

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN Y DE ESTUDIOS
AVANZADOS DEL IPN.**

DEPARTAMENTO DE CONTROL AUTOMÁTICO

**“Detección no destructiva de los periodos críticos
del maíz.”**

Tesis que presenta

Ing. CAROLINA ANTONIO VELAZQUEZ *

Para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

En la especialidad de

CONTROL AUTOMÁTICO

Directores de tesis

**Dr. MOISES BONILLA ESTRADA
Dr. ALEJANDRO J. MALO TAMAYO**

México, D.F. Junio del 2004

* Becaria de CONACYT

Dedicada a:

A Dios por todo.

*A mis padres Nicolás y Concepción por el
apoyo incondicional durante tanto tiempo.*

Con mucho cariño para ti por tu amistad y cariño.

Con cariño a mi hermano.

Agradecimientos

Al Dr. Moisés Bonilla Estrada y al Dr. Ramón Arteaga Ramírez por su asesoría, apoyo y excelente ambiente de trabajo durante la realización de la tesis.

Al CINVESTAV y al Departamento de Control Automático por la formación que me han otorgado.

A mis sinodales Dr. Moisés Bonilla Estrada, Dr. Alejandro J. Malo Tamayo, Dr. Ramón Arteaga Ramírez, Dr. Antonio Osorio Cordero y al Dr. Rubén A. Garrido por sus valiosos comentarios otorgados sobre la tesis.

Al Dr. Joaquín Collado por sus comentarios y aportaciones sobre el presente trabajo.

A mis amigos Gregorio, Adriana, Gerardo, Julio, Carmen, Antonio, Juan José, Iván, Roberto y Olga por todos los buenos deseos y el apoyo en todo momento.

A los amigos y compañeros del Departamento de Control Automático Rosa, Sheila, Lucero y Ernesto por el apoyo y ayuda brindada durante mi estancia en el Departamento.

Al proyecto CONACYT 31982-A por el apoyo dado para la realización del presente trabajo.

Índice general

1. Introducción	4
1.1. Propuesta del trabajo de tesis	7
1.2. Objetivos	8
1.3. Perspectivas	8
2. Morfología y crecimiento del maíz	9
2.1. Introducción	9
2.1.1. Conceptos fenológicos y términos más usados en Agronomía	10
2.2. Morfología del maíz	13
2.3. Crecimiento del maíz	16
2.3.1. Cómo se desarrolla una planta de maíz	17
2.3.2. Identificación de estados de desarrollo del maíz	17
2.3.3. Sistema numérico del desarrollo de las etapas del maíz	25
2.4. Períodos críticos y sus cuidados	25
3. Experimento de Campo	29
3.1. Mediciones de Campo	30
3.1.1. Peso fresco	30
3.1.2. Peso seco	30
3.1.3. Área de hoja.	31

3.1.4.	Estados fenológicos de la planta de maíz.	31
3.1.5.	Gráficas de crecimiento del cultivo	51
4.	Curvas de crecimiento del maíz	66
4.1.	Interpolación de curvas de crecimiento	66
4.1.1.	Curva de crecimiento del tallo	68
4.1.2.	Curva de crecimiento de peso seco	70
4.1.3.	Curva de índice de área de hoja (LAI)	72
4.2.	Análisis de las curvas de crecimiento	78
4.2.1.	Crecimiento del tallo	79
4.2.2.	Crecimiento de área de hoja	80
4.3.	Apéndice	83
4.3.1.	Función Logística	83
4.3.2.	Ecuación de Gompertz.	84
4.3.3.	Ecuación Exponencial	84
5.	Inferencia de los periodos críticos	86
5.1.	Filtrado de las mediciones de campo	87
5.2.	Filtrado de la curva de crecimiento del tallo	90
5.2.1.	Filtro Butterworth	91
5.2.2.	Filtro Bessel	92
5.2.3.	Filtro Chebychev	94
5.2.4.	Selección de filtro	96
5.3.	Filtrado de la curva de área de hoja	97
6.	Conclusiones	99
A.	Diagramas de Simulación	101

B. Identificación paramétrica de los periodos críticos del maíz.	105
B.1. Problema	105
B.2. Solución	107
B.3. Índice de correlación	108
B.4. Simplificación del problema	109
B.5. Interpretación geométrica	111
B.6. Algoritmo	114
C. Area de Hoja por el Método de Gauss	121
D. Detección no destructiva de los periodos críticos	125

Capítulo 1

Introducción

Los cultivos básicos pertenecen a las familias Gramineae y Leguminosae. El maíz pertenece a la familia de las gramíneas. Su nombre científico es *Zea mays*.

El cultivo de maíz tiene importancia especial, dado que este cereal constituye la base de la alimentación de los latinoamericanos. Su origen no se ha podido establecer con precisión. Sin embargo, se puede afirmar que el maíz ya se cultivaba en América Latina en la época precortesiana.

Con respecto a la cultura mexicana el maíz ha sido la componente principal de su alimentación; de hecho Chimalpain comenta que los mexicanos en su peregrinar llevaban consigo al maíz, como fuente principal de su alimentación [1]. El maíz contiene nutrientes en forma concentrada, es una buena fuente de almidón, tiene un alto contenido de vitamina B, pero su contenido de proteína es más bajo que el de los otros cereales. El consumo per capita de maíz en México se calcula en 300 g/día que aportan el 56 % de las calorías y el 47 % de las proteínas de la alimentación mexicana (en áreas rurales los porcentajes son 70 % y 56 %). El maíz también desempeña un papel importante en la industria, puesto que de él se obtiene aceite, colodión, celuloide, glicerina, emulsiones y medicinas, entre otros. Del total del maíz utilizado en el país, 59 % se consume en tortillas, 4.7 % se procesa en la industria almidonera y 35.8 % se destina a semillas, alimento animal y consumo del agricultor.

El maíz ocupa el tercer lugar en la producción mundial, después del trigo y el arroz. Se cultiva en una superficie total de 106 millones de hectáreas. Su rendimiento es de 215 millones de toneladas, lo que representa un promedio de dos toneladas por hectárea.

El maíz es un cereal que se adapta ampliamente a diversas condiciones ecológicas y edáficas. Por eso, se le cultiva en casi todo el mundo.

Ante el crecimiento acelerado de la población, la demanda de alimentos es el principal motivo para incrementar la producción de las plantas cultivadas. La atención a esos incrementos debe tomar en cuenta los factores climáticos y la interrelación que guarda la planta con su medio ambiente.

Se han estudiado diversas alternativas para evitar el efecto producido por las sequías o las deficiencias de agua en el suelo, entre ellas destacan: la selección y generación de especies y variedades resistentes a sequía, obtención de híbridos de ciclo vegetativo corto, selección de las fechas de siembra óptimas que no expongan al cultivo de maíz a la presencia de sequías o deficiencias de lluvias, zonificación de cultivos de acuerdo a las características climáticas y edáficas que se presentan en cierta área de interés, de tal manera que es posible seleccionar aquellos cultivos que se pueden desarrollar de acuerdo a sus necesidades de clima y suelo. Pero no se ha podido encontrar una solución definitiva debido a la variabilidad de los elementos meteorológicos y su interacción con las condiciones topográficas y edafológicas presentes en cada sistema de producción.

Cuando se trabaja en agricultura de riego se tiene un control con bio-retroalimentación a través del agricultor quien dará el nuevo "set point"(punto de funcionamiento) en función de la información meteorológica obtenida y de los resultados de la cosecha con las cantidades establecidas al inicio de la siembra del ciclo anterior y solamente se trabaja con el adecuado suministro de riego y de nutrientes (principalmente los fertilizantes: N, P y K). Ultimamente se han estado conjuntando el suministro de riego y de nutrientes en una nueva técnica conocida como fertirrigación [2]. Para que la planta pueda absorber los nutrientes suministrados en el riego es necesario, además, controlar el pH del suelo para que se optimice el proceso de absorción de nutrientes. Es importante que el fertirriego se sincronice con las condiciones

meteorológicas ambientales y se realice de una manera automatizada y controlada para que: (1) se le dé a la planta lo que requiere en el momento oportuno, y (2) se eviten excesos en la aplicación del riego y de agroquímicos, reduciendo como consecuencia los excesos, la contaminación del campo y los costos de producción.

En la agricultura de temporal es importante determinar el comportamiento hídrico suelo-planta-atmósfera y las condiciones climáticas más probables de la región para garantizar buenas probabilidades de éxito en el desarrollo del cultivo.

