitividad, la expresión para el error se muestra en la ecuación (4.5).

$$e = \frac{1}{T}\int_0^T (f(t) - \bar{f}(t))^2 dt \tag{4.5}$$

El error encontrado en la simulación es igual a 0,001237, la gráfica del error absoluto, punto

a punto, $f(t) - \bar{f}(t)$, se muestra en la Figura 4-5.

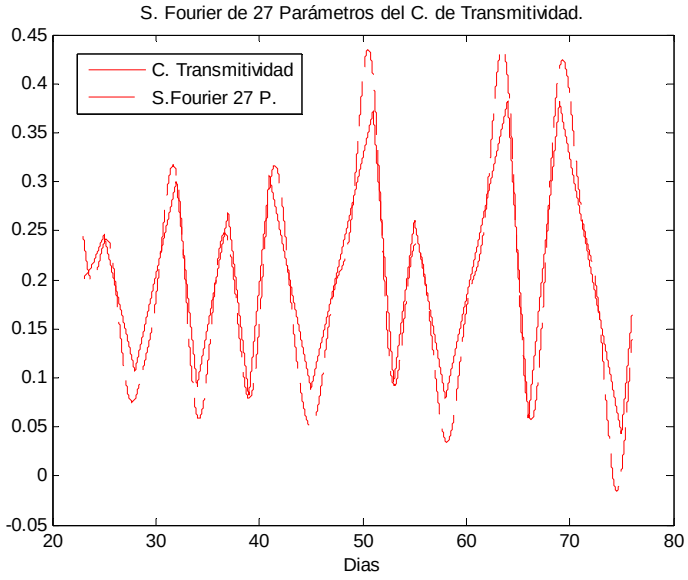

Figura 4-4: Serie de Fourier de 27 parámetros.

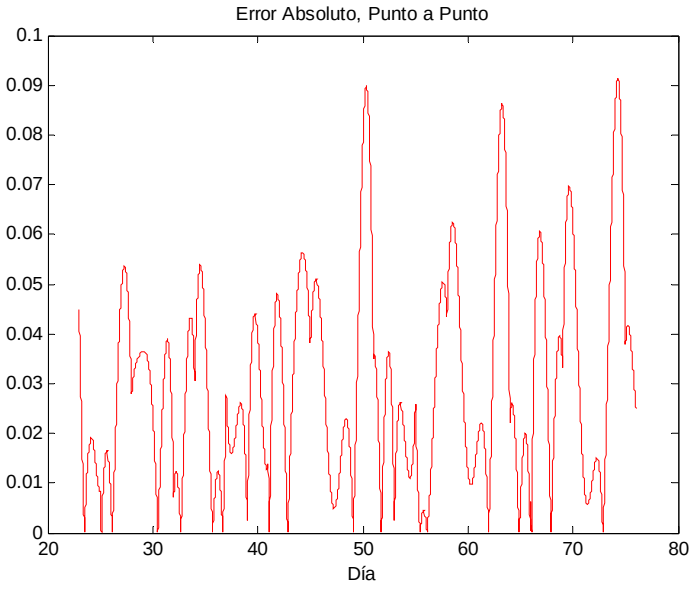

Figura 4-5: Error exitente entre el coeficiente de transmitividad y la aproximación en serie de Fourier de 27 parámetros.

Esta serie de Fourier obtenida del calculo directo de los coeficientes presenta un error considerablemente alto, al disminuir el numero de coeficientes el error aumenta. Buscamos una serie con un número menor de coeficientes que presente un error menor a esta serie de 27 coeficientes. Para encontrar la serie con menor número de coeficientes se utilizan tecnicas nuevas para este

fin, como lo son las Redes Neuronales Aríificiales (RNA); en el siguiente capítulo se presentara una nueva tecnica que realiza el calculo de los coeficientes de Fourier y se encuentra una serie de Fourier que aproxima al coeficiente de transmitividad con un error menor a la serie encontrata por métodos tradicionales.

Capítulo 5

Obtencion de la serie de Fourier del coeficiente de transmitividad usando Redes Neuronales Artíficiales.

5.1. Introducción.

Una nueva técnica para encontrar la serie de Fourier de una función es presentada en este trabajo, se hace uso de Redes Neuronales Artificiales (RNA) para encontrar los coeficientes de la serie de Fourier.

Las Redes Neuronales Artíficiales son una red de neuronas organizada en forma de capas, compuestas por nodos o unidades que estan interconectados por ligas, cada liga tiene un peso asociado, estos pesos son el medio principal para el aprendizaje de las RNA. Normalmente algunas RNA están conectadas al medio ambiente externo y pueden diseñarse como unidades de entrada o salida. Los pesos se modifican para tratar de hacer que el comportamiento entrada-salida se comporte como el ambiente externo.

Las RNA han sido utilizadas ampliamente para seguir funciones y para identificar sistemas. La teória de redes neuronales puede consultarse en [Haykin] y [Hagan]. Un tipo de RNA es aquella llamanda de Conexión hacia Adelante (Feed Forward), la topologia de esta RNA es mostrada en la Figura 5-1.

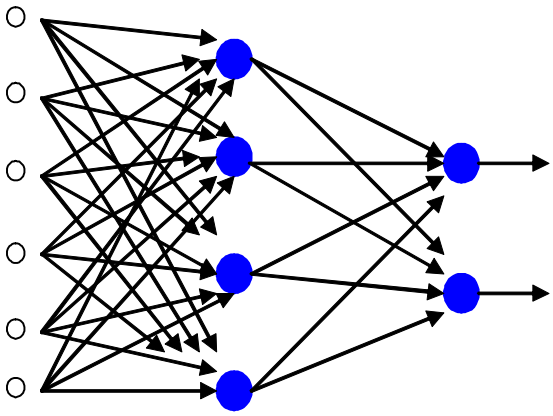

Figura 5-1: Topología de Red Neuronal Artíficial.

El perceptrón es la forma más simple de una red neuronal usada para la clasificación de un tipo especial de modelo linealmente separable. Consiste de una neurona única, ver Figura 5-2, estas redes se estudiaron desde la decada de los cincuentas, el objetivo del perceptrón es clasificar el conjunto de estímulos aplicados $x_1, x_2, \ldots, x_p$, dentro de una de las dos clases ξ_1 y ξ_2. La función de salida de un perceptrón se muestra en la ecuación (5.1), ver tambien la Figura 5-2.

$$Y = \varphi(v) = \varphi(\sum_{k=0}^{p} W_k X_k - \theta) \tag{5.1}$$

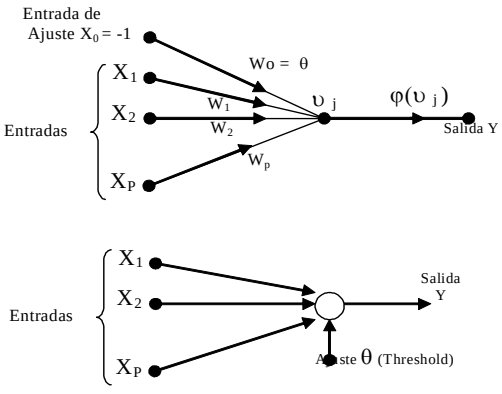

Figura. Perceptron Monocapa

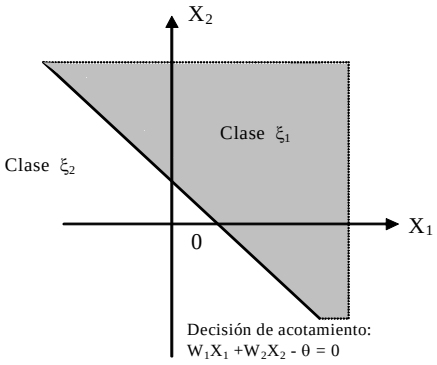

Figura. Reparación lineal para dos dimensiones, clasificación para dos clases de patrones

Figura 5-2: Topología del Perceptrón.

En este trabajo se utiliza una clase especial de RNA, las llamadas Redes Neuronales de

Fourier (RNF), este tipo de redes neuronales fueron introducidas por Adrian Silvescu en su tesis de maestria en 1997, ver [Silvescu 1997]. La topologia de una RNA y una RNF es similar, dicha topologia es mostrada en la Figura 5-1, La función de salida de una RNF multicapa, se muestra en la ecuación (5.2). Se abundara mas sobre las RNF en la sección 5.4.1 de este capítulo, (pag. 43).

$$Y = \varphi(\sum_{k=1}^{p} W_k \prod_{j=1}^{q} \cos(\omega_{kj} X_j + \phi_{kj})) \tag{5.2}$$

En esta tesis se propone un procedimiento para encontrar los coeficientes de la serie de fourier, que simplifica la topología al trabajar con una RNF de una sola capa. De esta forma la función de salida de las RNF sera como se muestra en (5.3).

$$Y = \varphi(\sum_{k=1}^{p} W_k \cos(\omega_k X_k + \phi_k) \tag{5.3}$$

Para poder simplificar el modelo y topologia de la RNF es requerido utilizar herramientas de Ingenieria en comunicaciones, como lo es la transformada de Fourier de una señal, con la cual se obtiene información en frecuencia del arreglo que define al coeficiente de transmitividad. Se observa de la ecuación de la RNF de una sola capa (5.3), en comparación con la ecuación de la RNF multi capa (5.2), que se tiene un solo peso ω, en lugar de $p * q$ distintos pesos ω, es condición necesaria encontrar este valor único ω que corresponde a la frecuencia fundamental del arreglo de valores interpolados linealmente que representan al coeficiente de transmitividad.

El procedimiento utilizado para encontrar la serie de Fourier del coeficiente de transmitividad se describe en los siguientes pasos:

1. Para facilitar la busqueda de las frecuencias de mayor magnitud presentes en el espectro en frecuencia, es recomendable extraerr la componente de frecuencia cero, es decir el valor constante en el tiempo del arreglo, por lo que se substrae el valor medio del arreglo dado. Esto se muestra en la seccion 5.2 de este capítulo, (pag. 39).

2. Una vez retirado el valor constante en el tiempo, se obtienen una función centrada en cero, a la cual se le aplica la transformada de Fourier para identificar las frecuencias principales de esta función. Este procedimiento se muestra en la seccíon 5.3.1 de este capítulo, (pag.

40).

3. Encontradas las frecuencias de mayor importancia, se buscan las condiciones iniciales para el funcionamiento de la RNF, ω, a_n y b_n, $(n = 1, .., p)$. En efecto estos valores seran el punto de partida con los cuales la RNF encontrará una red de Fourier que aproxime al coeficiente de transmitividad. El desarrollo de este procedimiento se muetra en las secciones 5.3.3 y 5.4.2, (pag 41 y 49).

4. Finalmente dadas las condiciones inciales se ejecuta la RNF hasta tener los parámetros de la red de Fourier que nos presenten un error menor al que damos como condición final. Este procedimiento se analizara en la sección 5.4 de este capítulo, (pag. 43).

Se concluye el capítulo haciendo la comparación de los errores de las distintas series de Fourier obtenida con los diferentes métodos, como lo es el descrito en el Capítulo 4. Se demuestra que el método desarrollado a lo largo de esté capítulo ofrece ventajas en la obtención de los parámetro de la serie de Fourier con respecto al método tradicional.

En el capítulo 6 se analiza el efecto de las diferentes representaciónes del coeficiente de transmitividad sobre el crecimiento de la lechuga.

5.2. Sustracción del valor medio del coeficiente de transmitividad.

5.2.1. Obtención del valor medio.

El valor medio de una función hablando en contexto de Ingenieria en Cominicaciónes, representa una magnitud constante en el tiempo. La precencia de esta magnitud constante complica la lectura del espectro en frecuencia de la función ya que esta magnitud constante es una componente con frecuencia cero que tienen incidencia sobre las demas componentes de frecuencia del coeficiente de transmitividad. El valor medio de la función $f(t)$ corresponde al coeficiente $\frac{1}{2}a_0$ de la serie de Fourier que aproxima dicha función.

Se utiliza la función Patito MatLab para encontrar el valor medio del arrego de los valores interpolados linealmente del coeficiente de transmitividad, $f(t)$. El valor medio encontrado es igual a $\frac{1}{2}a_0 = 0{,}207$. Sustraemos este valor del coeficiente de trasmitividad, y se obtiene un

nuevo arreglo de valores interpolados linealmente del coeficiente de transmitividad centrado en cero, $\hat{f}(t)$.

$$\hat{f}(t) = f(t) - 0{,}207, \tag{5.4}$$

La Figura 5-3 muestra este nuevo arreglo centrado en cero.

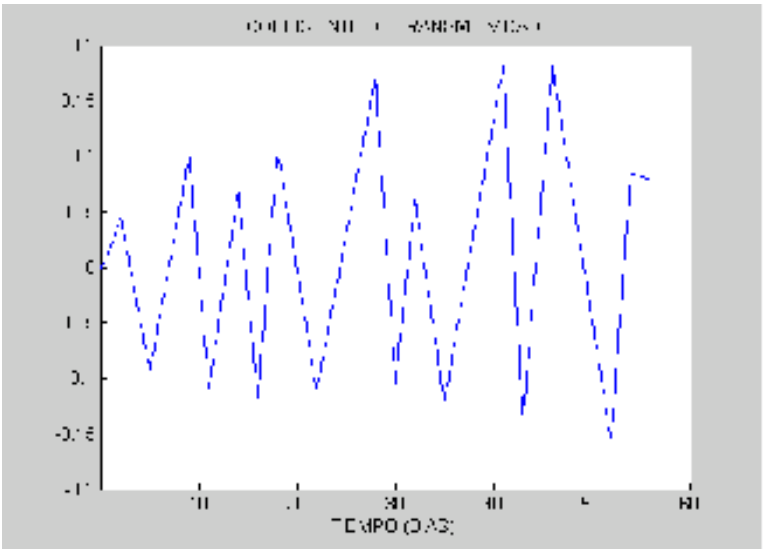

Figura 5-3: Grafica de los valores interpolados sin el valor medio.

5.3. Identificación de las frecuencias principales del espectro en frecuencia de la función centrada en cero.

5.3.1. Transformada de Fourier del coeficiente de transmitividad centrado en cero.

Necesitamos encontrar la condición inicial ω, para ejecutar la RNF. Como se ha mencionada anteriormente ω corresponde a la armónica fundamental y para encontrar el valor de está es necesario obtener el espectro en frecuencia del arreglo. El espectro se encuentra ejecutando la transformada discreta de Fourier de dicho arreglo centrado en cero; para lo cual es utilizado el algoritmo numérico que proporciona MatLab, la transformada rápida de fourier (Fast Fourier Transform FFT). Para observar la magnitud de las armonicas presentes en el arreglo se grafíca el conjugado del resultado de la FFT, es decir $F * conj(F)$, con el fin de que solo magnitudes positivas se muestren en la gráfica; se hace un acercamiento a las frecuencias de mayor magnitud

del espectro en frecuencia, esto se muestra en la Figura 5-4. El código fuente que realiza la transformación en frecuencia del arreglo centrado en cero puede consultarse en el Apéndice B.

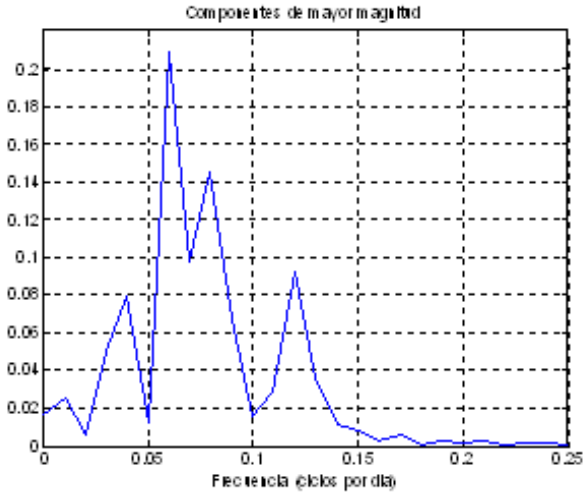

Figura 5-4: Frecuencias con mayor magnitud.

5.3.2. Identificación de las frecuencias principales ω_i, del espectro del coeficiente de transmitividad.

De Figura 5-4 se puede observar cuales son las frecuencias de mayor magnitud en el espectro. La lectura de dichas frecuencias y magnitudes se presentan en la Tabla 5.1.

MAGNITUD	FRECUENCIA
$C_1 = 0{,}0248$	$\omega_1 = 0{,}01$
$C_2 = 0{,}0749$	$\omega_2 = 0{,}04$
$C_3 = 0{,}209$	$\omega_3 = 0{,}06$
$C_4 = 0{,}1449$	$\omega_4 = 0{,}08$
$C_5 = 0{,}092$	$\omega_5 = 0{,}12$
$C_6 = 0{,}00611$	$\omega_6 = 0{,}17$
$C_7 = 0{,}00203$	$\omega_7 = 0{,}19$
$C_8 = 0{,}00249$	$\omega_8 = 0{,}21$
$C_9 = 0{,}00189$	$\omega_9 = 0{,}23$

Cuadro 5.1: Frecuencias de mayor magnitud en el espectro.

5.3.3. Armónica fundamental.

Para encontrar la armonica fundamental del coeficiente de tranmitividad centrado en cero, se busca aquella armónica que pueda generar a todas las demas armonicas presentes en el

espectro en frecuencia de dicho arreglo, es decir aquella componente de frecuencia ω, tal que genere a todas las demas componentes de frecuencias ω_i, donde $\omega_i = n\omega$; con $n \in \mathbb{R}$. De la Tabla 5.2, podemos notar que la frecuencia fundamental es $\omega = 0{,}01$, puesto que al ser multiplicada por algún entero pósitivo n, genera a las demás frecuencias del espectro del coeficiente de transmitividad centrado en cero.

ωn	ω_i
$\omega * 1 = 0{,}01$	$\omega_1 = 0{,}01$
$\omega * 2 = 0{,}02$	-
$\omega * 3 = 0{,}03$	-
$\omega * 4 = 0{,}04$	$\omega_2 = 0{,}04$
$\omega * 5 = 0{,}05$	-
$\omega * 6 = 0{,}06$	$\omega_3 = 0{,}06$
$\omega * 7 = 0{,}04$	-
$\omega * 8 = 0{,}08$	$\omega_4 = 0{,}08$
$\omega * 9 = 0{,}09$	-
$\omega * 10 = 0{,}10$	-
$\omega * 11 = 0{,}11$	-
$\omega * 12 = 0{,}12$	$\omega_5 = 0{,}12$
$\omega * 13 = 0{,}13$	-
$\omega * 14 = 0{,}14$	-
$\omega * 15 = 0{,}15$	-
$\omega * 16 = 0{,}16$	-
$\omega * 17 = 0{,}17$	$\omega_6 = 0{,}17$
$\omega * 18 = 0{,}18$	-
$\omega * 19 = 0{,}19$	$\omega_7 = 0{,}19$
$\omega * 20 = 0{,}20$	-
$\omega * 21 = 0{,}21$	$\omega_8 = 0{,}21$
$\omega * 22 = 0{,}22$	-
$\omega * 23 = 0{,}23$	$\omega_9 = 0{,}23$

Cuadro 5.2: Valores $n\omega$ que contienen a ω_i

5.3.4. Identificación de las frecuencias de mayor magnitud del espectro en frecuencia del coeficiente de transmitividad.

Se observa de la Tabla 5.2 que para reproducir ω_9 es necesaria una expanción a 23 frecuencias, lo que significa tener a_n y b_n con $n = 1, ..,23$. Dado que se busca reducir el número

de coeficientes utilizados en la serie de Fourier, se obta por tomar solo las frecuencias ω_i que tengan magnitud considerable C_i. Así como los valores de n que aproximan junto con ω el valor de su correspondiente ω_i; en la Tabla 5.3 se muestran las frecuencias de mayor magnitud que se utilizaran[1].

$\bar{C}_n$	C_i	ω_i	$n\omega$
$\bar{C}_1$	$C_1 = 0{,}0248$	$\omega_1 = 0{,}01$	1ω
$\bar{C}_4$	$C_2 = 0{,}0749$	$\omega_2 = 0{,}04$	4ω
$\bar{C}_6$	$C_3 = 0{,}209$	$\omega_3 = 0{,}06$	6ω
$\bar{C}_8$	$C_4 = 0{,}1449$	$\omega_4 = 0{,}08$	8ω
$\bar{C}_{12}$	$C_5 = 0{,}092$	$\omega_5 = 0{,}12$	12ω

Cuadro 5.3: Componentes ω con mayor magnitud.

En la Figura 5-5 se muestra un acercamiento a las frecuencia presentadas en la Tabla 5.3 .

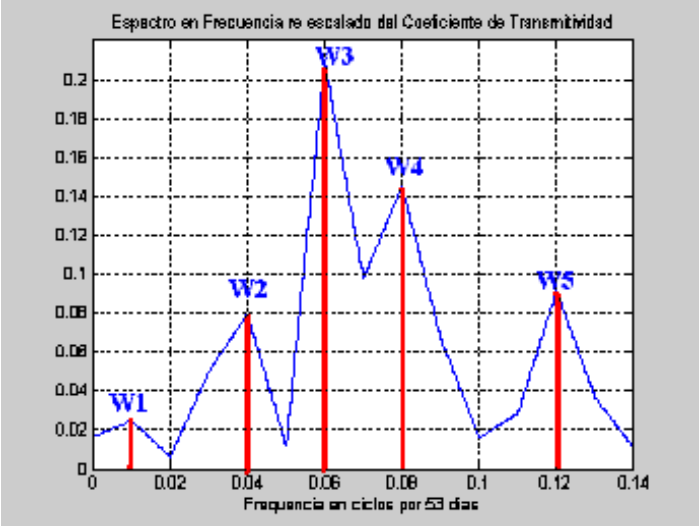

Figura 5-5: Las cinco frecuencias de mayor magnitud.

5.4. Obtención los parámetros de la serie de Fourier utilizando Redes Neuronáles de Fourier.

5.4.1. Redes Neuronales de Fourier.

Como se mencionó al início del capítulo, se utiliza una RNA para calcular el valor de los coeficientes de la serie de Fourier. En general la RNA esta compuesta de capas de neuronas

[1] C_i es la magnitud de la frecuencia ω_i seleccionadas, $\bar{C}n$ representa la magnitud de la frecuencia $n\omega$, de la serie de Fourier a construir.

interconectadas. Exiten dos topologías de interconexíon de estas capas de neuronas; las redes feed forward (conexión hacia adelante) y feed back (recurrentes); la Figura 5-6 muestra un diagrama con los principales tipos de RNA.

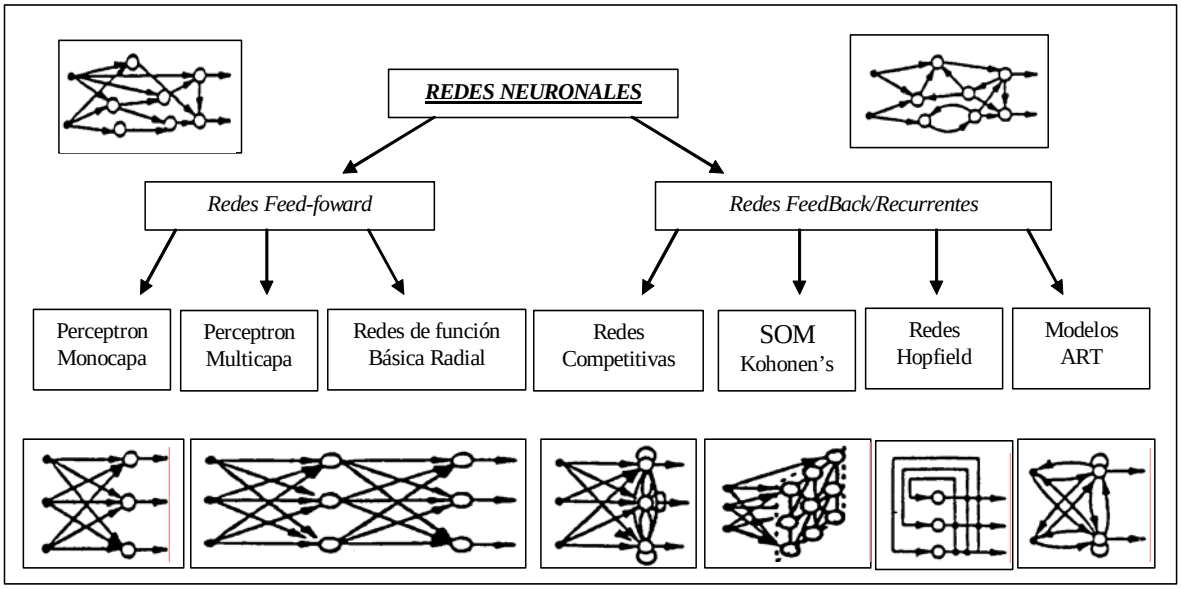

Figura 5-6: Diferentes Topologías de Redes Neuronales Artificiales.

En esta tesis se utiliza un tipo de RNA feed forward de una sola capa llamada Perceptrón. El Perceptrón esta compuesto por una capa de entrada de nodos fuente que se proyecta en una neurona de salida, en las unidades de entrada su valor depende del medio ambiente y el valor de la neurona de salida depende de la funcón de activación asociada. Se muestra en la Figura 5-7 como esta compuesto el Perceptrón.

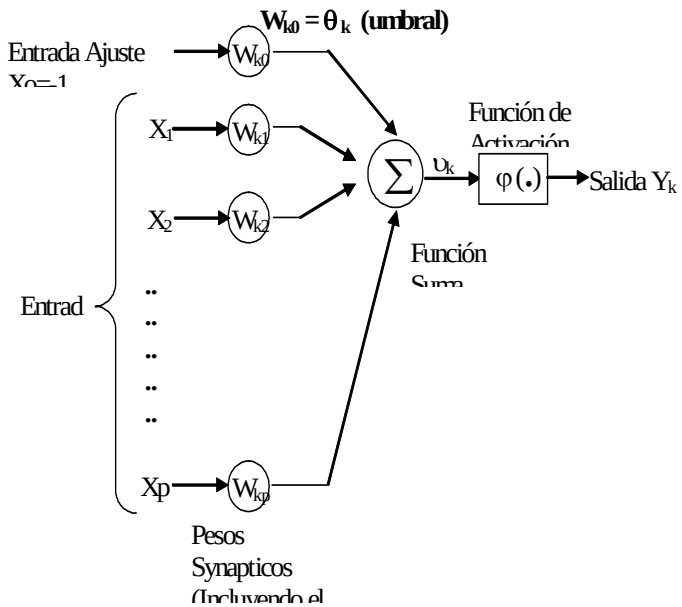

Figura 5-7: Constitución del Perceptrón.

Se recuerda la ecuación de salida del Perceptrón a continuación:

$$Y = \varphi(v) = \varphi(\sum_{1}^{p} W_k X_k - \theta) \tag{5.5}$$

De la ecuación (5.5), X_k corresponde a la capa de nodos fuente, W_k corresponde a los pesos sinápticos asociados a cada neurona. θ se presenta como valor de correcíon y φ es la funcíon de activación.

Como se ha mensionado el perceptrón es la forma más simple de una RNA, el cual es usado para clasificar un tipo especial de modelo linealmente separable. Esta separación lineal se debe a la función de activación φ, el valor a la salida del Perceptrón se encuentra al aplicar la función de activación a la sumatoria de los pesos $W = [W_1, ...W_p]$, por la capa de entrada $X = [X_1, ..X_p]$[2].

Usualmete son usadas como funciones de activacion las siguientes funciones:

1. Función Escalón.

$$escalón(v) = \begin{cases} 1 \text{ si } \nu \geq 1 \\ 0 \text{ si } \nu < 1 \end{cases} \tag{5.6}$$

[2] Vamos a conciderar que el valor de corrección θ igual a cero.

2. Función Signo.

$$signo(v) = \begin{cases} 1 \text{ si } \nu \geq 0 \\ -1 \text{si } \nu < 0 \end{cases} \tag{5.7}$$

3. Función Sigmoide.

$$sigmoide(\nu) = \frac{1}{1 + e^{-\nu}} \tag{5.8}$$

Los pesos W_k escogídos para la RNA, determinan la función que representa la RNA a la salida, el proceso en el que los pesos cambian hasta llegar a ser los adecuados, se denomina aprendizaje. Para el aprendizaje existen varios algorítmos. En este trabajo se utiliza el algoritmo Back Propagation (BP). El BP es un algorítmo de aprendizaje de corrección por error, en el que se utiliza la técnica de gradiente de paso descendente para encontrar los pesos que mejor se ajustan para producir la salida deseada en la RNA. El error entre la función de aprendizaje ($\hat{f}$) y la salida de la RNA (Y), se muestra en la expresión (5.9).

$$E = \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{n} (\hat{f}(t) - Y(t))^2 \tag{5.9}$$

El algoritmo busca determinar el vector de pesos W_k que minimice el error E. Esto se logra modificando los pesos en la dirección que produce el máximo descenso en la superficie del error.