En la agricultura en ambientes abiertos es de vital importancia el conocimiento y predicción de las condiciones climatológicas ambientales, así como también conocer la respuesta fisiológica de la planta ante condiciones de sequía. Esto se logra mediante redes de estaciones agrometeorológicas regionales en las cuales se registran y analizan el comportamiento de las variables climatológicas. El conocimiento de modelos matemáticos que predigan adecuadamente el desarrollo fenológico de las plantas ante los diferentes factores climáticos y de la rizósfera, permitirá tanto la optimización de los recursos hídricos como la concepción de un asesor (sistema experto), basado en computadora, que recomiende las mejores prácticas culturales a seguir en el manejo de cultivo.

El proceso de crecimiento de las plantas de los cultivos es un proceso dinámico que se desarrolla en el tiempo. Durante este proceso como en el caso de cualquier otro proceso dinámico existen varios factores que afectan la dinámica del proceso. Estos factores se pueden clasificar en dos grupos: (1) El primer grupo consiste de factores cuya naturaleza no están a nuestro alcance, como es el caso del clima. La variación del clima afecta al desarrollo de las plantas de una manera arbitraria; la intensidad e influencia de las variaciones climáticas dependerá del tipo de cultivo, de la zona agrícola y de la agricultura practicada (temporal, riego o protegida). (2) El segundo grupo consiste en los factores cuya aplicación depende de nosotros, como es el caso del riego y de los fertilizantes.

Los avances más notables en la tecnología agrícola se ha dado gracias al uso de modelos matemáticos que describen el comportamiento fisiológico (Thornley, 1976; Thornley et al, 1990; Faquhar et al, 1980; Faquhar et al, 1982; Faquhar et al, 1989; Jones, 1992; Maksy-

mowych, 1973; Lange et al, 1982) y fenológico (Hunt, 1982; Penning de Vries et al, 1982) de las plantas, para una reseña de modelos matemáticos en las plantas, puesto que esto ha permitido tanto la utilización de técnicas modernas de control, así también la aplicación de métodos avanzados de optimización.

Con respecto a los modelos de crecimiento de cultivos en condiciones de campo abierto se ha investigado preferentemente al trigo (planta C3). Aunque existen modelos de crecimiento genéricos comerciales, SUCROS (Van Keulen et al), SUCROS '87(Spitters et al, 1989), o SUCROS '97(Laar et al,1997), para modelar el crecimiento del maíz, es necesario generar información muy especializada que este modelo requiere. SUCROS (Simple and Crop Growth Simulator) es un modelo que describe el crecimiento del cultivo sobre la base de los procesos básicos, tal como asimilación de CO₂ y respiración, influenciada por las condiciones ambientales.

1.1. Propuesta del trabajo de tesis

Este trabajo de tesis propone la realización de un método no destructivo basado en la medición del crecimiento de tallo y de área de hoja para determinar el estado de crecimiento de las plantas. Para esto se procedió de la manera siguiente:

Después de la siembra de la semilla de maíz, se espera a la emergencia para ir cortando plantas por día al rás del suelo para determinar el estado de desarrollo de la planta (obtener datos tales como: peso fresco y peso seco) y obtener una correlación con el registro de la medición del crecimiento del tallo, área de hoja. La medición del crecimiento de una planta es importante porque mediante esta variable se puede determinar el estado fenológico de la planta y así poder brindar los cuidados necesarios en el momento oportuno.

1.2. Objetivos

El objetivo de esta tesis es el análisis del proceso de crecimiento del maíz, mediante un método no destructivo. Para ello, se realizó lo siguiente:

- Experimento de campo
- Deducción de fases críticas del cultivo.
- Interpolación de curvas paramétricas de crecimiento.

1.3. Perspectivas

- Analizar el proceso de crecimiento del maíz a partir de una inferencia en línea para así identificar los periodos críticos en el momento preciso.
- Desarrollar una mejor estimación de parámetros en el proceso de crecimiento del maíz con el apoyo del modelo SUCROS en función de las variables climáticas.

Ya que el punto más importante de este análisis es relacionar la simulación con la predicción de las variables meteorológicas para la planeación agrícola en nuestro país. Un componente importante para lograr lo anterior es el desarrollar y disponer de tecnología propia, la cual sea desarrollada para las condiciones de nuestro campo, que los productores dominen y que técnicos puedan participar cuando surjan problemas en el uso de la tecnología.

Capítulo 2

Morfología y crecimiento del maíz

2.1. Introducción

En un campo de maíz en crecimiento hay más de lo que ven los ojos.

Una manera de mirar tras la escena es considerando el campo de maíz como una comunidad compleja y cambiante.

Es una comunidad productora con miles de "fábricas" por hectarea. Cada planta de maíz es una fábrica que produce materia seca. La planta de maíz es una de las fábricas más eficientes en el mundo.

En esta comunidad existe competencia. Competencia por los materiales no elaborados del suelo y la atmósfera; de otros productores de materia seca (malezas) y la proveniente de insectos y enfermedades que interfieren la operación de la fábrica.

Las fuerzas de la naturaleza proveen la materia prima para esta comunidad. Pero cada una de estas fuerzas puede estar influenciada por el hombre quien las maneja. Toda práctica de cultivo afecta el comportamiento del sistema de producción.

La ciencia y la experimentación han dado a los productores de maíz muchas prácticas que mejoran la producción total de un campo de maíz. Hay prácticas muy efectivas; que han dado

como resultado grandes saltos en la productividad. Hay otras que se adaptan a un amplio rango de situaciones, funcionando bajo diferentes condiciones de manejo. El productor que conoce cómo se desarrolla y funciona una planta de maíz puede hacer una mejor labor en controlar las fuerzas que afectan la producción [3]. Una comprensión de la planta basa sus decisiones en:

- Selección de variedades apropiadas.
- Época de aplicación de fertilizantes.
- Época de prácticas de cuidados, como control de malezas, insectos y enfermedades.
- Época de operaciones de cosechas.
- Planeamiento de la producción para todas las operaciones de producción.

2.1.1. Conceptos fenológicos y términos más usados en Agronomía

Antes de describir los diferentes estados de la planta del maíz, es necesario definir los siguientes términos involucrados en el crecimiento de los cultivos.

Fenología. Es la rama de la ecología que estudia los fenómenos periódicos de los seres vivos y sus relaciones con las condiciones ambientales tales como la temperatura, luz, humedad, etc. El estudio de la fenología permite comprender las respuestas de los seres vivos al medio ambiente y la variación de éstos a lo largo de su período, conocer etapas críticas de las plantas cultivadas, permite incrementar su producción, así como el tratar de ahorrar insumos o labores optimizándoles su costo. El objetivo de la fenología es estudiar las relaciones de las condiciones atmosféricas con el crecimiento y desarrollo de los cultivos.

Gracias a la fenología se pueden identificar los fenómenos periódicos de las plantas con las condiciones del tiempo atmosférico. Los fenómenos periódicos son:

- a) Siembra
- b) Emergencia
- c) Nacimiento de hojas
- d) Nacimiento de tallos

- e) Floración ó antesis
- f) Fruto
- g) Semillas

La terminología básica utilizada en la fenología agrícola es la siguiente (ver figura 2.1):

Período. Es el tiempo indispensable y suficiente que necesita una planta para ser estimulada por un excitante externo que sea capaz de provocarle una reacción necesaria por la repetición intermitente de los estímulos a la misma, así como la duración para lograrla. De otra manera, es el tiempo con que se repiten ciertas manifestaciones biológicas (apertura o cierre de flores, aparición, caída de hojas, etc.). Tomando en consideración la influencia de los factores externos como la luz, temperatura, agua, etc. Hinojosa [4].

Fase. Es la aparición, transformación o desaparición rápida de los órganos de la planta. Estas transformaciones se presentan en intervalos muy breves, se asocia con la inminencia de que pronto todo el cultivo estará en cierto estado. Las fases de una planta son: la fase de germinación, inflorescencia, floración y maduréz[5].

Etapa ó Subperíodo. Es el intervalo de tiempo limitado por dos fases. Durante cada subperíodo las tendencias de las plantas varían en una sola dirección o permanecen constantes. Es importante hacer notar que un fenómeno meteorológico benéfico para un cultivo en un subperíodo, puede ser perjudicial en otro.

Isofana. Es la línea que une todos los puntos donde una fase comienza en la misma fecha. Deben trazarse por cultivo y preferentemente por variedad.

Isoante. Una isofana de especial interés, es la isoante; que es la línea que une todos los puntos donde la floración de una variedad o especie comienza el mismo día. Las isofanas guardan cierta similitud con las curvas de nivel. Las isofanas se pueden usar para trazar cartas de siembra y cosecha.

Período crítico. Es una parte del período vegetativo donde el cultivo es más sensible a un fenómeno meteorológico.

LAI . Índice de área de hoja. Es el área total de la hoja por área del terreno cultivado.

Su importancia está relacionada con el poder fotosintético de la planta, pues en la hoja se lleva a cabo la fotosíntesis de la planta.