La dirección de cambio se obtiene mediante el gradiente. El gradiente especifica la dirección que produce el máximo incremento, por lo que el mayor descenso es el negativo de la dirección. Para abundar mas sobre el algoritmo de Back Propagation consultar [Haykin]. A continuación se muestra en (5.10), el cálculo del gradiente:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial W_k} &= \frac{\partial}{\partial W_k} \frac{1}{2} \sum_{t=0}^{n} (\hat{f}(t) - Y(t))^2 \\ &= \sum_{t=0}^{n} (\hat{f}(t) - Y(t)) \frac{\partial}{\partial W_k} (\hat{f}(t) - W_k X(t)) \\ &= \sum_{t=0}^{n} (\hat{f}(t) - Y(t))(-W_k X(t)) \end{aligned} \tag{5.10}$$

La corrección de los pesos W_k, que se efectua mediante el aprendizaje se produce como se muestra en (5.11).

$$W_k(t+1) = W_k(t) + \Delta W_k(t) \tag{5.11}$$

Donde:

$$\Delta W_k(t) = -\alpha \nabla E(t) \tag{5.12}$$

Sustituyendo el gradiente de (5.10) en (5.12), se tiene:

$$\Delta W_k(t) = \alpha(\hat{f}(t) - Y(t))(W_k X(t)) \tag{5.13}$$

Finalmente sustitiuyendo (5.13) en (5.11), queda la función de corrección de pesos W_k que se muestra en la siguiente ecuación:

$$W_k(t+1) = W_k(t) + \alpha(\hat{f}(t) - Y(t))(W_k X(t)) \tag{5.14}$$

La aplicación del algorítmo Back Propagation tiene los siguiente pasos:

1. Se necesita proponer el valor inicial de los pesos W_k.
2. Para el tiempo t, activar el Perceptrón aplicando un valor continuo del vector de entrada $X(t)$ y la respuesta deseada $\hat{f}(t)$.
3. Calcular la respuesta actual del Perceptrón, ver ecuación (5.5).
4. Actualizar el vector de los pesos del Perceptron, ver ecuación (5.14).
5. Al llegar al tiempo final $t = t_f$, si E es menor a cierto ϵ predeterminado, se detiene el algorítmo. De lo contrario regresa al paso 2.

Hasta este momento se ha explicado el concepto de RNA, centrandose en su típo específico Perceptrón, así como el algoritmo de apendizaje que ajusta los pesos de la red para tener a la salida la función deseada. Haciendo enfasis en lo que se mensionó al principio de este capítulo,

en esta tésis se utilizan RNF que hácen uso de una función de activación ditinta a las listadas en esta sección.

Se Procede ahora a describir la topología de las RNF. La función que caracteriza la RNF de una sola capa de neurónas, se muestra en la siguiente ecuación:

$$Y = \varphi\left(\sum_{k=1}^{p} W_k \cos(\omega_k X_k + \phi_k)\right) \tag{5.15}$$

La ecuación (5.15), se puede escribir como sigue:

$$Y = \varphi\left(\sum_{k=1}^{p} W_k \cos(\phi_k)\cos(\omega_k X_k) - W_k \sin(\phi_k)\sin(\omega_k X_k)\right) \tag{5.16}$$

Redefiniendo los peso de la RNF de la sigueinte forma

$$a_k = W_k \cos(\phi_k) \tag{5.17}$$

$$b_k = -W_k \sin(\phi_k) \tag{5.18}$$

Y considerando la función de activación como:

$$\varphi(\nu) = \nu$$

Podemos ahora escribir la RNF como:

$$Y = \sum_{k=1}^{p} a_k \cos(\omega_k X_k) + b_k \sin(\omega_k X_k) \tag{5.19}$$

Finalmente si para $k = n = [1, 2, ..., p]$, se tiene $\omega_n = n\omega$, y haciendo el vector de entrada $X = [t_1, .., t_p]$, con $t_1 = t_2 = .. = t_p$, entonces la salida de la RNF, ver (5.20), es similar a la expresión para la serie de Fourier mostrada en (4.1).

$$Y(t) = \sum_{n=1}^{p} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \tag{5.20}$$

Teniendo la espresión para la Red Neurónal y conociendo el valor de ω y $\frac{1}{2}a_o$, que ya se

calcularon en las secciones anteriores, 5.3.3 y 5.4.2, se procede ahora a obtener la condiciones iniciales para a_n y b_n y así poder simular el algóritmo BP que encuentre los parámetros a_n y b_n de la serie de Fourier que presente un error menor a la serie de Fourier encontrada en el capítulo anterior.

5.4.2. Cálculo de condiciones iniciales.

Para el cálculo de las condiciones iniciales $a_n = b_n$, $(n = 1, ..,12)$, se toman de la Tabla 5.3 los valores de $\bar{C}_n$. A partir de la ecuación de magnitud mostrada en (5.21), se calculan valores para a_n y b_n. Los valores para $\bar{C}n$ que no estan presentes en la Tabla 5.3 , se obtienen interpolando linealmente a 12 términos; el valor de estos coeficientes se muestra en la Tabla 5.4.

$$\bar{C}_n = \sqrt[2]{a_n^2 + b_n^2}, \text{ con } n = 1, .,12. \tag{5.21}$$

$\bar{C}_n$	a_n	b_n
$\bar{C}_1 = 0{,}0248$	$a_1 = 0{,}01753624817343$	$b_1 = 0{,}01753624817343$
$\bar{C}_2 = 0{,}0415$	$a_2 = 0{,}02934493141924$	$b_2 = 0{,}02934493141924$
$\bar{C}_3 = 0{,}0582$	$a_3 = 0{,}04115361466506$	$b_3 = 0{,}04115361466506$
$\bar{C}_4 = 0{,}0749$	$a_4 = 0{,}05296229791087$	$b_4 = 0{,}05296229791087$
$\bar{C}_5 = 0{,}14195$	$a_5 = 0{,}10037380758943$	$b_5 = 0{,}10037380758943$
$\bar{C}_6 = 0{,}209$	$a_6 = 0{,}14778531726799$	$b_6 = 0{,}14778531726799$
$\bar{C}_7 = 0{,}17695$	$a_7 = 0{,}12512254493096$	$b_7 = 0{,}12512254493096$
$\bar{C}_8 = 0{,}1449$	$a_8 = 0{,}10245977259393$	$b_8 = 0{,}10245977259393$
$\bar{C}_9 = 0{,}131675$	$a_9 = 0{,}09310828541274$	$b_9 = 0{,}09310828541274$
$\bar{C}_{10} = 0{,}11845$	$a_{10} = 0{,}08375679823155$	$b_{10} = 0{,}08375679823155$
$\bar{C}_{11} = 0{,}105225$	$a_{11} = 0{,}07440531105035$	$b_{11} = 0{,}07440531105035$
$\bar{C}_{12} = 0{,}092$	$a_{12} = 0{,}06505382386916$	$b_{12} = 0{,}06505382386916$

Cuadro 5.4: Condiciones iniciales a_n y b_n.

Conociendo el valor de ω y calculados los valores de a_n y b_n, se simula la serie la serie de Fourier con estos coeficientes. La gráfica de dicha simulación se muestra en la Figura 5-8.

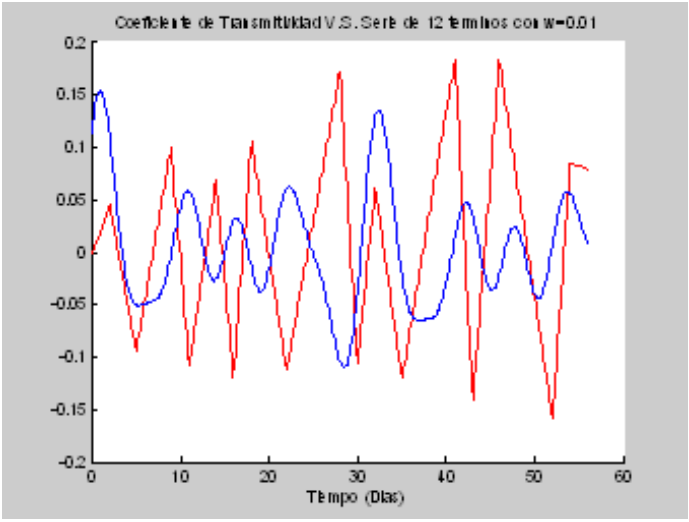

Figura 5-8: Serie de Fourier con $\omega = 0{,}01$.

Los parámetros a_n y b_n utilizados en esta serie de Fourier, seran condiciónes iniciales para la RNF. Esta RNF encontrará los parámetros de la serie de Fourier que aproxime a el coeficiente de transmitividad centrado en cero.

5.4.3. Aplicación de la Red Neurónal de Fourier.

Se ha comentado a lo largo de este capítulo la necesidad de las condiciones inciales para la ejecución del algoritmo de parendizaje BP, en la sección anterior se encontraron las condiciones iniciales para los pesos de la RNF; la topólogia de la red neurónal mostrada en (5.20) se presenta en la Figura 5-9.

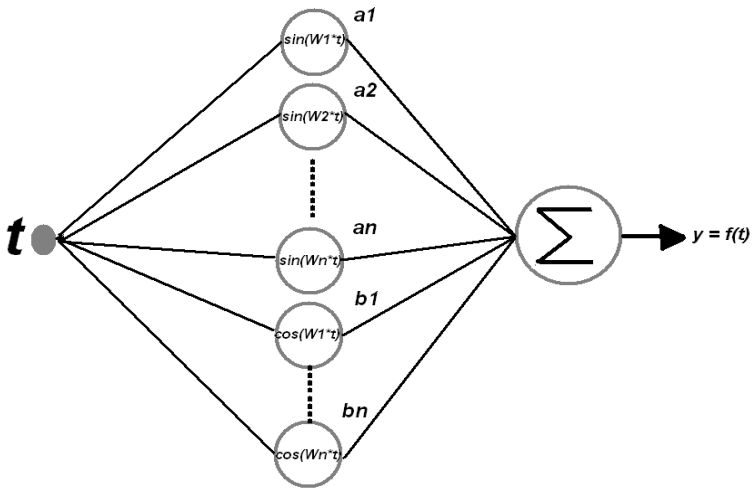

Figura 5-9: Topólogia de la RNA que se útiliza en esta tésis.

Es importante en el algorítmo BP dar un adecuado valor al factor de correción α, ver (5.12). Las consideraciones para otorgar el valor de este factor pueden ser consultadas en [Haykin], En este trabajo se utiliza el valor de $\alpha = 0{,}0061$[3]. Para el entrenamiento de nuestra red utilizamos el arrego interpolado linealmente del coeficiente de transmitividad centrado en cero, ver (5.4).

Despues de la primera ejecución de la RNA los pesos a_n y b_n han cambiado. Se simula la serie de Fourier con estos doce nuevos términos. En la Figura 5-10 se muestra la serie simulada, en la Tabla 5.5 se presentan los valores a_n y b_n encontrados.

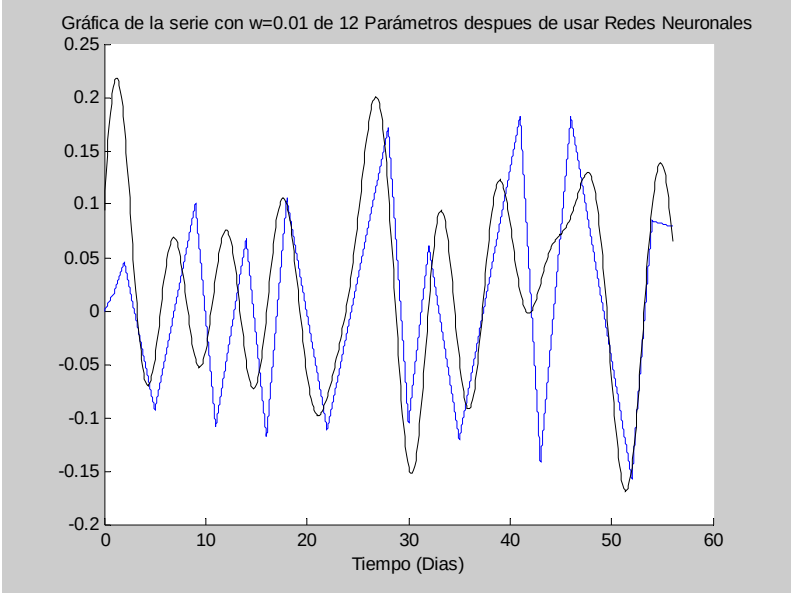

Figura 5-10: Comparación de la grafica de la serie de fourier encontrada con los datos reales.

Es necesario ralizar un nuevo entrenamiento, para encontrar una mejor aproximación, para este nuevo entrenamiento se toman los valores de la Tabla 5.5 como valores fijos, ahora el peso que se variara es ω. Despues de realizar este nuevo entrenamiento se encuentra que con $\omega = 0{,}012$ se optiene una mejor aproximación mejora la aproximación.

Finalmente se toman los valores de la Tabla 5.5 como condiciones inciales para un nuevo aprendizaje, asi tambien se toma $\omega = 0{,}012$, como valor fijo. Despues de ejecutar el algoritmo de aprendizaje BP, se obitienen nuevos valores a_n y b_n para la serie de Fourier de 12 términos, utilizando $\omega = 0{,}012$, simulamos la nueva serie de Fourier que utiliza estos nuevos valores encontrados y que se presentan en la Tabla 5.6. La gráfica de la simulación de esta serie de Fourier se presenta en la Figura 5-11. Esta serie presenta un error igual a 0,0004464, que es

[3]El valor de α se encontro al comparar el comportamiendo de la RNF con distintos valores.

a_n	b_n
$a_1 = 0{,}0045$	$b_1 = -0{,}0363$
$a_2 = 0{,}0327$	$b_2 = -0{,}0279$
$a_3 = 0{,}0499$	$b_3 = 0{,}0016$
$a_4 = 0{,}0135$	$b_4 = -0{,}0039$
$a_5 = 0{,}0507$	$b_5 = 0{,}0132$
$a_6 = 0{,}0447$	$b_6 = -0{,}0173$
$a_7 = 0{,}0448$	$b_7 = 0{,}0588$
$a_8 = 0{,}0565$	$b_8 = 0{,}0486$
$a_9 = -0{,}0400$	$b_9 = 0{,}0293$
$a_{10} = 0{,}0178$	$b_{10} = 0{,}0281$
$a_{11} = -0{,}0045$	$b_{11} = 0{,}0156$
$a_{12} = 0{,}0459$	$b_{12} = -0{,}0151$

Cuadro 5.5: Parámetros encontrados despues de la primera ejecución de la RNF.

menor al error de la serie encontrada en la sección 4.2.2 del capítulo anterior.

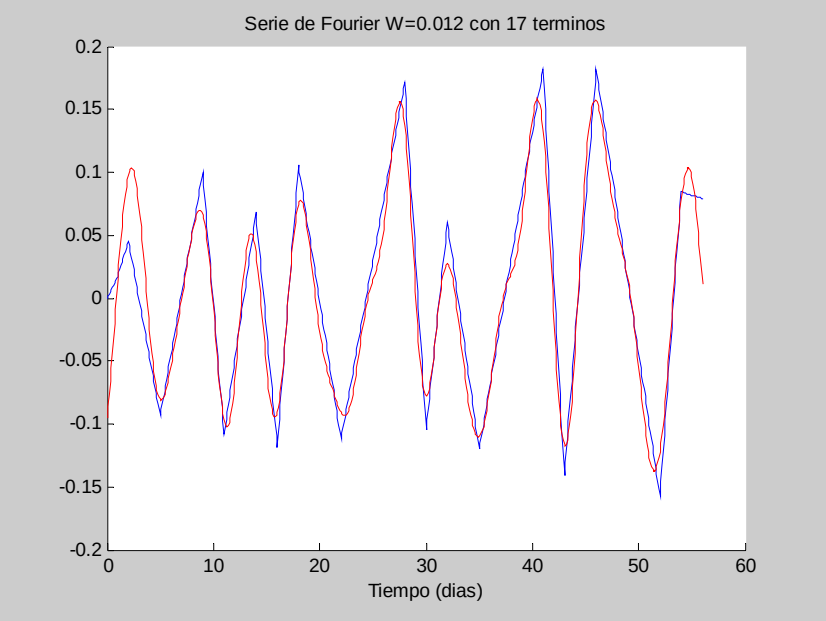

Figura 5-11: Serie de Fouries de 12 terminos, con $\omega = 0{,}012$.

El error, punto a punto, entre la serie de Fourier formada con los coeficientes de la Tabla 5.6 y el coeficiente de transmitividad centrado en cero, se muestra en la Figura 5-12.

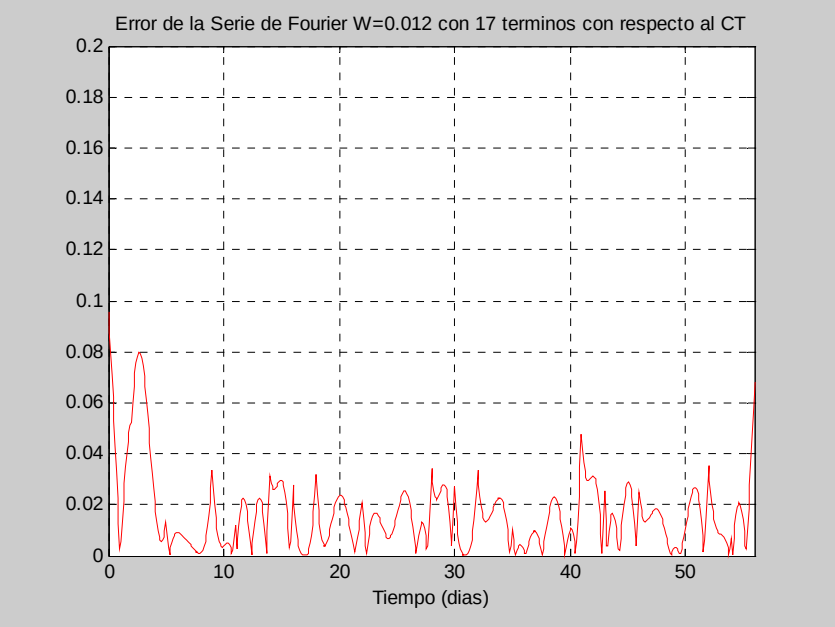

Figura 5-12: Error, punto a punto, entre las serie de Fourier de 12 términos y los valores interpolados linealmente del coeficiente de transmitividad centrado en cero.

a_n	b_n
−0,0168	0,0049
−0,0118	−0,0002
−0,0020	−0,0319
0,0222	0,0069
−0,0223	−0,0248
0,0311	−0,0075
0,0431	−0,0229
0,0340	0,0323
0,0089	−0,0117
−0,0059	−0,0237
−0,0291	−0,0085
0,0251	−0,0120
0,0132	0,0016
−0,0047	−0,0057
−0,0048	0,0080
−0,0011	−0,0043
0,0013	0,0038

Cuadro 5.6: Términos encontrados en la segunda ejeción de la RNF.

5.5. Reducción de la serie de Fourier.

5.5.1. Introducción.

Se ha encontrado una serie de Fourier con un error que nos permite confiar en tener una buena aproximación al coeficiente de transmitividad. Esta serie de Fourier de 12 términos permite hacer simulaciones rápidas. Pero si se requiere hacer análisis matemático resulta pesado; trabajar con una función de 12 términos no resulta muy practico para ese fin. Es por esta razón que se busca reducir la serie de Fourier, sin que se pierdan las propiedades básicas y efectos que causa esta sobre el modelo de la lechuga.

Para encontrar esta serie de Fourier reducida, utilizaremos solo aquellas componentes a_n y b_n que tengan la mayor magnitud C_n, para esto utilizaremos un criterio para discriminar las frecuencias de mayor magnitud. Este criterio consiste en considerar con magnitud igual a cero a aquellas frecuencias que tengan una magnitud C_n menor a la mitad de la mayor magnitud C_n de las 12 componentes.

Al finalizar el capítulo se hace un comparativo del error entre la serie reducida y la serie de 12 términos, así como la comparación de estas con la serie de Fourier de 27 términos encontrada por métodos tradicionales en el capítulo 4.

5.5.2. Magnitudes de la serie de Fourier.

Se recuerda la expresión para la magnitud C_n en (5.22).

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \tag{5.22}$$

En la Tabla 5.7 se muestra C_n, la cual se obtiene a partir de los valores para a_n y b_n mostrado en la Tabla 5.6.

En la Figura 5-13 se observa la gráfica de las magnitudes mostradas en la Tabla 5.7. Para obtener la serie de Fourier reducida se utiliza un criterio para discriminar frecuencias ω_n, es decir tomar sus componentes a_n y b_n con valor cero. Se discriminaran aquellas frecuencias con magnitud menor a la mitad de la mayor magnitud C_n encontrada. La mayor magnitud es $C_7 = 0{,}0488$, por lo que todas las magnitudes menores a $0,0244$, seran discriminadas, es decir se tomaran a_n y b_n igual a cero al formar la nueva serie de Fourier reducida.

C_n	$n\omega$
$C_1 = 0{,}0175$	1ω
$C_2 = 0{,}0118$	2ω
$C_3 = 0{,}0319$	3ω
$C_4 = 0{,}0233$	4ω
$C_5 = 0{,}0334$	5ω
$C_6 = 0{,}0320$	6ω
$C_7 = 0{,}0488$	7ω
$C_8 = 0{,}0469$	8ω
$C_9 = 0{,}0147$	9ω
$C_{10} = 0{,}0244$	10ω
$C_{11} = 0{,}0304$	11ω
$C_{12} = 0{,}0279$	12ω
$C_{13} = 0{,}0133$	13ω
$C_{14} = 0{,}0074$	14ω
$C_{15} = 0{,}0094$	15ω
$C_{16} = 0{,}0044$	16ω
$C_{17} = 0{,}0041$	17ω

Cuadro 5.7: Magnitud C_n, de los términos de la serie de Fourier encontrada.

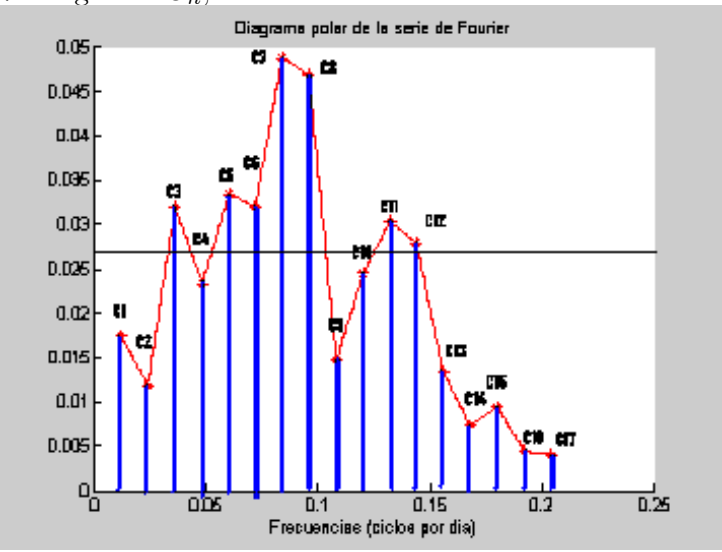

Figura 5-13: Discriminación de las frecuencias con menor magnitud.

En esta nueva serie de Fourier reducida se toman solo las magnitudes con coeficiente $n = \{3, 5, 6, 7, 8, 11, 12\}$, el resto se hace cero.

5.5.3. Serie de Fourier reducida de 7 términos.

Si se toma con valor cero aquellos parámetros a_n, b_n con $n = \{1, 2, 4, 5, 9, 10, 13, 14, 15, 16, 17\}$, se tienen entonces la serie de Fourier reducida. Esta serie presenta un error igual a 0,005039, que es mayor que el de la serie de 12 términos. En la Figura 5-14 se muestra la serie de Fourier reducida, la del error, punto a punto, es mostradas en la Figura 5-15.

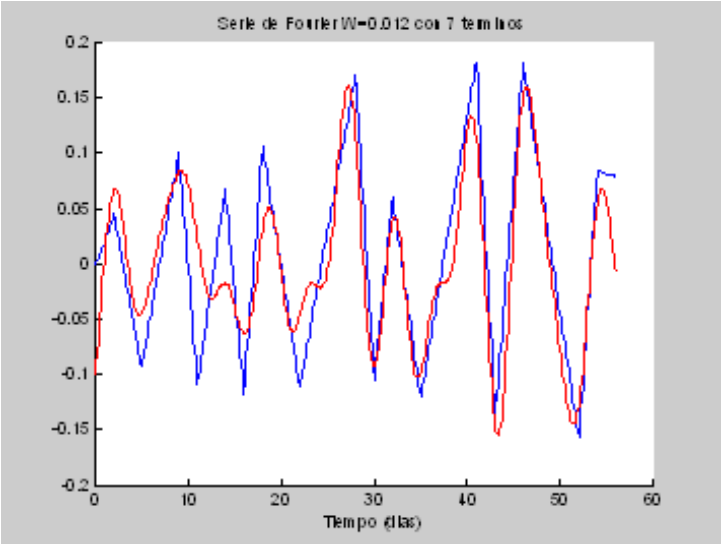

Figura 5-14: Serie de Fourier de 7 términos.

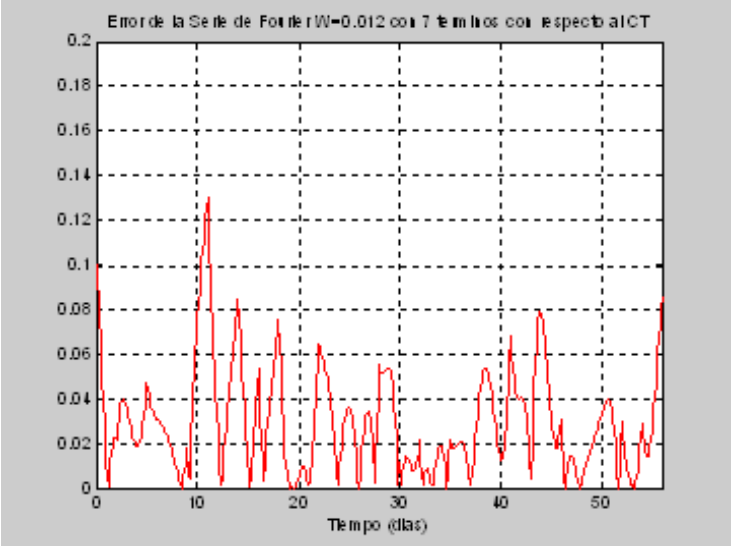

Figura 5-15: Error entre la serie de Fourier de 7 términos y los valores interpolados.

Se hace la comparación de la series de Fourier de 12 y 7 términos con el coeficiente de transmitividad en el dominio de la frecuencia. Como se ve en la Figura 5-16 el espectro en

frecuencia de dichas series y el coeficiente de transmitividad interpolado linealmente es muy similar en sus frecuencias de mayor magnitud.

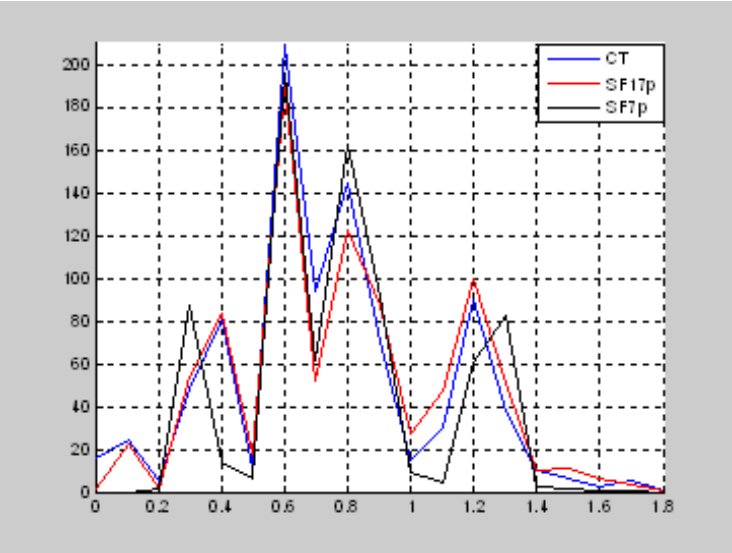

Figura 5-16: Comparación entre distintas series de Fourier y los valores interpolados en la frecuencia.

En este capítulo se ha encontrado una serie de Fourier de 12 términos que facilíta enormemente la simulacíon del proceso de crecimiento de la lechuga. Con un error considerablemente menor al error que presenta la serie de Fourier encontrada con los métodos tradicionales.

También se ha encontrado uns serie de fourier con un número menor de términos (7 términos). La cual aun conserva el comportamiento básico del coeficiente de transmitividad, teniendose así una serie de Fourier útil para análisis matemático.

Capítulo 6

Efecto de las distintas representaciones del coeficiente de transmitividad en el modelo de la lechuga.

Las series de Fourier que fueron obtenidas por deficinión de los coeficientes y por RNF, son comparadas en su efecto sobre el modelo de la lechuga al ser moduladoras de la radiación fotosintética activa Vi. Se realiza la simulación de la lechuga mostrada en las ecuaciones (2.3a)-(2.3d), para el periodo comprendido del día fenológicos 23 al dia fenológico 80. La Figura 6-1 muestra el diagrama MatLab Simulink que realiza la simulación del modelo de la lechuga con las distintas modulaciones a V_i.