En la siguiente figura se representa graficamente el ciclo de vida de un cultivo, considerando sus diferentes etapas, así también, este ciclo de vida se puede descomponer en tres fases diferentes, exponencial, lineal y maduración:

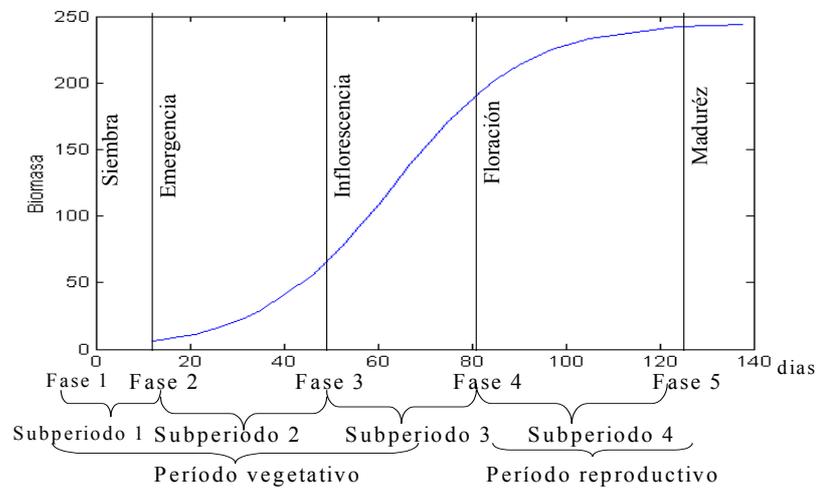


Figura 2.1: Ciclo de vida de un cultivo

2.2. Morfología del maíz

El cultivo del maíz es de régimen anual. Su ciclo vegetativo oscila entre 80 y 200 días, desde la siembra hasta la cosecha. La estructura del maíz es la siguiente (Ver figura 2.2):

(1) *Planta*. Existen variedades enanas de 40 a 60 cm de altura, hasta las gigantes de 200 a 300 cm. El maíz común no produce macollos.

(2) *Tallo*. Es leñoso y cilíndrico. El número de los nudos varía de 8 a 25, con un promedio de 16.

(3) *Hoja*. La vaina de la hoja forma un cilindro alrededor del entrenudo, pero con los extremos desunidos. Su color usual es verde pero se pueden encontrar hojas rayadas de blanco y verde o verde y púrpura. El número de hojas por planta varía entre 8 y 25.

(4) *Sistema radicular*

(5) *Raíz seminal o principal*. Está representada por un grupo de una a cuatro raíces, que pronto dejan de funcionar. Se originan en el embrión. Suministra nutrientes a las semillas en las dos primeras semanas.

(6) *Raíces adventicias*. El sistema radicular de una planta es casi totalmente de tipo adventicio. Puede alcanzar hasta dos metros de profundidad.

(7) *Raíces de sostén o soporte*. Este tipo de raíces se originan en los nudos, cerca de la superficie del suelo. Favorecen una mayor estabilidad y disminuyen problemas de acame. Estas raíces realizan la fotosíntesis.

(8) *Raíces aéreas*. Son raíces que no alcanzan el suelo. El maíz es monoico, es decir, tiene flores masculinas y femeninas en la misma planta. Las flores son estaminadas o pistiladas. Las flores estaminadas o masculinas están representadas por la espiga. Las pistiladas o femeninas son las mazorcas [6].

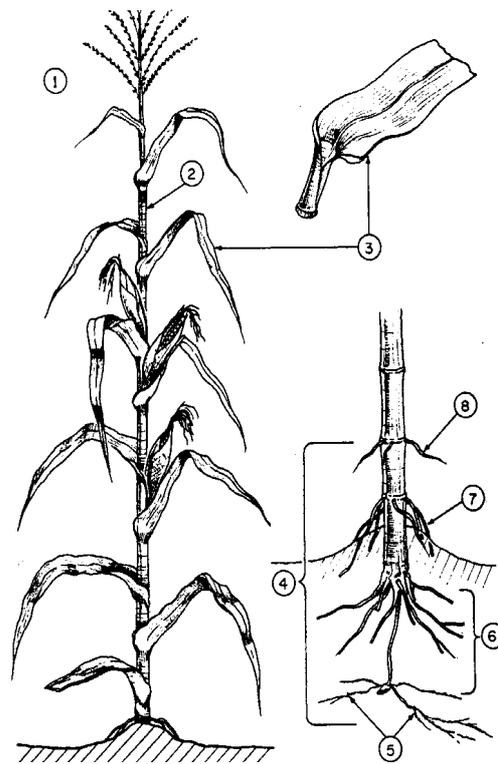


Figura 2.2: Planta de maíz y sus partes

Las diferencias entre las flores masculinas y las femeninas se aprecian en la figura 2.3:

- (1) La inflorescencia de la flor masculina se presenta como espiga o panoja.
- (2) Las espiguillas se encuentran en pares, una sésil, la otra pedicelada. Los pares de espiguillas se orientan en dos hileras alternadas, a lo largo de las ramas laterales del tallo floral. El eje central superior o terminal lleva más de dos hileras.
- (3) Flor masculina. Cada una está formada por glumelas, estambres y un pistilo rudimentario.
- (4) Par de glumelas.

- (5) Tres estambres fértiles.
- (6) Pistilo rudimentario.
- (7) Inflorescencia pistilada. Consta de ramas, hojas y estigmas.
- (8) Rama lateral modificada. Los entrenudos son muy cortos.
- (9) Hojas. Estas cubren la inflorescencia.
- (10) Estigma. Recibe el polen. Se le conoce como cabello de elote.
- (11) Mazorca. Cada planta tiene de una a tres mazorcas según las variedades y condiciones ambientales.
- (12) Tres tipos de granos.
- (13) Granos de maíz cristalino o flint.
- (14) Granos de maíz dentado.
- (15) Granos de maíz dulce.

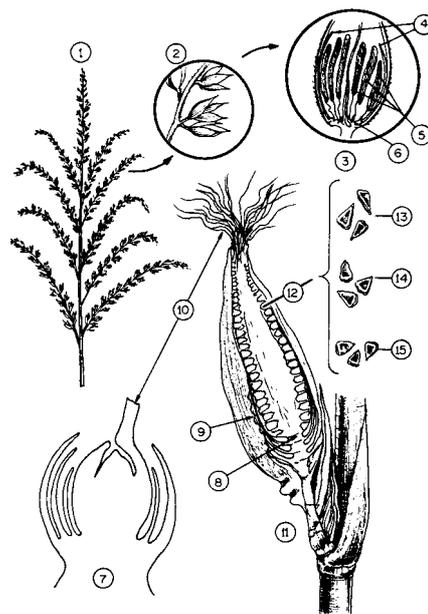


Figura 2.3: Morfología de la planta de maíz

2.3. Crecimiento del maíz

La fisiología del maíz está determinada, en gran medida, por el factor genético. La forma de crecimiento y desarrollo de la planta depende de las condiciones ambientales, sólo hasta cierto punto.

Bajo condiciones apropiadas de temperatura, humedad y aireación, el maíz germina dentro de los seis días posteriores a la siembra. No requiere de luz para germinar y, en general, no presenta problemas de latencia o dormancia.

El cambio del período vegetativo al período reproductivo se produce más temprano, cuando el periodo de cultivo coincide con días cortos. Durante días largo, el maíz florece tardíamente.

La floración es afectada por la temperatura. Temperaturas superiores a 30°C tienden a provocar una inflorescencia masculina más temprana que la femenina. Bajo condiciones en temperaturas menores de 20°C , la inflorescencia femenina aparece más temprano que la masculina.

La disposición floral favorece la polinización cruzada. Bajo condiciones normales, la autofecundación es alrededor de 5%. La diseminación del polen se efectúa por medio del viento, la gravedad y las abejas.

La duración del ciclo de vida depende de las condiciones genéticas, aunque también del ambiente. Periodos de sequía y temperaturas altas provocan una maduración temprana.

En la selección de la variedad que se va a cultivar, es necesario tomar en cuenta el ciclo vegetativo. De acuerdo con éste, la variedad puede ser precóz, intermedia o tardía.

El maíz abarca una gran variedad de líneas y tipos de plantas que exigen ciertas condiciones de clima y suelo. El maíz exige un clima relativamente cálido y agua en cantidades adecuadas. La mayoría de las variedades del maíz se cultivan en regiones de temporal, de clima caliente y de clima subtropical húmedo, pero no se adaptan a regiones semiáridas. El granizo y las heladas afectan considerablemente el cultivo.

2.3.1. Cómo se desarrolla una planta de maíz

En una planta de maíz el tiempo específico entre estado y número de hojas desarrolladas puede variar entre distintos híbridos, diferentes estaciones, diferentes fechas de siembra y diferentes localidades. Por ejemplo:

a) Un híbrido precóz puede desarrollar pocas hojas o progresar a través de los diferentes estados a una velocidad mayor.

b) La velocidad de desarrollo de la planta para cualquier híbrido está directamente relacionada con la temperatura de manera que la longitud de tiempo entre estados diferentes variará con las variaciones de temperatura, tanto entre como dentro de las estaciones de crecimiento.

c) El aumento de la longitud del día en los primeros estados de desarrollo de la planta resultan en más hojas por planta y alarga el tiempo entre emergencia de la planta y floración o aparición de los estigmas.

d) Deficiencias de nutrientes o humedad pueden producir un alargamiento del tiempo entre diferentes estados, antes de la aparición de los estigmas.

e) El número de granos que se desarrollan, el tamaño final de los granos y la velocidad de aumento de peso de los granos influyen sobre la longitud del periodo de aparición de los estigmas a madurez. Esto varía entre diferentes híbridos y diferentes condiciones ambientales.

2.3.2. Identificación de estados de desarrollo del maíz

Los estados de desarrollo antes de aparición de los estigmas pueden ser identificados en el campo contando el número de hojas que están totalmente emergidas (con la lígula visible) del verticilo [7]. Esto no es difícil durante las primeras tres semanas de crecimiento: La primera hoja tiene normalmente el ápice redondeado; todas las hojas posteriores son puntiagudas y cada una de las hojas subsiguientes a las primeras 7 u 8 tienen cerca del doble del tamaño de la hoja que la que está inmediatamente debajo de ella.

Sin embargo cuando los tallos comienzan a elongarse, las primeras 5 o 6 hojas pueden

caerse por elongamiento del tallo y por desarrollo de las raíces nodales. Después que esto ocurre, las hojas inferiores que permanecen en la planta pueden ser identificadas por la longitud del entrenudo debajo del punto de unión de la vaina. Los entrenudos por debajo de las primeras cuatro hojas se alargan. El internudo por debajo del punto de inserción de la 5a hoja se alarga alrededor de $\frac{1}{2}$ pulgada; el internudo por debajo de la 6a. hoja, 1 pulgada; debajo de la 7a. hoja, 2 pulgadas y debajo de la 8a. hoja alrededor de $3\frac{1}{2}$ pulgadas.

Los estados de crecimiento después de aparición de los estigmas pueden ser identificados por el desarrollo de los granos de la mazorca.

En el estado 6, el raquis (olote o coronta) tiene su tamaño completo y los granos están en estado de ampolla. En el estado 7, los granos están en estado de masa suave (justamente pasa al estado de mazorca).

En el estado 8, algunos pocos granos comienzan a mostrar indentación. En el estado 9, todos los granos son dentados, pero no están secos.

Ritchie y Handway [3] trataron el desarrollo y crecimiento de la planta del maíz desde semilla a través de germinación y emergencia hasta la etapa de madurez. La descripción del desarrollo del maíz según estos autores tiene énfasis en la descripción de las principales estructuras presentes en cada etapa, pero con una especial mención de como influyen los factores ambientales sobre la fisiología de las plantas. A continuación se describen las etapas de desarrollo del maíz según estos autores (ver figura 2.4):

Etapas Ve : germinación y emergencia

Bajo condiciones de campo, la semilla plantada absorbe agua e inicia su crecimiento. La radícula es la primera en alargarse desde el grano hinchado, seguido por el coleóptilo con la plúmula encerrada y además unas tres o cuatro raíces seminales. La germinación es finalmente alcanzada por la rápida elongación del mesocotilo el cual impulsa el crecimiento de el coleóptilo hacia la superficie del suelo.

En la emergencia el coleóptilo queda expuesto a la luz solar, se detiene la elongación del

mesocotilo. En este momento, el punto de crecimiento (ápice del tallo) de la planta es de 2.5 - 3.8 cm sobre la superficie del suelo. Bajo condiciones de calor y humedad, el ápice del coleóptilo emerge en 4 ó 5 días después de la siembra, pero bajo condiciones de frío o de sequía, dos semanas o más pueden requerirse. En estas etapas la planta inicia su ciclo de vida teniendo los siguientes cambios:

Germinación:

- Inicio de imbibición.
- Emergencia de la radícula del cariopside.
- Emerge el coleóptilo del cariopside.
- Coleóptilo de aprox. 2.5 cm de longitud.

Emergencia:

- El coleóptilo arriba del suelo, primer hoja plegada.
- El coleóptilo inicia a desplegarse.
- Cotiledón desplegado: primer hoja visible.
- Primer hoja desplegada: extremo de segunda hoja visible.
- Segunda hoja desplegada.

Etapa V3 : tercera hoja

Tres hojas totalmente emergidas (hojas con lígula). En esta etapa se puede observar, que el ápice de la planta (punto de crecimiento) está debajo de la superficie del suelo y que la elongación ocurrida en el tallo ha sido muy pequeña.

En este momento los pelos radicales están creciendo desde el nudo radical y el crecimiento del sistema radical seminal virtualmente ha cesado.

Todas las hojas y espiga que la planta virtualmente producirá han sido iniciadas (formadas) ahora. En esta etapa inicia el desarrollo de vástagos.

Etapa V5: quinta hoja

Aproximadamente en esta etapa se completará la iniciación de la mazorca y una microscópica pequeña inflorescencia masculina (espiga o panoja) es iniciada en el ápice del tallo. La iniciación de la espiga en el ápice del tallo está justo debajo o al nivel de la superficie del suelo. Todas las hojas o yemas florales se han iniciado.

Etapa V6: sexta hoja

El punto de crecimiento y espiga están sobre la superficie del suelo y el tallo, está iniciando un periodo de grandes incrementos en su alargamiento. Las raíces nodales ahora forman la mayor parte del sistema radical. Los entrenudos por debajo de la 5a., 6a. y 7a. hoja han comenzado a alargarse, al mismo tiempo que el ápice del tallo (punto de crecimiento) están a nivel o ligeramente sobre la superficie del suelo. Los macollos han alcanzado a desarrollarse de cada uno de los nudos debajo de la tierra. El desarrollo de los macollos variará con los diferentes híbridos, distancia entre plantas, fertilidad y condiciones ambientales. La planta se está desarrollando considerando lo siguiente:

Desarrollo de vástagos

- Cuarta hoja desplegada
- Quinta hoja desplegada
- Sexta hoja desplegada

Elongación del tallo

- Primer nudo detectable
- Primer nudo visible

Etapa V8: octava hoja

Este es el periodo de rápida formación de hojas. La 9a, 10a y 11a hojas tienen su tamaño total pero no han emergido completamente. El alargamiento del tallo y el desarrollo de las

raíces nodales han roto las dos primeras hojas de la planta (las más inferiores). El tallo ha comenzado su rápido alargamiento y el punto de crecimiento está cinco u ocho centímetros sobre la superficie del suelo. Los entrenudos por debajo de la 7a, 8a y 9a hoja se han elongado. Los entrenudos de la 5a y 6a hoja están totalmente alargados. La espiga está comenzando a desarrollarse rápidamente, el cuarto verticilo de las raíces nodales se está alargando.

Etapa V9: novena hoja

En una planta disectada en esta etapa se pueden observar varios primordio de mazorcas. Un primordio de mazorca se desarrolla en todo nudo sobre la superficie, excepto los últimos seis nudos bajo de la inflorescencia masculina. Inicialmente, cada primordio de mazorca desarrolla más rápidamente que los meristemas de mazorca originadas en la parte superior del tallo.

Etapa V10: decima hoja

La 14a hoja tiene su tamaño normal pero ha emergido sólo parcialmente del verticilo. Los entrenudos por debajo de la 10a, 11a y 12a hoja se han alargado. El entrenudo por debajo de la 9a hoja se alargado totalmente. En este estado se inicia un crecimiento rápido de la espiga. Los primordios de la mazorca se están desarrollando en el 1er. nudo sobre la superficie. La mazorca superior está iniciando un rápido desarrollo. El número potencial de óvulos en la mazorca superior es determinado en esta etapa. La planta en esta etapa experimenta los siguiente cambios:

- segundo nudo visible
- novena a décima hoja desplegada

Emergencia de la inflorescencia (espiga)

- Inicio de emergencia de espiga

Etapa V14: catorceava hoja

El tallo se alarga rápidamente. La espiga está cerca de su tamaño total. La primera o de las primeras dos mazorcas se desarrollan rápidamente, los estigmas se están desarrollando especialmente los cercanos a la base de la mazorca. Las raíces de sostén se desarrollan del nudo de la 7a hoja.