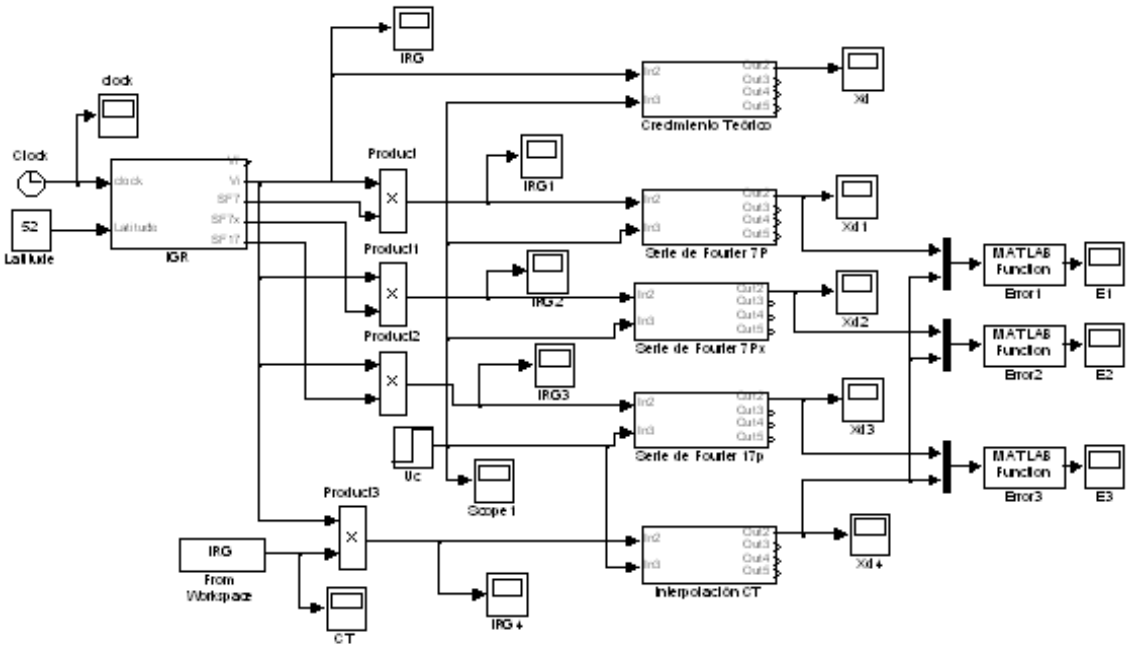

Figura 6-1: Modelo Simulink de la lechuga utilizando distintas modulaciones de la radiación solar.

La Figura 6-2 muestra la simulación del crecimiento de la lechuga, (X_d), donde la raciación V_i es modulada por los valores interpolados linealmente del coeficiente de transmitividad.

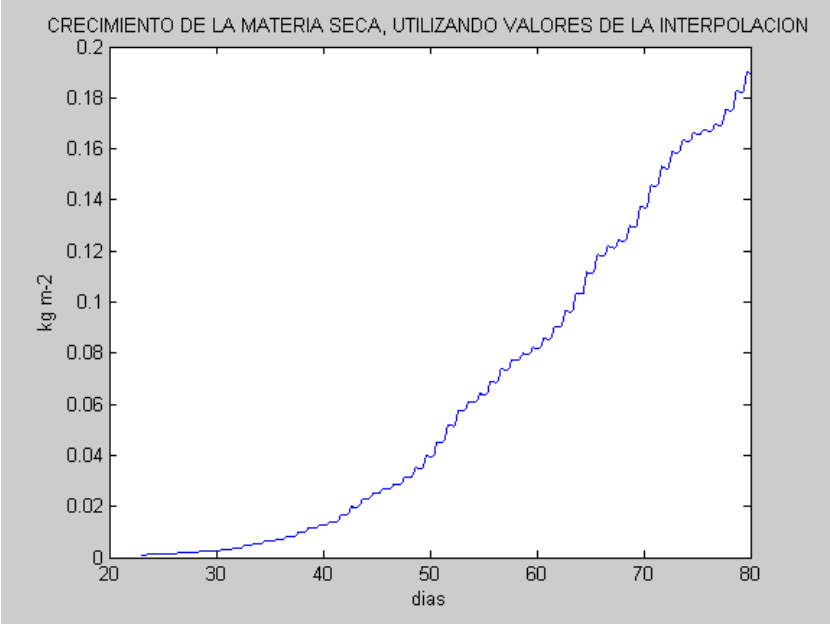

Figura 6-2: Crecimiento de materia seca utilizando radiación modulada por τ_a representada por los valores interpolados.

La Figura 6-3 muestra la simulación del crecimiento la lechuga, (X_d),donde la raciación V_i es modulada por la serie de Fourier de 12 términos obtenida mediante RNF.

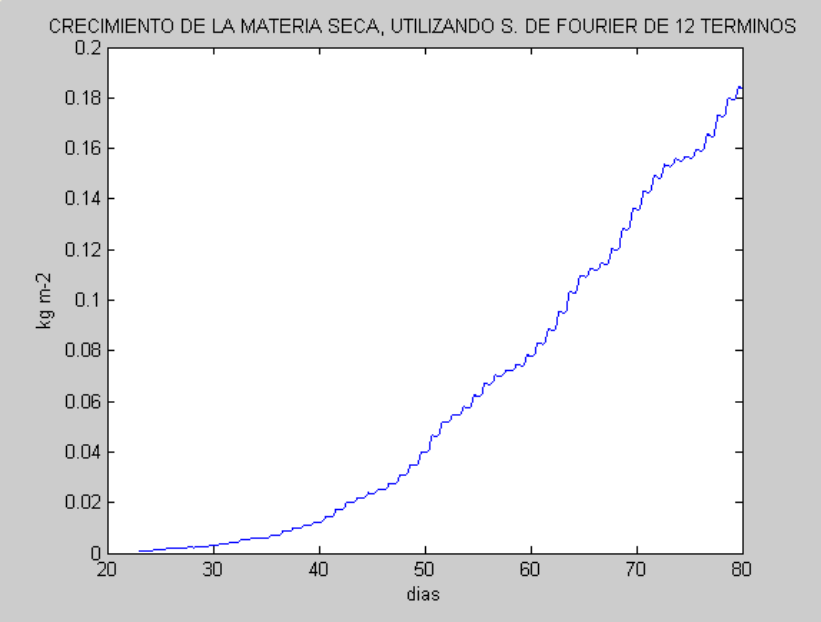

Figura 6-3: Crecimiento de materia seca utilizando radiación modulada por τ_a representada por una serie de Fourier de 12 términos.

La simulación del crecimiento de la lechuga, (X_d), donde la raciación V_i es modulada por la serie de Fourier reducida se muestra en la Figura 6-4.

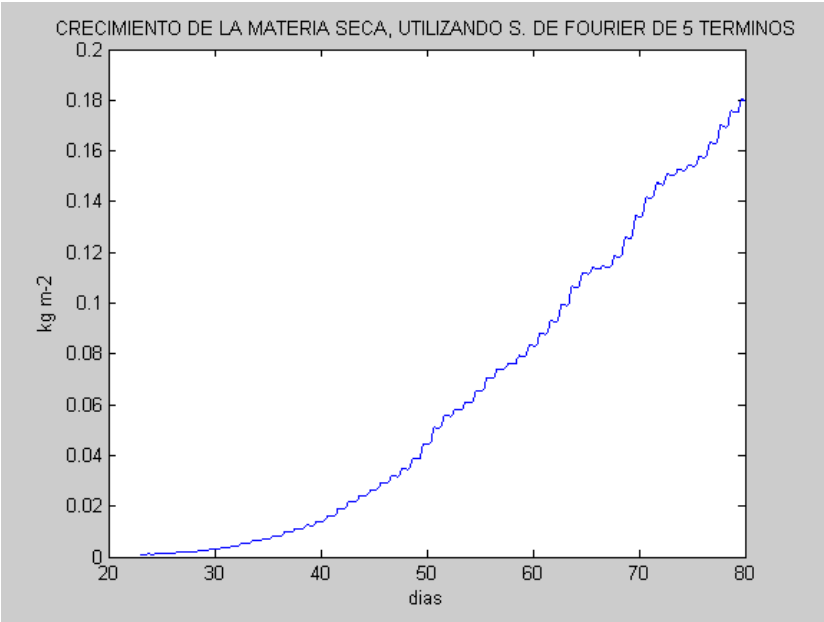

Figura 6-4: Crecimiento de materia seca utilizando radiación modulada por τ_a representada por una serie de Fourier de 5 términos.

En la Figura siguiente se muestra el error, punto a punto, entre el crecimiento de la lechuga, (X_d), donde se modula V_i con la interpolación lineal del coeficiente de transmitividad y donde se modula con la serie de Fourier de 12 términos obtenida por RNF.

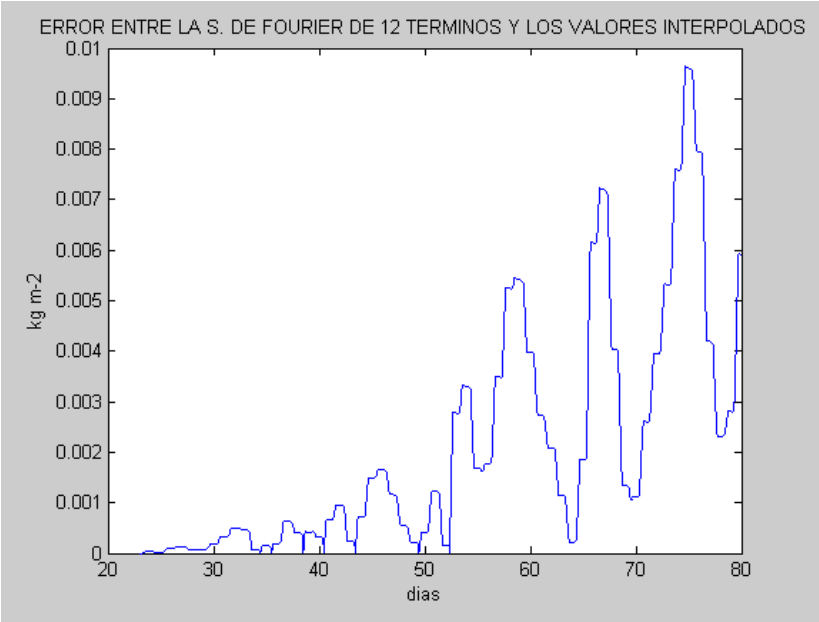

Figura 6-5: Error entre Xd obtenida con la serie de Fourier de 12 términos y los valores interpolados.

Se presenta ahora la grafia del error, punto a punto, del crecimiento de la lechuga, (X_d), donde V_i fue modulado con la serie de Fourier reducida y la interpolación lineal del coeficiente de transmitividad.

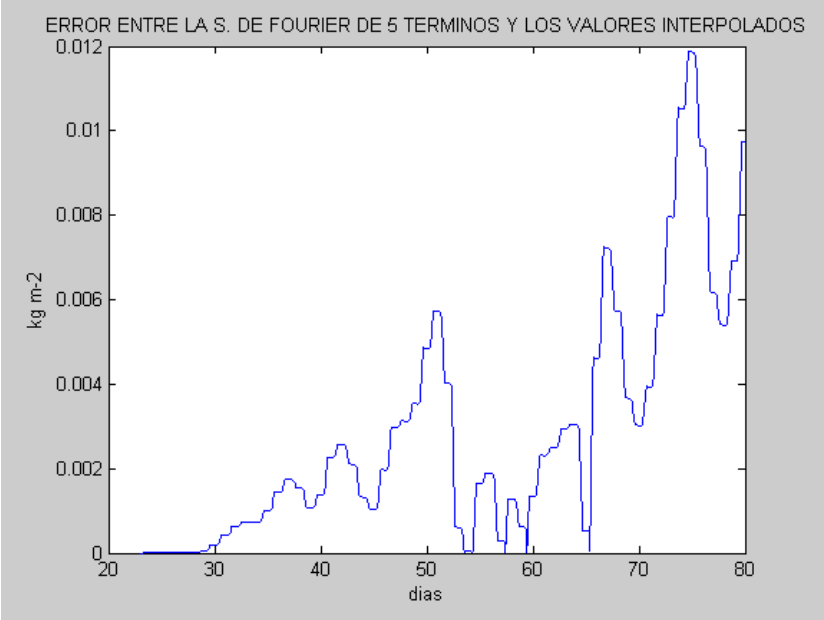

Figura 6-6: Error entre Xd obtenida con la serie de Fourier de 5 términos y los valores interpolados.

De las figuras de crecimiento 6-3 y 6-4 se observa que presentan un crecimiento similar, y llegan a un peso seco final donde la diferencia entre ellas es muy pequeña, por lo que se conduce a tomar la serie de Fourier reducida para efectos de análisis. Se tiene la seguridad que los resultados que se encuentren para la serie de Fourier reducida al utilizarse en el modelo de la lechuga, tendran un efecto similar al simular este modelo con la serie de 12 términos.

En el capítulo siguiente se muestra el control óptimo para el modelo de la lechuga, donde se utiliza la serie de Fourier de 12 términos que se encontro mediante RNF.

Capítulo 7

Control Óptimo.

7.1. Introducción.

La meta al producir en invernadero es obtener un producto de alta calidad que sea economicamente redituable. Para asegurar cultivos de alta calidad en el producto final es necesario tomar las siguientes medidas: (1) cuidado y mantenimiento de el cultivo (e.g. podar las hojas), (2) controlar las plagas, (3) controlar las condicones climaticas y de alimento favorables al cultivo.

Para realizar el control del punto (3), se requiere localizar las variables que muestran mayor impacto sobre el proseso fisiologico del cultivo y controlar estas variables para obtener un cultivo final de la calidad requerida.

El suministro de agua, suministro de nutrientes, enriquesimiento de CO_2, ventilación, alimentacion y calefacción, son herramientas del agricultor para cambiar las variables del medio ambiente como lo es la temperatura interior, la concentración de dioxido de carbono, humedad, nivel de radiación, concentración de nutrientes y contenido de agua en la zona de la raiz. Esas condiciones medio ambientales afectan los proceseso relacionados con el crecimiento del cultivo como lo son la fotosintesis y la respiración.

Una eficiente administracion en el manejo de el clima del invernadero requiere un continuo balanceo entre los beneficios asociados con le venta del producto en el mercado contra el costo de producción, mantenimiento y operacion del invernadero.

En la practica el control del clima se realiza mediante estrategias climaticas, las cuales son

ideadas en base a la experiencia de los agricultores.

El manejo de las variables que insiden en el crecimiento del cultivo tienen un costo económico significativo, dado que se busca obtener el mayor beneficio económico resulta importante utilizar técnicas que controlen el clima del invernadero de manera optima.