Etapa V16: dieciseisava hoja

La punta de la espiga ha emergido del verticilo. Los entrenudos superiores del tallo se alargan rápidamente. La primera o primeras mazorcas están aumentando rápidamente de tamaño y longitud. Los estigmas de la base de la mazorca se elongan. Las primera 5a y 6a hoja de la base de la planta puede perderse. La planta hasta esta etapa, está compuesta por:

- Doce o más hojas desplegadas
- Cuarto nudo visible
- Domo de la espiga visible
- Emergencia de la espiga

Etapa R1: emergencia de los estigmas, antesis

Las hojas y la espiga han emergido totalmente en dos o tres días. El alargamiento de los entrenudos del tallo ha cesado. El pedúnculo de la mazorca (asta) y las espatas casi han completado su crecimiento. La tusa (coronta olote) y los estigmas crecen rápidamente. Los óvulos se agrandan. Los estigmas de los óvulos cercanos al ápice de la mazorca aún no han emergido. Todos los estigmas continuarán alargándose hasta que sean fertilizados. En esta etapa se considera lo siguiente:

Floración ó antesis

- Inicio de floración

Etapa R2: estado de ampolla

El raquis (corona) de la espiga, las espatas y el pedúnculo están totalmente desarrollados. El almidón recién ha comenzado a acumularse en el endospermo y los granos han comenzado a aumentar rápidamente de peso. El coleóptilo, primera hoja y radícula han sido iniciados en el embrión del grano. La planta está iniciando la etapa de reproducción considerando lo siguiente:

- Todos los estigmas visibles

Etapa R7: estado pastoso

Los granos están creciendo rápidamente. Una nueva planta se está desarrollando en cada grano. El eje principal del embrión de la nueva planta está totalmente diferenciado y la 4a hoja está presente normalmente. El almidón se sigue acumulando en el endosperma. La división celular en la epidermis del endospermo ha cesado.

Etapa R8: comienzo de la indentación

El crecimiento del embrión es rápido. En él la radícula y las hojas embrionales están totalmente diferenciadas y se han iniciado las raíces seminales. El aumento en tamaño del endosperma después de este estado es debido principalmente a un incremento en tamaño de las células. Los granos se encuentran en estado lechoso.

Etapa R9: todos los granos totalmente dentados

El embrión está morfológicamente maduro con cinco hojas iniciadas. La acumulación de materia seca en el grano pronto cesará. Los granos se encuentran en estado masoso.

Etapa R10: maduréz fisiológica

La acumulación de materia seca ha cesado; pero el grano continuará perdiendo humedad después de esta etapa. En esta etapa, el grano ha alcanzado su maduréz fisiológica.

Una descripción visual del ciclo de vida del maíz, según Shutte y Meier [8] se muestra en la siguiente figura:



Figura 2.4: Etapas de desarrollo del maíz, según Shutte y Meier

2.3.3. Sistema numérico del desarrollo de las etapas del maíz

Para identificar los diferentes estados del desarrollo de la planta se utiliza un código numérico. El estado en el cual la punta de la planta emerge del suelo es el estado 0 y el estado de la planta madura es el estado 10. A los estados intermedios se les asignan números entre 0 y 10. Se usa un decimal para referirse a estados de desarrollo intermedio entre aquellos identificados por números enteros.[9].

2.4. Períodos críticos y sus cuidados

En la vida de las plantas se distinguen dos grandes períodos:

1. Período vegetativo.
2. Período reproductiva.

El primer período está relacionado con la formación de raíces, tallos y hojas, mientras que el segundo con la formación de flores, frutos y semillas.

Así también existen las fases críticas de los cultivos. Un período crítico es una parte del periodo vegetativo donde el cultivo es más sensible a un elemento atmosférico, con lo que respecta a la planta del maíz, sus períodos críticos son las siguientes:

- 1· Emergencia**
- 2· Inflorescencia (espiga)**
- 3· Floración (antesis)**

4. Llenado de grano

A continuación se mencionan algunas recomendaciones y cuidados que se deben considerar en estos períodos.

1. Emergencia En esta fase, el punto de crecimiento de la planta y todos los nudos del tallo están a 1 ó $1\frac{1}{2}$ pulgada debajo de la superficie del suelo. La profundidad de siembra influye sobre la longitud de tiempo entre la siembra a la emergencia. Las plántulas de semillas sembradas profundamente tienen una mayor profundidad del suelo que atravesar. Además, la temperatura es menor a mayor profundidad y el crecimiento es más lento. La profundidad de siembra determina la profundidad a la cual las raíces primarias (radícula y raíces seminales) se desarrollarán pero no influye sobre la profundidad a la cual se desarrollarán las raíces nodales (raíces permanentes).

Las reservas de nutrientes y alimentos en la semilla generalmente abastecen a la pequeña planta antes de la germinación. El fertilizante colocado en una banda al costado y ligeramente por debajo de la semilla puede ponerse en contacto con las raíces primarias antes de que la planta emerja del suelo. El uso de gran cantidad de fertilizante aplicado demasiado cerca de la semilla puede ocasionar daños por salinidad a la plántula.

El cultivo de maíz requiere agua abundante. La cantidad de agua que se debe suministrar mediante riego, depende de los requerimientos del cultivo, del tipo de suelo y de la precipitación pluvial.

El cultivo de maíz tiene más exigencias de agua durante la etapa de germinación y en la etapa de la formación de la inflorescencia, y todavía un poco después de la fecundación y la formación de los granos.

El riego se inicia normalmente con una lámina de 15 mm, para favorecer la germinación. Durante el desarrollo del cultivo, se suministran láminas de riego, según las necesidades. En la aplicación del riego, se toman en cuenta las características del suelo y del cultivo. La aplicación de riego a cultivos de maíz se efectúa, en general, en los surcos y por gravedad.

2. Inflorescencia (espiga) Se considera un periodo crítico ya que las deficiencias de humedad y nutrientes a partir de esta fase influirán en el crecimiento y desarrollo de las mazorcas. Dado que el sistema radicular es extenso y el suelo está caliente, alta concentración de nutrientes y en bandas no es esencial. Pero los nutrientes deben estar en suelos húmedos para ser absorbidos. El tallo crece ahora, bien sobre la superficie del suelo. Las plantas que quiebran por debajo del punto de crecimiento no se recuperarán. También la longitud del tiempo entre los posteriores estados influyen sobre el tamaño potencial de las mazorcas a cosechar. Los híbridos precoces, que progresan en este periodo en un tiempo más corto que los híbridos tardíos, generalmente tienen mazorcas más pequeñas y deben por lo tanto tener más plantas por unidad de área para producir la misma cantidad de grano.

3. Floración (antesis) En este período, se determina el número de óvulos que serán fertilizados. Sufrimiento por falta de humedad (calor y días secos) o deficiencia de nutrientes pueden resultar en una polinización y formación de granos pobres. Siembras tempranas y otras prácticas de manejo deberán ser seguidas para que esta fase ocurra cuando las condiciones climáticas sean favorables. Hay que observar el gusano de la raíz que comen los estigmas. La absorción del potasio y del fósforo se ha completado. El análisis foliar para nutrientes en la planta está altamente correlacionado con la producción final del grano y la respuesta del rendimiento a la aplicación del fertilizante.

4. Llenado de grano Es el periodo de rápido aumento de peso en el grano y desarrollo de la planta joven en el embrión de cada semilla. Condiciones desfavorables o deficientes de nutrientes tales como potasio producirán granos sin llenar y mazorcas pajosas. Hay relativamente poco aumento del peso del grano después del estado 9 y no aumenta después del estado 10. Por lo tanto se debe cosechar en el estado 10. La cosecha en este estado necesita el secado mecánico para almacenaje seguro. La velocidad de secado en el campo dependerá de las condiciones climáticas y puede variar con los híbridos.

Por tanto, con respecto a la absorción de nutrientes, se puede decir que, la velocidad de

la absorción de éstos por la planta de maíz es relativamente lenta en los primeros estados de desarrollo, pero se incrementa con el crecimiento y desarrollo de la planta. Sin embargo, un adecuado suplemento de nutrientes en cada estado es esencial para el óptimo crecimiento en cada uno de ellos. Mientras que en la aplicación de fertilizantes, durante los primeros estados de desarrollo, el sistema radicular es limitado y el suelo está a menudo frío. Las raíces primarias (radícula y seminales), las cuales se alargan cuando la planta emerge del suelo, sirven como sistema radicular principal durante las primeras semanas después de la emergencia. La colocación del fertilizante en una banda a dos pulgadas al costado y ligeramente por debajo de la semilla es importante para que las raíces primarias puedan interceptar esta banda de fertilizante. En estados posteriores de crecimiento, las plantas requieren cantidades mayores de nutrientes.

Para la aplicación de fertilizantes es importante considerar aspectos como: pH, textura del suelo, tipo de suelo, nutrimentos que se encuentren en el suelo, salinidad, etc.

No hay que olvidar la importancia de la materia orgánica y de los ácidos húmicos y ácidos fulvicos que el suelo debe de tener y que facilitan la capacidad de intercambio catiónico en el suelo, así como la aportación de nitratos, disponibles de manera inmediata para la planta en el suelo.

Capítulo 3

Experimento de Campo

En la Universidad Autónoma Chapingo se realizó el experimento. Su localización es km 38.5 Carretera México – Veracruz, Texcoco, Edo. de México, a 19° 29' latitud norte.

Las razones por las cuales se eligió este lugar para realizar el experimento son las siguientes:

- La U. A. Chapingo es un centro de estudios agrícolas.
- La U. A. Chapingo ampliamente interesada en las investigaciones relacionadas con la agricultura apoyó este experimento proporcionando la semilla, terreno, maquinaria, estudio del suelo, riego, fertilizante y personal para realizar las labores agrícolas.
- En el mismo terreno del experimento se localiza una estación agrometeorológica automatizada, la cual proporcionó los datos del tiempo meteorológico del lugar.

El cultivo que se sembró para el experimento, fué maíz tipo forrajero. Su fecha de siembra fué el 20 de mayo del 2001, teniendo su emergencia el día 30 de mayo del mismo año.

3.1. Mediciones de Campo

Las mediciones de campo se realizaron en dos secciones:

- 1) Selección de cuatro plantas muestras para:
 - a) Llevar registro de longitud de tallo.
 - b) Llevar registro de número de hojas.
- 2) Corte al rás del suelo de cuatro plantas, la selección se realizó en forma aleatoria, este proceso se hizo dos veces por semana para obtener registro de:
 - a) Peso fresco.
 - b) Peso seco.
 - c) Área de hoja.
 - d) Estado fenológico de la planta.

3.1.1. Peso fresco

Las plantas seleccionadas en forma aleatoria son cortadas al rás del suelo, se separarán en partes (desmenuzamiento) y primeramente se pesa la planta completa y luego por partes (hojas, tallos, órganos de almacenamiento).

3.1.2. Peso seco

Posteriormente del pesado de la materia fresca se mete la planta previamente desmenuzada en bolsas de papel. Las cuales son perforadas con la finalidad de dejar circular el aire caliente y permitir la salida de la humedad. Después estas plantas se dejan en un horno de secado a una temperatura de 65° C por un tiempo de 24 horas. Pasado este tiempo se retira la planta del horno y se pesa para obtener la cantidad de materia seca. Conforme fué creciendo la planta, el tiempo de secado se incrementó.

3.1.3. Área de hoja.

Para la obtención del área de hoja se siguió la siguiente técnica:

- a) Se dibujó el contorno de la hoja en papel.
- b) Se recortó el papel por el contorno dibujado.
- c) Se pesó la hoja de papel.
- d) Se recortó una superficie de 4 cm² del mismo papel donde se dibujó la hoja, y se pesó.
- e) Se obtuvo el área por medio de una regla de tres.

3.1.4. Estados fenológicos de la planta de maíz.

Para determinar los estados fenológicos de la planta del maíz, se tomaron fotografías del desarrollo del cultivo en su totalidad, así también de las plantas que se cortaron, en forma individual, completa y desmenuzada. De esta forma se observa el crecimiento y el desarrollo de la planta.

Todas estas técnicas que formaron parte del experimento se realizaron hasta la madurez fisiológica del maíz forrajero, es decir hasta el 15 de Octubre del 2001.

En la siguiente tabla se mencionan las diferentes etapas o estados del cultivo del maíz:

Estado	Fecha	Día fenológico	Figura
0 Emergencia	30/05/2001	0	fig.3.3
0.5	06/06/2001	7	fig. 3.4
1	15/06/2001	16	fig. 3.5 y 3.6
1.5	21/06/2001	22	fig. 3.7 y 3.8
2	02/07/2001	33	fig. 3.9 y 3.10
2.5	05/07/2001	36	fig.3.11
3 Inflorescencia	16/07/2001	47	fig. 3.12, 3.13 y 3.14
3.5	23/07/2001	54	fig. 3.15, 3.16 y 3.17
4	30/07/2001	61	fig 3.18 y 3.19
5 Floración	15/08/2001	77	fig.3.20, 3.21 y 3.22
6	27/08/2001	89	fig. 3.23 y 3.24
7	8/09/2001	101	fig. 3.25 y 3.26
8	20/09/2001	113	fig. 3.27
9	02/10/2001	125	fig. 3.28
10 Madurez	15/10/2001	138	fig. 3.29 y3.30

Por lo tanto el desarrollo del crecimiento de este cultivo de manera visual es el siguiente:

Preparación de la tierra



Figura 3.1: Preparación de la tierra. Realización de surcos (18 de Mayo del 2001)

La preparación de la tierra incluye operaciones preliminares, la labranza primaria y la labranza secundaria. Antes de efectuar las operaciones de labranza primaria y secundaria, puede ser necesario efectuar operaciones preliminares. Éstas incluyen, por ejemplo, la limpieza del terreno y la incorporación de la vegetación natural en el suelo. La labranza primaria y secundaria incluyen el barbecho, la nivelación del campo y las prácticas de conservación del suelo. Dichas labores sirven principalmente para facilitar una buena ejecución de las labores de labranza y de las operaciones de manejo de cultivo, así como para acumular humedad en el suelo. En este caso después del barbecho, se prosiguió a surcar la tierra, ya que la siembra se efectuó a mano, requiriendo de un palo o coa para hacer un pequeño agujero en donde se colocaron varias semillas.



Figura 3.2 : Primer riego del cultivo (22 de mayo del 2001)

Después de haber realizado los surcos, y llevado a cabo la siembra, se efectuó el primer riego el 22 de Mayo del 2001, para favorecer la germinación de las semillas.

ESTADO 0: Emergencia

En la siguiente fotografía se muestra una planta de maíz en la etapa de emergencia, esto ocurrió el día 30 de Mayo del 2001, fecha en la cual el brotamiento de plantas es al 100%. El primer entrenudo enlogado levanta la planta hacia la superficie del suelo. Cuando el ápice del coleóptilo emerge de la superficie del suelo, la elongación del primer entrenudo cesa y las hojas comienzan a emerger del coleoptilo. En la emergencia, el punto de crecimiento de la planta y todos los nudos están de 1 a $1\frac{1}{2}$ pulgadas de bajo de la superficie del suelo.



Figura 3.3 La planta emerge del suelo (30 de mayo del 2001)

ESTADO 0.5: Dos hojas emergidas, una semana después de la emergencia

El primer verticilo de raíces en el nudo coleoptilar se ha elongado, pero no tiene ramificaciones ni han formado pelos radicales. Las raíces primarias, especialmente la radícula, tiene ramificaciones y pelos radicales. La fotosíntesis de las hojas está ahora alimentando la planta.



Figura 3.4: Emergencia de la planta (6 de junio del 2001)

ESTADO 1: Cuatro hojas emergidas, dos semanas después de la emergencia

El segundo verticilo de raíces se ha elongado. Las raíces del primer verticilo tienen pelos radiculares y se han ramificado. Las raíces primarias crecen muy poco después de este estado. Todas las hojas y yemas florales se han iniciado.



Figura 3.5 Planta de maíz. (15 de junio del 2001)



Figura 3.6: Cuatro hojas emergidas (15 de junio del 2001).

ESTADO 1.5: Seis hojas emergidas, tres semanas de la emergencia

Las raíces nodales ahora forman la mayor parte del sistema radicular. El tercer verticilo de raíces nodales se alarga. Los entrenudos por debajo de la 5a., 6a. y 7a. hojas han comenzado a alargarse, al mismo tiempo que el ápice del tallo (punto de crecimiento) está a nivel o ligeramente sobre la superficie del suelo.



Figura 3.7: Planta de maíz. (21 de junio del 2001)



Figura 3.8: Seis hojas totalmente emergidas (21 de junio del 2001)

ESTADO 2: 8a. hoja emergida, cuatro semanas después de la emergencia

Este es el periodo de rápida formación de hojas. El alargamiento del tallo y el desarrollo de la raíces nodales han roto las primeras dos hojas de la planta. El tallo ha comenzado su rápido alargamiento y el punto de crecimiento está a dos o tres pulgadas sobre la superficie del suelo.



Figura 3.9: Primer mes del cultivo (2 de julio del 2001)



Figura 3.10: 8a. Hoja totalmente emergida (2 de julio del 2001).