El control del clima basado en un explicito balance entre beneficio económico y costo es un ejemplo típico de un problema de control óptimo (ver e.g. [Kirk], [Bryson]). El control óptimo aparece como un nuevo campo de investigación a finales la decada de los cincuentas e ínicio de lo sesentas ([Bellman], [Pontryagin]). Los beneficios de mantener un clima óptimo en invernadero ha sido discutido en la literatura de ingenieria en agronomía desde hace mas de dos decadas ([Udink ten Cate]). Para poder hacer posible el control óptimo se requiere tener un modelo matemático que se hacerque de manera precisa al proceso real a controlar asi como poseer herramientas de cómputo poderosas.

En años recientes el manejo de clima optimo para invernadero ha sido tema de interes en las investigaciones agronómicas, sin embargo la aplicación de esas tecnicas en horticultura ha sido limitada, ver las siguientes referencias donde se presentan aplicaciones, [Chalabi], [Hwang], [van Henten], [Seginer] y [Tap]. En esta tesis reproducimos con algunas consideraciones el trabajo realizado por van Henten en su tesis doctoral, Se recomienda a manera de introducción en el tema de control del clima en invernadero consultar la referencia [van Henten (2004)].

7.2. Problema de Control Óptimo.

7.2.1. Modelo de crecimiento del cultivo en invernadero.

Para aplicar la teoria de control optimo es necesario tener un modelo dinamico que describa la evolución de las variables de estado que influyen en el crecimiento del cultivo en invernadero asi como como el efecto de una entrada de control externa. De manera general el modelo es represendado por

$$\dot{x} = f(x, u, v, c, t), \qquad x(t_b) = x_b \tag{7.1}$$

con el vector de estados $x = x(t) \in \mathbb{R}^m$, el vector de control $u = u(t) \in \mathbb{R}^m$, el vector de entradas externas $v = v(t) \in \mathbb{R}^p$, los párametros invariantes en el tiempo $c \in \mathbb{R}^q$.

En el Capítulo 2 se presenta el modelo matemático de la lechuga, ver la ecuaciones (2.3a)-(2.3d), dicho modelo fue simulado en el Capítulo **??**, donde se explico el problema que existe al tener varias escalas de tiempo presentes en el modelo, encontrar una ley de control para el modelo de la lechuga resulta altamente complicado, por lo que se recurre al uso de técnicas que permitan reducir el modelo, en las ecuaciones (2.5a)-(2.5d) se muestra el modelo reducido.

7.2.2. Critério de desempeño.

Para producir un cultivo se requiere invertir cierta cantidad de dinero lo que resultara en un beneficio económico, la función que nos muestra la relación costo beneicio se muestra en 7.2, esta función mostrada se nombra criterio de desempeño de tipo Bolza, $J(u)$.

$$J\left(u\right) = \Phi(x\left(t_f\right), c, t_f) - \int_{t_o}^{t_f} L\left(x, u, v, c, t\right) dt \tag{7.2}$$

Donde, $\Phi : \mathbb{R}^{n+q+1} \longrightarrow \mathbb{R}$ y $L : \mathbb{R}^{n+m+p+q+1} \longrightarrow \mathbb{R}$, son funciones diferenciables con respecto a sus argumentos. $\Phi(x\left(t_f\right), c, t_f)$ es el ingreso de la subasta debido a la venta del producto cultivado, $L\left(x, u, v, c, t\right)$ es el costo al momento de operación del equipo para acondicionar el clima como son: el suministro de energía para el sistema calefactor, el costo del suministro de bióxido de carbono puro, el costo relacionado a la apertura de las ventanas de ventilación, el consumo de energía eléctrica por motores e iluminación, nutrientes, suministro de agua, etc.

Detallando el criterio de desempeño se tiene la forma siguiente:

$$J(u) = \alpha + \beta X_d(t_f) - \int_{t_b}^{t_f} \gamma U_c dt \tag{7.3}$$

donde:

α es el precio de la lechuga por metro cuadrado, dada en la subasta del mercado (se tomo 10 centavos por cabeza, ver capitulo 6 de van Henten [van Henten] , referido a estadisticas del mercado y como se tienen 18 lechugas por metro cuadrado, así, $\alpha = 180$ centavos por metro cuadrado).

β es la ganancia adicional por buena cosecha, se toma [1] de 1600 centavos por kilogramo.

[1] ver van Henten [van Henten], para más detalle.

γ es el precio unidario de bióxido de carbono 42 centavos por kilogramo[2].

t_b es el dia de cultivo $t_b = 0$.

t_f es el dia de la cosecha $t_f = 57$.

7.2.3. Problema de control óptimo.

El problema económico de control óptimo esta definido como encontrar una estrategia de control en laso abierto $u^*(t)$, para el tiempo de crecimiento $[t_b, t_f]$, que maximise el criterio de desempeño $J(u)$ definido este criterio en la ecuación 7.3, sujeto a el modelo matemático de crecimiento del cultivo. Con este control óptimo se pretende tener un completo conocimiento de el beneficio económico ante entradas externas.

7.2.4. Solución al problema de control óptimo.

Un poceso iteractivo basado en el Principio Máximo de Pontryagin ([Pontryagin]) fue usado para encontrar las trajectorias óptimas ([Kirk]). Un paso crucial en la solucion de problema de control óptimo es la derivada del Hamiltoniano (e.g. [Kirk]):

$$\mathcal{H} = -L(x, u, v, t) + \lambda^T f(x, u, v, t) \tag{7.4}$$

en donde λ es llamado, variables de coestado. La dinámica de los coestados es descrito por la ecuación:

$$-\dot{\lambda}(t) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}(x(t), u(t), \lambda(t), t), \ \lambda(t_f) = \frac{\partial \Phi(x(t_f), t_f)}{\partial x}. \tag{7.5}$$

Debido a las fuertes no linealidades presentes en el modelo de crecimiento no ha sido posible encontrar soluciones explicitas del control, por lo que generalmente se ha recurido al uso de algoritmos computacionales, entre los algoritmos utilizados para resolver el problema de control óptimo, se pueden citar:

(1) El algoritmo del gradiente de primer orden (Kalman 1969), (2) el algoritmo de primer orden con variaciones fuertes (Mayne y Polak 1975), (3) el método del paso descendente (Kirk

[2] idem

1970 ([Kirk])), y (4) el algoritmo de control sub-óptimo (Friedland y Sarachnick 1966) e implementado por van Henten y Chalabi (1994), Ésta ultima implementación está dada en función de las dos diferentes respuestas en el tiempo que son integradas en el modelo: la respuesta rapida del clima y la respuesta lenta del crecimiento, en las cuales, se analiza la respuesta del clima primeramente en estado permanente, a fin, de que al aplicar el método del paso descendente obtengamos las funciones de costo (multiplicadores de Lagrange), que serán utilizadas en la optimización del modelo dinámico para el clima y crecimiento (ambos integrados).

Se utiliza en esta tesis el algoritmo del paso descendente para resolver el problema de control óptimo, dado que es muy sencillo de realizar y computacionalmete ligero.

7.3. Método de paso descendente.

7.3.1. Maximización de funcionales por el método de paso descendete

En este método de solución al problema de control óptimo, el problema es visualizado como escalar una colina. Supongamos que la función f esta definida con valles y cimas en un espacio tridimensional $y_1, y_2, f(y_1, y_2)$. Una forma de encontrar el punto más bajo (alto) de una colina, es empezar desde un punto de prueba $y^{(0)}$ y escalar hacia abajo (arriba) hasta que el punto y^* sea alcanzado (Mínimo o Máximo). El algoritmo de paso descendente ha sido utilizado para encontrar solución a problemas de control óptimo. Supongase que existe una trayectoria de control nominal $u^{(i)}(t)$, $t \in [t_0, t_f]$,conocida y usada para resolver la ecuación diferencial

$$\dot{x}^{(i)}(t) = f\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), t\right) \tag{7.6}$$

$$-\dot{\lambda}^{(i)}(t) = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), \lambda^{(i)}(t), t\right) \tag{7.7}$$

tal que la trayectoria nominal estado-costo $x^{(i)}, \lambda^{(i)}$ satisface las condiciones de limite

$$x^{(i)}(t_0) = x_0 \tag{7.8}$$

$$\lambda^{(i)}(t_f) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\left(x^{(i)}(t_f)\right). \tag{7.9}$$

Si esta trayectoria de control también satisface

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u}\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), \lambda^{(i)}(t), t\right) = 0, \qquad t \in [t_0, t_f], \tag{7.10}$$

entonces $u^{(i)}(t), x^{(i)}(t)$ y $\lambda^{(i)}(t)$ son extremos y se dice que $J(u^{(i)}(t))$.es localmente maximizado, sin embargo si la ecuación (7.10) no es satisfecha, la variación del argumento del funcional J_a sobre la historia de estado-costo-control nominal es

$$\begin{aligned}
\delta J_a(u^{(i)}) \;=\; & \int_{t_o}^{t_f} \left\{ \left[\dot{\lambda}^{(i)}(t) + \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x}\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), \lambda^{(i)}(t), t\right)\right]^T \delta x^{(i)}(t) + .. \right. \\
& .. + \left[\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u}\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), \lambda^{(i)}(t), t\right)\right]^T \delta u^{(i)}(t) + .. \\
& \left. .. + \left[\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u}\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), \lambda^{(i)}(t), t\right) - \dot{x}^{(i)}(t)\right]^T \delta \lambda^{(i)}(t) \right\} dt \\
& .. + \left[\frac{\partial \Phi}{\partial x}\left(x^{(i)}(t_f), t_f\right) - \lambda^{(i)}(t)\right]^T \delta x^{(i)}(t_f),
\end{aligned} \tag{7.11}$$

donde $\delta x(t) \triangleq x^{(i+1)}(t) - x^{(i)}(t), \delta u(t) \triangleq u^{(i+1)}(t) - u^{(i)}(t)$ y $\delta \lambda(t) \triangleq \lambda^{(i+1)}(t) - \lambda^{(i)}(t)$.

Si (7.6) - (7.9) son satisfechas, entonces

$$\delta J_a(u^{(i)}) = \int_{t_o}^{t_f} \left[\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u}\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), \lambda^{(i)}(t), t\right)\right]^T \delta u(t)\, dt.^{3} \tag{7.12}$$

δJ_a es la parte lineal del incremento $\Delta J_a \triangleq Ja\left(u^{(i+1)}\right) - Ja\left(u^{(i)}\right)$, y si la norma de $\delta u, \left\|u^{(i+1)} - u^{(i)}\right\|$, es pequeña, el signo de ΔJ_a sera determinado por el signo de δJ_a, entonces nuestra meta es minimizar J_a , y hacer ΔJ_a negativa. Si seleccionamos el cambio en u como:

$$\delta u(t) = u^{(i+1)}(t) - u^{(i)}(t) = \sigma \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t), \qquad t \in [t_0, t_f],^{4} \tag{7.13}$$

con $\sigma > 0$, entonces

$$\delta J_a = \sigma \int_{t_o}^{t_f} \left[\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t)\right]^T \left[\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t)\right] dt \geq 0, \tag{7.14}$$

[3] De aqui en adelante se denotara $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u}\left(x^{(i)}(t), u^{(i)}(t), \lambda^{(i)}(t), t\right)$por $\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t)$

[4] Se considera a σ como constante, sin embargo no es un requerimiento.

Dado que la integral es no negativa para todo $t \in [t_b, t_f]$, la igualdad $\delta J_a = 0$, ocurre solo si $\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t) = 0$, para todo $t \in [t_b, t_f]$, seleccionando δu de forma que con $\|\delta u\|$ suficientemente pequeña, aseguramos que cada valor de la medida del costo de desempeño sera al menos las grande como el valor anterior, cuando J_a alcanze un máximo (local) el vector $\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}$ sera igual a zero dentro del intervalo $t \in [t_0, t_f]$.

Formulado de esta forma el método de paso descendente no es apto para casos donde el control u es acotado, teniendo condiciones de valores $u_{\text{máx}}$, $u_{\text{mín}}$, esto puede verse cencillamente en el caso que $u^{(i)}(t) = u_{\text{máx}}$ para algun $t \in [t_b, t_f]$ y teniendo $\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t) > 0$ y $\sigma > 0$, por la ecuación (7.13), se tiene que $u^{(i+1)}(t) = u^{(i)}(t) + \delta u(t) = u^{(i)}(t) + \sigma \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t) \geq u(t)_{\text{máx}}$. Ocurre por lo tanto una violacion a las restricciones sobre el control u.

Si el incremento máximo sobre el control se formula como sigue:

$$\delta u_{max}(t) = \begin{cases} u_{max}(t) - u^{(i)}(t) \ , si \ \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial x}(t) > 0, \\ u^{(i)}(t) - u_{min}(t) \ , si \ \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial x}(t) < 0, \end{cases} \tag{7.15}$$

De esta forma re escribiendo la ecuación (7.13), se obtiene:

$$\delta u(t) = u^{(i+1)}(t) - u^{(i)}(t) = \sigma \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t)\, \delta u_{max}(t). \tag{7.16}$$

La elección del valor de σ, determina que ocurra o no violación en las restricciones de control, la cual puede occurrir si:

$$\frac{|\delta u(t)|}{\delta u_{max}(t)} = \sigma \left| \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t) \right| > 1. \tag{7.17}$$

Eligiendo $0 < \sigma \leq \bar{\sigma}_{\text{máx}} = \text{mín}(\sigma_{j,\text{máx}}(t))$ para casa control $u_j(t)$, $j = 1..m$ para toda $t \in [t_b, t_f]$, con $\sigma_{j,\text{máx}}(t)$ definido por

$$\sigma_{j,\text{máx}}(t) = \frac{1}{\left| \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u_j}(t) \right|}, \tag{7.18}$$

el limite de control obtenido previene alguna violación sobre las restricciones del control para todo control $u_j(t)$, $j = 1, .., m$.

Esta midificacion en el algoritmo no afecta la convergencia, el incremento en el criterio queda

de la forma siguiente:

$$\delta J_a = \sigma \int_{t_o}^{t_f} \left[\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t)\right]^T \left[\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial u}(t)\right] \delta u_{max}^{(i)}(t)dt \geq 0 \tag{7.19}$$

7.3.2. Algoritmo computacional del método de paso descendete

Para la implementación de este metodo utilizando una computadora se deben de seguir los siguientes paso:

1. Poner el indice de la interacción $i = 0$, elegir una aproximación discreta de la trayectoria de la ley de control $u^{(0)}(t)$, $t \in [t_0, t_f]$ satisfaciendo las restricciones de control.

2. Integrar las ecuaciones de estado $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), v(t), c, t)$ de t_b a t_f usando la trayectoria de control nominal $u^{(i)}(t)$, y condiciones iniciales $x(t_0) = x_0$.