ESTADO 2.5: Inflorescencia, 5a. semana después de la emergencia

La 14a. hoja tiene su tamaño normal pero ha emergido sólo parcialmente del verticilo. El entrenudo por debajo de la 9a. hoja se ha alargado totalmente. En este estado se inicia un crecimiento rápido de la espiga. El primordio de la mazorca más elevada es aún más pequeño que el que está por debajo de ella. La absorción de N, P y K es rápida.



Figura 3.11: Planta de maíz (5 de julio del 2001)



Figura 3.12: 10a. hoja totalmente emergida (5 de julio del 2001)

ESTADO 3: 12 hoja emergida. 6a. semana después de la emergencia

El desarrollo de las hojas está completo. Las cuatro hojas inferiores se han perdido. El tallo y la espiga están creciendo rápidamente. Las raíces de sostén se están desarrollando en el 1er. nudo sobre la superficie.



Figura 3.13 :Planta de maíz (16 de julio del 2001)



Figura 3.14: Planta desmenuzada (16 de julio del 2001)

ESTADO 3.5: 14a. hoja emergida. 7a. semana después de la emergencia

El tallo se alarga rápidamente. La espiga está cerca de su tamaño total. La 1a. o las primeras dos mazorcas se desarrollan rápidamente. Los estigmas se están desarrollando, especialmente los de cerca de la base de la mazorca. Las raíces de sostén se desarrollan del nudo de la 7a. hoja.



Figura 3.15: Cultivo en la 7a. semana de emergencia (23 de julio del 2001)



Figura 3.16 : Presencia de espiga (23 de julio del 2001)

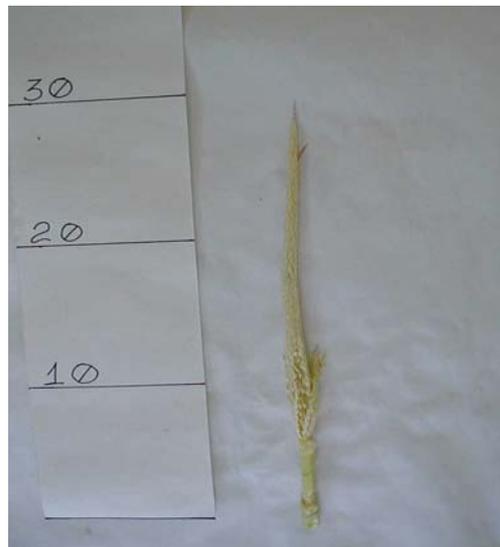


Figura 3.17: Espiga en desarrollo (23 de julio del 2001)

ESTADO 4: 8a. Semana después de la emergencia

La punta de la espiga ha emergido del verticilo. Los entrenudos superiores del tallo se alargan rápidamente. Los estigmas de la base de la mazorca se elongan rápidamente, las primeras 5a. y 6a. hojas de la base de la planta pueden perderse.



Figura 3.18: Planta de maíz desmenuzada (30 de julio del 2001)



Figura 3.19: Desarrollo de espiga y mazorca (30 de julio del 2001)

ESTADO 5: Floración (antesis). Emergencia de los estigmas

Las hojas y la espiga han emergido totalmente. El alargamiento de los entrenudos del tallo ha cesado. El pedúnculo de la mazorca (asta) y las espigas casi han completado su

crecimiento. La tusa (coronta- olote) y los estigmas crecen rápidamente. Todos los estigmas continuarán alargándose hasta que sean fertilizados.



Figura 3.20: La espiga ha emergido totalmente (15 de agosto del 2001)



Figura 3.21: Presencia de espiga y de órganos de almacenamiento (15 de agosto del 2001)



Figura 3.22: Espiga y órganos de almacenamiento (15 de agosto del 2001)

ESTADO 6 : Estado de ampolla, 12 días de la aparición de los estigmas

El raquis (coronta) de la espiga, las espatas y el pedúnculo están totalmente desarrollados. El almidón recién ha comenzado a acumularse en el endosperma y los granos han comenzado a aumentar rápidamente de peso.



Figura 3.23: Mazorcas en desarrollo (27 de agosto del 2001)



Figura 3.24: Granos en estado de ampolla (27 de agosto del 2001)

ESTADO 7: Estado pastoso

Los granos están creciendo rápidamente. Una nueva planta se está desarrollando en cada grano. El almidón se está acumulando en el endosperma. La división celular en la epidermis del endosperma ha cesado.



Figura 3.25: Aproximándose el cuarto mes del cultivo (8 de septiembre del 2001)



Figura 3.26: Granos en estado pastoso (8 de septiembre del 2001)

ESTADO 8: Comienzo de la indentación

Unos pocos granos están mostrando indentación. El crecimiento del embrión es rápido. En él la radícula y las hojas embrionarias están totalmente diferenciadas y se han iniciado las raíces seminales.



Figura 3.27: Inicio de la indentación (20 de septiembre del 2001)

ESTADO 9: Todos los granos totalmente dentados

En el cuarto mes los estigmas empiezan a secarse y los granos se encuentran llenos en la segunda y tercera mazorca, para luego ponerse mazosos, mientras que en la primera mazorca continúa llenándose. En estas fechas se presenta la senescencia de las hojas, es decir, empezarán a perder humedad y el crecimiento de las plantas terminará.



Figura 3.28: Mazorcas en llenado de granos (2 de octubre del 2001)

Estado 10. Maduréz

La maduréz fisiológica del cultivo se establece hasta el 15 de octubre del 2001, por lo tanto, en esta fecha se termina el proceso de registros de datos.



Figura 3.29: Presencia de la senescencia de las hojas (15 de octubre del 2001)



Figura 3.30: Mazorca completamente formada con granos mazosos (15 de octubre del 2001)

Finalmente el cultivo pierde agua, las plantas pierden peso, es decir, el cultivo se secará completamente.



Figura 3.31: Cultivo perdiendo humedad (20 de octubre del 2001)

3.1.5. Gráficas de crecimiento del cultivo

A continuación se presentan los datos obtenidos del experimento de campo, así también las gráficas del proceso de crecimiento del cultivo

a) Análisis del crecimiento del tallo.

Con respecto al crecimiento del tallo se obtuvo la siguiente tabla:

Dia fenológico	Mes	Altura (cm)
12	Junio	7.125
14	Junio	9.125
18	Junio	11
21	Junio	11.125
25	Junio	11.625
28	Junio	10.375
32	Julio	19.875
35	Julio	17.75
46	Julio	57
49	Julio	48.25
53	Julio	93.875
56	Julio	91.75
60	Julio	126.75
63	Agosto	161.75
67	Agosto	161.75
71	Agosto	169.5
75	Agosto	169.75
82	Agosto	198
85	Agosto	210.5
90	Agosto	212.5
92	Agosto	212.75
97	Septiembre	188.75
105	Septiembre	213.75
120	Septiembre	211.25
124	Octubre	214.75
131	Octubre	220
138	Octubre	222

y su gráfica es la siguiente:

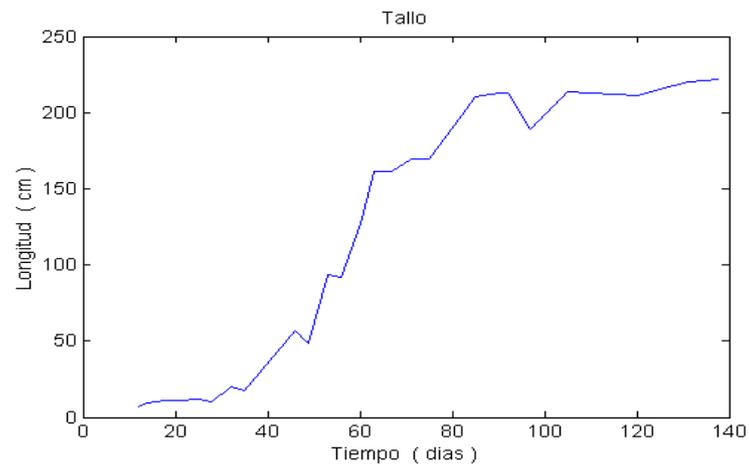


Figura 3.32: Crecimiento del tallo con respecto al tiempo

b) Análisis del peso fresco.