3. Calcular el indice de desempeño $J^{(i)}$.

4. Integrar la ecuacion de coestado $-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x}(x^{(i)}, \lambda^{(i)}, u^{(i)}, t)$, desde t_f a t_b, usando las trayectorias nominales de estado y control $x^{(i)}(t)$, $u^{(i)}(t)$ y la condición de frontera $\lambda^{(i)}(t_f) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\left(x^{(i)}(t_f), t_f\right)$ y se guarda el resultado de la trayectoria del coestado $\lambda^{(i)}(t)$

5. Calcular el gradiente $\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial x}(t)$, y determinar $\bar{\sigma}_{\text{máx}}$ que sea correcto para calcular $\delta u_{j,max}^{(i)}(t)$, $j = 1, ..., m$, para toda $t = [t_b, t_f]$.

6. Usar $u^{(i+1)} = u^{(i)} + \sigma \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial x} \delta u_{max}^{(i)}(t)$, para máximizar $J^{(i+1)}$.

7. Si $0 < J^{(i+1)} - J^{(i)} < \varepsilon$, almacenar la tryectoria de control $u^{(i+1)}$, y terminar las interacciones, si no, poner $i = i + 1$, e ir al paso 2.

7.4. Obtención del control óptimo e implementación del algoritmo de paso descendente.

Se desea maximizar el indice de desempeño, que está basado en la ganancia económica producida por el cultivo y cosecha de lechugas, seleccionando unicamente como entrada de control al suministro U_c, las otras entradas se concideran nulas ($U_v = U_q = 0$). Se utilizan los

datos dados por van Henten [van Henten], ademas con $V_t = 12{,}5^oC$, temperatura constante; $V_c = 350$ ppm; y Vi (ver sección (4.2) y utilizando V_i como en las Figuras (fig. 20)), (fig. 23))).

Te tiene el indice de desempeño de la forma mostrada en la ecuación (7.3), re escribimos en términos de los parámetros utilizados por van Henten en [van Henten],

$$J(u_c) = C_{pr1,1} + C_{pr1,2}X_d(t_f) - \int_{t_b}^{t_f} C_{CO2}U_c dt \qquad [\mathrm{m}^{-2}]. \tag{7.20}$$

El Hamiltoniano tiene entonces la forma mostrada a continuación,

$$\begin{aligned}
\mathcal{H} \;=\; & -C_{CO2}Uc + \Bigg[\lambda_d c_{\alpha\beta}(1 - e^{-c_{pl,d}X_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}Z_t^2 + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)}{c_1V_1 + (-c_{co2,1}Z_t^2 + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)} - .. \\
& ... - c_{resp,1}X_d 2^{(0{,}1Z_t - 2{,}5)}\Bigg] + ... \\
& ... + \frac{\eta_c}{C_{cap,c}}\Bigg[-(1 - e^{-c_{pl,d}X_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}Z_t^2 + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)}{c_1V_1 + (-c_{co2,1}Z_t^2 + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)} + .. \\
& ... + c_{resp,2}X_d 2^{(0{,}1X_t - 2{,}5)} + U_c - (U_v + C_{leak})(Z_c - V_c)\Bigg] \\
& .. + \frac{\eta_t}{C_{cap,q}}\left[U_q - (c_{cap,q,v}U_v + C_{al,ou})(Z_t - V_t) + c_{rad}V_1\right] + .. \\
& .. + \frac{\eta_h}{C_{cap,h}}\Bigg[(1 - e^{-c_{pl,d}X_d})c_{v,pl,al}\Big(\frac{c_{v,5}}{c_R(Z_t + c_{t,abs})}e^{\left(\frac{c_{v,2}Z_t}{Z_t + c_{v,3}}\right)} - Z_h\Big) - .. \\
& .. - (U_v + C_{leak})(Z_h - V_h)\Bigg] \qquad [\mathrm{m}^{-2}\mathrm{s}^{-1}].
\end{aligned} \tag{7.21a}$$

La dinámica del coestado es obtenida de las derivadas parciales del Hamiltoniano con respecto a las variables de estado:

$$\begin{aligned}
-\frac{d\lambda_d}{dt} \;=\; & \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial X_d} = \lambda_d\Bigg[c_{\alpha\beta}(1 - e^{-c_{pl,d}X_d})\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}Z_t^2 + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)}{c_1V_1 + (-c_{co2,1}^2Z_t + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)} - ... \\
& -c_{resp,1}2^{(0{,}1Z_t - 2{,}5)}\Bigg] + .. \\
& .. + \frac{\eta_c}{C_{cap,c}}\Bigg[-c_{pl,d}e^{-c_{pl,d}X_d}\frac{c_1V_1(-c_{co2,1}Z_t^2 + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)}{c_1V_1 + (-c_{co2,1}Z_t^2 + c_{co2,2}Z_t - c_{co2,3})(Z_c - c_\Gamma)} + .. \\
& +c_{resp,2}2^{(0{,}1X_t - 2{,}5)}\Bigg] + .. \\
& .. + \frac{\eta_h}{C_{cap,h}}\Bigg[c_{pl,d}e^{-c_{pl,d}X_d}c_{v,pl,al}\Big(\frac{c_{v,5}}{c_R(Z_t + c_{t,abs})}e^{\left(\frac{c_{v,2}Z_t}{Z_t + c_{v,3}}\right)} - Z_h\Big)\Bigg] \qquad [\mathrm{kg}^{-2}\mathrm{s}^{-1}]
\end{aligned} \tag{7.22}$$

$$-\epsilon\frac{d\eta_c}{dt} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial Z_c} = \lambda_d\left[\frac{c_{\alpha\beta}(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\,(c_1V_1)^2\,(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2}\right]+.. \tag{7.23}$$
$$..+\frac{\eta_c}{C_{cap,c}}\left[-\frac{(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\,(c_1V_1)^2\,(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2}-(U_v+C_{leak})\right] \quad [\text{mkg}^{-1}\text{s}^{-1}]$$

$$-\epsilon\frac{d\eta_t}{dt} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial Z_t} = \lambda_d\left[\frac{c_{\alpha\beta}(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\,(c_1V_1)^2\,(Z_c-c_\Gamma)(-2c_{co2,1}Z_t+c_{co2,2})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2}-..\right.$$
$$\left..-0{,}11\ln(2)c_{resp,1}X_d2^{(0{,}1Z_t-2{,}5)}\right]+..$$
$$..+\frac{\eta_c}{C_{cap,c}}\left[-\frac{(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\,(c_1V_1)^2\,(Z_c-c_\Gamma)(-2c_{co2,1}Z_t+c_{co2,2})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2}+..\right.$$
$$\left..+0{,}11\ln(2)c_{resp,2}X_d2^{(0{,}1Z_t-2{,}5)}\right]+..$$
$$..-\frac{\eta_t}{C_{cap,q}}\left[c_{cap,q,v}U_v+C_{al,ou}\right]+\frac{\eta_h}{C_{cap,h}}(1-e^{-c_{pl,d}X_d})c_{v,pl,al}e^{\left(\frac{c_{v,2}Z_t}{Z_t+c_{v,3}}\right)} \tag{7.24}$$
$$\left[-\frac{c_{v,5}c_R}{\left(c_R(Z_t+c_{t,abs})\right)^2}+\frac{c_{v,2}c_{v,3}c_{v,5}}{c_R(Z_t+c_{t,abs})(Z_t+C_{v,3})^2}\right] \quad [\text{m}^{-2o}\text{C}^{-1}\text{s}^{-1}].$$

$$-\epsilon\frac{d\eta_h}{dt} = \frac{\partial\mathcal{H}}{\partial Z_h} = \frac{\eta_h}{C_{cap,h}}\left[-(1-e^{-c_{pl,d}X_d})c_{v,pl,al}-(U_v+C_{leak})\right] \quad [\text{kg}^{-1}\text{s}^{-1}] \tag{7.25}$$

Analizando el problema de respuesta lenta, se obtienen los co estados η_c, η_t, η_h, haciendo $\epsilon = 0$, de las ecuaciones (7.23)-(7.25), las espresiones para dichos co estados se muestran a continuación:

$$\eta_c = \left[\frac{C_{cap,c}}{-\frac{(1-e^{-c_{pl,d}X_d})(c_1V_1)^2(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2}-(U_v+C_{leak})}\right] \tag{7.26}$$
$$\left[-\lambda_d\left(\frac{c_{\alpha\beta}(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\,(c_1V_1)^2\,(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2}\right)\right] \quad [\text{mkg}^{-1}]$$

$$\eta_t = \left(\frac{C_{cap,q}}{c_{cap,q,v}U_v + C_{al,ou}}\right)\left\{\lambda_d\left[\frac{c_{\alpha\beta}(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\,(c_1V_1)^2\,(Z_c-c_\Gamma)(-2c_{co2,1}Z_t+c_{co2,2})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2} - .. \right.\right.$$
$$.. - 0{,}11\ln(2)c_{resp,1}X_d 2^{(0{,}1Z_t-2{,}5)}\Big] + ..$$
$$.. + \frac{\eta_c}{C_{cap,c}}\left[-\frac{(1-e^{-c_{pl,d}X_d})\,(c_1V_1)^2\,(Z_c-c_\Gamma)(-2c_{co2,1}Z_t+c_{co2,2})}{\left(c_1V_1+(-c_{co2,1}Z_t^2+c_{co2,2}Z_t-c_{co2,3})(Z_c-c_\Gamma)\right)^2} + .. \right. \quad [\mathrm{m}^{-2o}\mathrm{C}^{-1}] \quad (7.27)$$
$$\left.\left. .. + 0{,}11\ln(2)c_{resp,2}X_d 2^{(0{,}1Z_t-2{,}5)}\right]\right\}$$

$$\eta_h = 0$$

El gradiente del Hamiltoniano con respecto al control U_c esta definido como sigue

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial U_c} = -C_{co2} + \frac{\eta_c}{C_{cap,c}}. \quad [\mathrm{kg}^{-1}]. \tag{7.28}$$

7.4.1. Simulación y obtención del control óptimo.

Se ejecuta el algoritmo de paso desendente utilizando MatLab Simulink, se puede consultar los diagramas utilizados así como la programación en el Apendice B.

En la simulación se utiliza un control acotado, se tiene $\mathrm{Uc_{máx}} = 12{,}3$ y $\mathrm{Uc_{mín}} = 0$, observando el paso siete descrito en el algoritmo, buscaremos un control optimos hasta que $0 < J^{(i+1)} - J^{(i)} < \varepsilon$, elegimos $\varepsilon = 0{,}001$, con esta consideración, se obtiene un indice de desempeño final $J = 432$, se muestra la grafica de .....

Bibliografía

[van Henten] van Henten E.J., (1994). Greenhouse Climate Management:An Optimal Control Approach. Ph.D. Thesis, Wageningen Agricultural University, Wageningen The Netherlands, December 20, 1994

[Spitters] Spitters, C.J.T, H. van Keulen y D.W.G. van Kraalinger, (1989). A simple and universal crop growth simulator: SUCROS87.Simulation and system management in crop production. Pudoc, Wageningen.

[Martinez G. Abraham] Martinez G. Abraham, (2001). Descripción del proceso de crecimiento de la lechuga por un conjunto de sistemas lineales. Tesis de Maestria, CINVESTAV-IPN

[Goudriaan] Goudriaan J., van Lar H.H. Modellin potential crop growth processes. Current Issues In Production Ecology, Vol II. Kluwer academic publishers.

[Kirk] Kirk D. E., (1970). Optimal Control Theory. Ed. Prentice Hall. Englewood Cliffs, New Jersey.

[Kokotovic] Kokotovic P. V., Kalil H. K., O'Reilly J.,(1986). Singular Perturbation Methods in Control: Analysis and Design. Ed. Academic Press London.

[Hwei P. Hsu] Hwei P. Hsu, (1973). Analisis de Fourier, Fondo Educativo Interamericano.

[Udink ten Cate] Udink ten Cate, A.J. and J. van de Vooren, (1978), Computer control of greenhouse climates. Acta Horticulturae, 87:265-272.

[Richalet et al] Richalet, J., A. Rault, J.L. Testud and J. Papon, (1978). Model predictive heuristic control: application to industrial process. Automatica, 14:413-428.

[Morrison] Morrison Norman, (1994). Introduction to Fourier analysis. John Wiley,New York.

[Silvescu] Silvescu Adrian, (1999). Fourier neural networks. IJCNN 1999. International Joint Conference on Neural Networks, vol 1:488-491.

[Silvescu 1997] Silvescu Adrian, (1997). A new kind of neural networks, Master disertation thesis, Department of Computation, Iowa State University.

[Haykin] Simon Haykin, (1994). Neural Networks", Macmillan Publ. Company.

[Hagan] M.T.Hagan, H.B.Demuth,(1995). Neural Network Design. PWS Publishing Company, Boston.

[Bryson] Bryson, A.E., 1999, Dinamic optimization, Addison Wesley.

[Bellman] Bellman, R. 1957. Dynamic programing. Princeton University Press, Princeton.

[Chalabi] Chalabi Z. S., (1992), A generalized optimization strategy for dynamic CO2 enrichment in a greenhouse. European Journal of operational Research, 59, 308-312.

[Hwang] Hwang Y., (1993). Optimization of greenhouse temperature and carbon dioxide in subtropical climate. PhD Thesis, University of Florida, Florida.

[Seginer] Seginer I. & Ioslovich I., (1998). Seasonal optimization of the grrnhouse environment for a simple two-stage crop growth model. Journal of Agricultural Engineerin Research., 70, 145-155.

[Tap] Tap F., (2000). Economics-based optimal control of grrnhouse tomato crop production. PhD Thesis, Wageningen Agricultural University, Wageningen, Holanda.

[van Henten (2004)] van Henten E.J., Greenhouse climate management: An optimal control approach. Taller internacional sobre modelación y Control del Clima del Invernadero, Universidad Autónoma Chapingo, posgrado en Ingenieria Agrícola y uso Integral del Agua, 2004.

[Pontryagin] Pontryagin, L.S., V.G. Boltyanski, R.V. Gamkrelidze & E.F. Mishchenko, (1962). The mathematical theory of optimal processes. Inter-science Publisher Inc., New York.

[Thornley & Johnson] Thornley J.H.M. & Johnson I.R., (1990). Plant and Crop Modelling: A Mathematical Approach to Plant and Crop Phys. Ed. Clarendon Press.

[Munack & Tantau] Munack A. & Tantau H.J., (1997). Mathematical and Control Applications in Agriculture and Horticulture 1997. A Proceedings volume from the IFAC Workshop Hannover, Germany, 28 September- 2 October 1997. Ed. Pergamon.

[Tap & etal.] Tap R.F., van Straten G., van Willigenburg L.G. (1997). Comparation of Clasical and Optimal Control of Greenhouse Tomato Crop Production. Mathematical and Control Applications in Agriculture and Horticulture 1997. A Proceedings volume from the IFAC Workshop Hannover, Germany, 28 September- 2 October 1997. Ed. Pergamon.

Apéndice A

Código fuente de los bloques DZc, DZt, DZh, DXd del modelo de la lechuga en Simulink.

A.1. DZc.m

%CINVESTAV-IPN

%Departamento de Contol Automatico

%Juan Jose Cordova Zamorano

%3 de Noviembre del 2004

%Concentración de Bióxido de Carbono

%DZc

function [dZc]=DZc(Vi,Xd,Zt,Uc)

C1=3.55e-9; %light use efficiency [kg/J]

Cco21=5.11e-6; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 0.441504[m/h*^{o}C^2], 5.11e-6[m/s*^{o}C^2]

Cco22=2.30e-4; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 19.872[m/h*^{o}C^2], 2.30e-4[m/s*^{o}C]

Cco23=2.69e-4; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 23.2416[m/h*^{o}C^2], 2.69e-

```
4[m/s]
    Cpld=53;              %effective canopy surface [m^2/kg]
    Uv=1e-3;              %Ventilation rate 3.6[m/h], 1e-3[m/s]
    Cleak=0.75e-4; %Parámetro de calibración del invernadero 0.27[m/h], 0.75e-4[m/s]
    Cresp2=4.87e-7; %maintenance respiration rate 1.7532e-3;[1/h], 4.87e-7[1/s]
    CA=5.2e-5;        %Carbon dioxice compensation point at 20°C [kg/m^3]
    Vc=6.41e-4;       %outdoor carbon dioxide concentration [kg/m^3]
    %Uc es el escalon, función de suministro de carbono 0->4.32e-3 [kg/m^2*h], 1.2e-6[kg/m^2*s]
    %abreviaciones
    Alpha=C1*Vi;
    Omega=1-exp(-Cpld*Xd);
    Ro=-(Cco21*Zt^2)+(Cco22*Zt)-Cco23;
    Tao=Uv+Cleak;
    Deltha=(Cresp2*Xd*2^(0.1*Zt-2.5))+((Uv+Cleak)*(Vc-CA))+Uc;
    Gama=(Omega*Alpha*Ro)+(Alpha*Tao)-(Deltha*Ro);
    dZc=CA+((-Gama+sqrt((4*Deltha*Alpha*Tao*Ro)+Gama^2))/(2*Tao*Ro)); %[kg/m^3]
```

A.2. DZt.m

```
    %CINVESTAV-IPN
    %Departamento de Contol Automatico
    %Juan Jose Cordova Zamorano
    %29 de octubre 2004
    %Temperatura del Aire
    %DZt
    function [dZt]=DZt(Vi)
    Crad=0.2;             %head load coefficinet due to solar radiation [-]
    Ccapqv=1290;          %heat capacity per volume unit of greemhouse air [J/m^3°C]
    Calou=6.1;            %energy transfer through greenhouse cover [W/m^2°C]
    Uv=1e-3;              %Ventilation rate 4.68[m/h], 1e-3[m/s]
```

```
Uq=0;                %Energy supply by heating system [W/m^2]
Vt=12.5;             %Outdoor air temperature [ºC]
dZt=Vt+(((Crad*Vi)+Uq)/(Ccapqv*Uv+Calou)); %[ºC]
```

A.3. DZh.m

```
%CINVESTAV-IPN
%Departamento de Contol Automatico
%Juan Jose Cordova Zamorano
%29 de octubre 2004
%Humedad Absoluta
%DZh
function [dZh]=DZh(Xd,Zt)
Uv=1e-3;       %Ventilation rate 86.4[m/h], 1e-3[m/s]
Cpld=53;       %effective canopy surface [m^2/kg]
Cv5=9348;      %saturation water var. pressure parameter [J*kg/(m^3*kmol)]
Cv2=17.4;      %saturation water vap. pressure parameter [-]
Cv3=239;       %saturation water vap. pressure parameter [ºC]
Cleak=0.75e-4; %Parámetro de calibracion del invernadero 0.27[m/h], 0.75e-4[m/s]
Cvplal=3.6e-3; %stanghellini 12.96[m/h], 3.6e-3[m/s]
Ctabs=273;     %absolute temperature, [ºK]
CR=8314;       %Gas constant [J/ºK*kmol]
Vh=1;          %humedad abosoluta exterior [kg/m^3]
dZh=((1-exp(-Cpld*Xd))*Cvplal*(Cv5/(CR*(Zt+Ctabs)))*exp(Cv2*Zt/(Zt+Cv3))+(Uv+Cleak)*Vh)
((1-exp(-Cpld*Xd))*Cvplal+(Uv+Cleak)); %[kg/m^3*h]
```

A.4. DXd.m

```
%CINVESTAV-IPN
%Departamento de Contol Automatico
%Juan Jose Cordova Zamorano
```

```
%3 de Noviembre del 2004
%Peso del cultivo seco
%DXd
function [dXd]=DXd(Vi,Xd,Zt,Zc)
Cab=0.544;        %yiel factor [-]
Cpld=53;          %effective canopy surface [m^2/kg]
C1=3.55e-9;       %light use efficiency [kg/J]
Cco21=5.11e-6; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 0.441504[m/h*°C^2], 5.11e-6[m/s*°C^2]
Cco22=2.30e-4; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 19.872[m/h*°C^2], 2.30e-4[m/s*°C]
Cco23=2.69e-4; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 23.2416[m/h*°C^2], 2.69e-4[m/s]
Cresp1=2.65e-7; %9.54e-4[1/h],2.65e-7[1/s]
CA=5.2e-5;        %Carbon dioxice compensation point at 20°C [kg/m^3]
if (C1*Vi+(-Cco21^2*Zt+Cco22*Zt-Cco23)*(Zc-CA))==0
 disp('error, se dio valor cero');
 disp(C1*Vi);
 disp(-Cco21^2*Zt);
 disp(Cco22*Zt);
 disp(Zc-CA);
 dXd=0;
else
KT=(-Cco21*Zt^2)+(Cco22*Zt)-Cco23;
DKd1=(Cresp1*Xd*2^(0.1*Zt-2.5));
DKd2=(Cab*(1-exp(-Cpld*Xd))*C1*Vi*KT*(Zc-CA))/(C1*Vi+(KT*(Zc-CA)));
dXd=3600*(-DKd1+DKd2);%[kg/(m^2*s)], se multiplica por 3600 para convertir a horas
end
```

Apéndice B

Código fuente, control óptimo resuelto por el algoritmo de paso desendente.

B.1. Método de paso desendente.

Se recuerda el algorítmo del método de paso desendente a continuación:

1. Poner el indice de la interacción $i = 0$, elegir una aproximación discreta de la trayectoria de la ley de control $u^{(0)}(t)$, $t \in [t_0, t_f]$ satisfaciendo las restricciones de control.

2. Integrar las ecuaciones de estado $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), v(t), c, t)$ de t_b a t_f usando la trayectoria de control nominal $u^{(i)}(t)$, y condiciones iniciales $x(t_0) = x_0$.

3. Calcular el indice de desempeño $J^{(i)}$.

4. Integrar la ecuacion de coestado $-\dot{\lambda} = \frac{\partial H}{\partial x}(x^{(i)}, \lambda^{(i)}, u^{(i)}, t)$, desde t_f a t_b, usando las trayectorias nominales de estado y control $x^{(i)}(t)$, $u^{(i)}(t)$ y la condición de frontera $\lambda^{(i)}(t_f) = \frac{\partial \Phi}{\partial x}\left(x^{(i)}(t_f), t_f\right)$ y se guarda el resultado de la trayectoria del coestado $\lambda^{(i)}(t)$

5. Calcular el gradiente $\frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial x}(t)$, y determinar $\bar{\sigma}_{\text{máx}}$ que sea correcto para calcular $\delta u^{(i)}_{j,max}(t)$, $j = 1, ..., m$, para toda $t = [t_b, t_f]$.

6. Usar $u^{(i+1)} = u^{(i)} + \sigma \frac{\partial \mathcal{H}^{(i)}}{\partial x} \delta u_{max}^{(i)}(t)$, para máximizar $J^{(i+1)}$.

7. Si $0 < J^{(i+1)} - J^{(i)} < \varepsilon$, almacenar la tryectoria de control $u^{(i+1)}$, y terminar las interacciones, si no, poner $i = i + 1$, e ir al paso 2.

Este algoritmo se programa en Matlab utilizando código M y diagramas Simulink, el programa que encuentra el control óptimo es obtiene_CO.m. Este programa hace uso de otros programas que se muestran en las secciones siguientes, se muestra tambien los diagramas simulink utilizados.

B.2. obtiene_CO.m

```
clear;
clc;
flag=0;
mUc;
count=1
costo=0;
assignin('caller','count',count);
assignin('caller','costo',costo);
sim('funcional');
while flag==0
 voltearV;
 sim('FDa');
 voltearDa;
 findUc;
 Compara_J;
 [count] = evalin('caller','count');
 [flag] = evalin('caller','flag');
 count=count+1
 assignin('caller','count',count);
end
```

B.3. voltearV.m

```
%CINVESTAV - IPN
%JuanJoseCordovaZamorano
%25deJuliodel2005
%CambiamostiempoTf- > Td
%ParalosvectoresVi, Uc, Xc, Zc, Zt, Zh
[Vi] = evalin('caller', 'Vi');
[Xd] = evalin('caller', 'Xd');
[Zc] = evalin('caller', 'Zc');
[Zh] = evalin('caller', 'Zh');
[Zt] = evalin('caller', 'Zt');
[Uc] = evalin('caller', 'Uc');
[t] = evalin('caller', 't');
[m, n] = size(Vi);
forj = 1 : m
P(m - j + 1, 1) = Vi(j, 1);
end
ViV = [tP];
forj = 1 : m
P(m - j + 1, 1) = Xd(j, 1);
end
XdV = [tP];
forj = 1 : m
P(m - j + 1, 1) = Zc(j, 1);
end
ZcV = [tP];
forj = 1 : m
P(m - j + 1, 1) = Zh(j, 1);
end
ZhV = [tP];
```

forj = 1 : m

P(m − j + 1, 1) = Zt(j, 1);

end

ZtV = [tP];

forj = 1 : m

P(m − j + 1, 1) = Uc(j, 2);

end

UcV = [tP];

assignin(/caller/, /UcV/, UcV);

assignin(/caller/, /XdV/, XdV);

assignin(/caller/, /ZcV/, ZcV);

assignin(/caller/, /ZtV/, ZtV);

assignin(/caller/, /ZhV/, ZhV);

assignin(/caller/, /ViV/, ViV);

assignin(/caller/, /Uc/, Uc);

assignin(/caller/, /Xd/, Xd);

assignin(/caller/, /Zc/, Zc);

assignin(/caller/, /Zt/, Zt);

assignin(/caller/, /Zh/, Zh);

assignin(/caller/, /Vi/, Vi);

B.4. Compara_J.m

%CINVESTAV

%Juan Jose Cordova Zamorano

%26 de Julio del 2005

%Verica si con el nuevo control Uc

%tenemos un mejor indice de desempeño J

epsilon=1;

Cpr11=180; %[ct 1/m^2]

```
Cpr12=1600;%[ct 1/kg]
[i_ho] = evalin('caller','i_ho');
[Xd] = evalin('caller','Xd');
[costo] = evalin('caller','costo');
[count] = evalin('caller','count');
[m,n]=size(Xd);
figure(3)
hold on
plot(Xd);
title('Materia Seca Xd');
hold off
HJ=Xd(m);
J_i=Cpr11+(Cpr12*Xd(m))-i_ho(m);
sim('funcional');
[i_ho] = evalin('caller','i_ho');
[Xd] = evalin('caller','Xd');
[m,n]=size(Xd);
J_i_1=Cpr11+(Cpr12*Xd(m))-i_ho(m);
HJ=Xd(m);
costo(count)=J_i
if ((abs(J_i_1 - J_i)) < epsilon) & (abs(J_i_1 - J_i)>=0)
 flag=1;
else
 flag=0;
end
assignin('base','costo',costo);
assignin('base','Xd',Xd);
assignin('base','flag',flag);
```

B.5. Nc.m

```
%CINVESTAV-IPN
%Juan Jose Cordova Zamorano
%18 de Julio del 2005
%Constante de Quasi estado Nc
%
function [Nc3]=Nc(Vi,Xd,Zt,Zc,Ad)
Cab=0.544; %yiel factor [-]
Cpld=53; %effective canopy surface [m^2/kg]
C1=3.55e-9; %light use efficiency [kg/J]
Cco21=5.11e-6; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 0.441504[m/h*°C^2], 5.11e-6[m/s*°C^2]
Cco22=2.30e-4; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 19.872[m/h*°C^2], 2.30e-4[m/s*°C]
Cco23=6.29e-4; %temperature effect on C02 diffusion in leaves 23.2416[m/h*°C^2], 2.69e-4[m/s]
Cresp1=2.65e-7; %9.54e-4[1/h],2.65e-7[1/s]
CA=5.2e-5; %Carbon dioxice compensation point at 20°C [kg/m^3]
Ccapc=4.1;
Ccaph=4.1;
Cleak=0.75e-4; %Parametro de calibracion del invernadero 0.27[m/h], 0.75e-4[m/s]
Cvplal=3.6e-3; %stanghellini 12.96[m/h], 3.6e-3[m/s]
Uv=1.5e-3; %Estamos dando el valor de Uvmax ya q lo mantenemos constante, [m/s]
Zcmax=2.75e-3; %[kg / m^3]
Zcmin=0; %[kg / m^3]
Cc=1e-5;
k=20;
SAT=0; %(4*k*Cc/(Zcmax-Zcmin))*(2*Zc-Zcmax-Zcmin/(Zcmax-Zcmin))^(2*k-1);
KT=(-Cco21*Zt^2)+(Cco22*Zt)-Cco23;
KT1=KT*(Zc-CA);
```

```
Exp=(1-exp(-Cpld*Xd));
Num=KT*Exp*(C1*Vi)^2;
Den=(KT1+C1*Vi)^2;
Nc1=(Ccapc/((-Num/Den)-(Uv+Cleak)));
Nc2=Ad*Cab*Exp*KT*(C1*Vi)^2/((C1*Vi+KT1)^2);
Nc3=Nc1*(SAT-Nc2);%[ct m/kg]
```

B.6. voltearDA.m

```
%CINVESTAV
%Juan Jose Cordova Zamorano
%25 de Julio del 2005
%Cambiamos tiempo Tf -> Td
%Para el vectores Da
[Da] = evalin('caller','Da');
[t] = evalin('caller','t');
[m,n]=size(Da);
for j=1:m
 P(m-j+1,1)=Da(j,1);
end
Da=[t P];
assignin('caller','Da',Da);
```