Con respecto al peso fresco se obtuvo la siguiente tabla:

Dia fenológico	Mes	Peso fresco (g)
12	Junio	3.066
14	Junio	6.4115
18	Junio	13.5824
21	Junio	18.7368
25	Junio	41.327
28	Junio	47.2414
32	Julio	59.4437
35	Julio	84.5505
46	Julio	104.4112
49	Julio	135.1467
53	Julio	509.63
56	Julio	518.25
60	Julio	875.5
63	Agosto	1211.5
67	Agosto	1374.625
71	Agosto	1541.75
75	Agosto	1568.75
82	Agosto	1570.5
85	Agosto	1880.5
90	Agosto	1927
92	Agosto	1944.5
97	Septiembre	1754.25
105	Septiembre	1372.87
120	Septiembre	1602
124	Octubre	1729.75
131	Octubre	1757.75
138	Octubre	1763.25

y su gráfica es la siguiente:

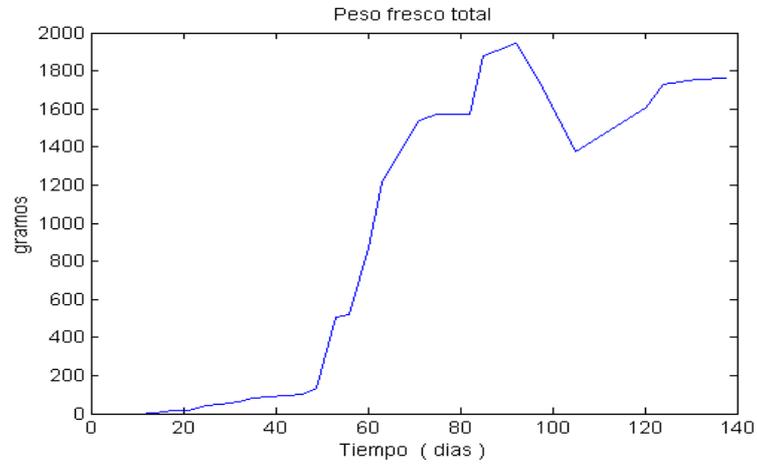


Figura 3.33: Peso fresco total de la planta con respecto al tiempo

c) Análisis del peso seco.

Con respecto al peso seco se obtuvo la siguiente tabla:

Día fenológico	Mes	Peso seco (g)
12	Junio	0.3478
14	Junio	0.6384
18	Junio	1.4481
21	Junio	1.8829
25	Junio	6.214
28	Junio	5.9981
32	Julio	7.1537
35	Julio	14.5758
46	Julio	20.4309
49	Julio	24.5282
53	Julio	91.8372
56	Julio	93.8225
60	Julio	152.25
63	Agosto	170.5
67	Agosto	185.125
71	Agosto	152.375
75	Agosto	167.64
82	Agosto	162.7002
85	Agosto	201.8402
90	Agosto	195.0937
92	Agosto	191.53
97	Septiembre	314.5
105	Septiembre	145.22
120	Septiembre	166.702
124	Octubre	189.8425
131	Octubre	194.865
138	Octubre	190.4075

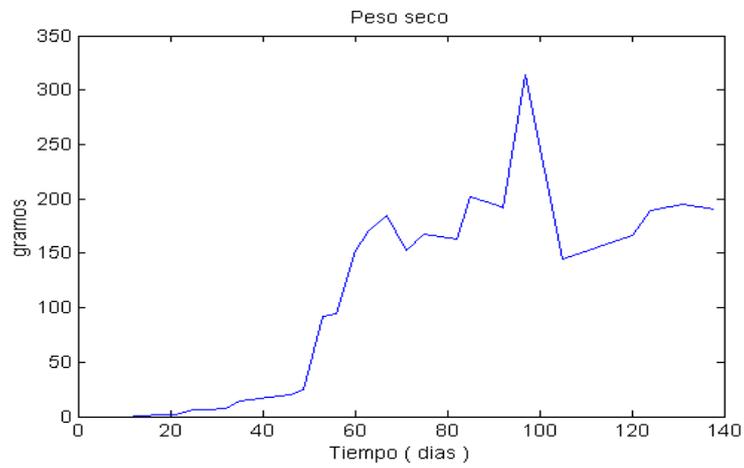


Figura 3.34: Peso seco total de la planta con respecto al tiempo

d) Análisis del número de hojas.

Con respecto al número de hojas se obtuvo la siguiente tabla:

Día fenológico	Mes	No. de hojas
12	Junio	4.75
14	Junio	5.25
18	Junio	6.5
21	Junio	7
25	Junio	7.75
28	Junio	7
32	Julio	7.5
35	Julio	7.5
46	Julio	10.25
49	Julio	10.25
53	Julio	11.75
56	Julio	12.25
60	Julio	11.75
63	Agosto	13
67	Agosto	12
71	Agosto	14.25
75	Agosto	13
82	Agosto	12
85	Agosto	12
90	Agosto	11.5
92	Agosto	11.25
97	Septiembre	14.75
105	Septiembre	13.25
120	Septiembre	13
124	Octubre	13.25
131	Octubre	13.25
138	Octubre	13.5

y su gráfica es la siguiente:

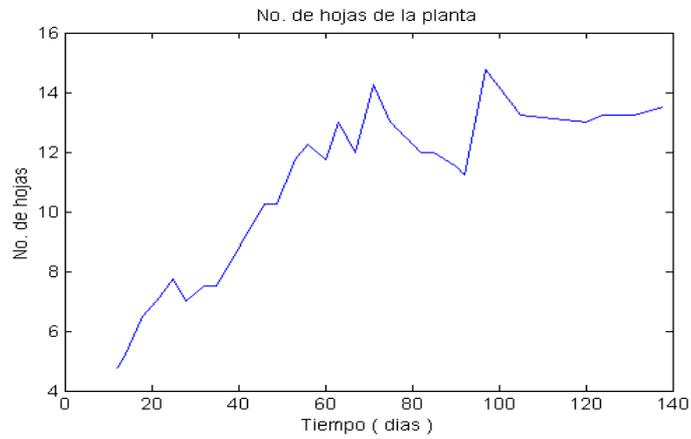


Figura 3.35: Número de hojas de la planta con respecto al tiempo

d) Análisis de área de hoja.

Con respecto al área de hoja se obtuvo la siguiente tabla:

Dia fenológico	Mes	Area de hoja (cm²)
12	Junio	79.205
14	Junio	83.72
18	Junio	277.404
21	Junio	285.899
25	Junio	913.352
28	Junio	982.032
32	Julio	871.942
35	Julio	2013.783
46	Julio	3371.372
49	Julio	3157.411
53	Julio	4469.48
56	Julio	4970.948
60	Julio	4887.373
63	Agosto	5082.913
67	Agosto	4622.493
71	Agosto	4925.94
75	Agosto	4912.693
82	Agosto	4277.96
85	Agosto	4424.713
90	Agosto	4554.9
92	Agosto	4748.96
97	Septiembre	5719.16
105	Septiembre	5260.847
120	Septiembre	5157.433
124	Octubre	5562.993
131	Octubre	5937.933
138	Octubre	5576.18

y su gráfica es la siguiente:

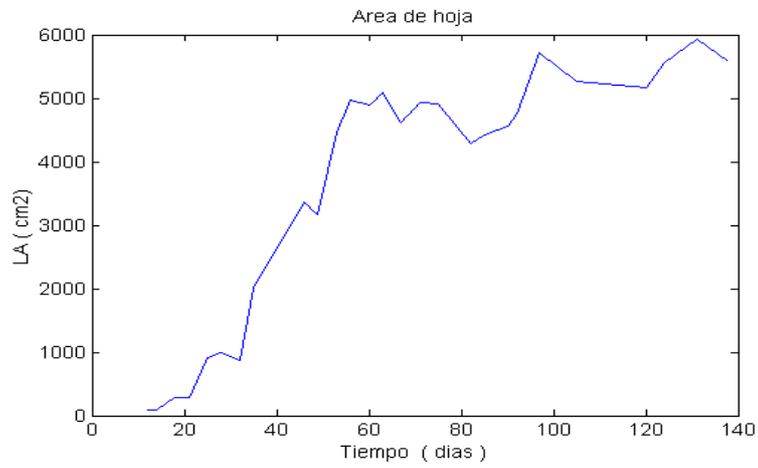


Figura 3.36: Area de hoja con respecto al tiempo

e) Análisis del peso fresco de la hoja.

Con respecto al peso fresco de la hoja se obtuvo la siguiente tabla:

Dia fenológico	Mes	Peso fresco de hoja (g)
12	Junio	2.6504
14	Junio	3.7476
18	Junio	8.8213
21	Junio	13.367
25	Junio	38.727
28	Junio	42.319
32	Julio	37.408
35	Julio	52.001
46	Julio	96.386
49	Julio	103.969
53	Julio	172.560
56	Julio	183.849
60	Julio	202.741
63	Agosto	238.172
67	Agosto	221.954
71	Agosto	261.195
75	Agosto	243.379
82	Agosto	223.833
85	Agosto	228.923
90	Agosto	216.283
92	Agosto	220.246
97	Septiembre	284.407
105	Septiembre	249.258
120	Septiembre	244.225
124	Octubre	254.400
131	Octubre	266.746
138	Octubre	253.126

y su gráfica es la siguiente:

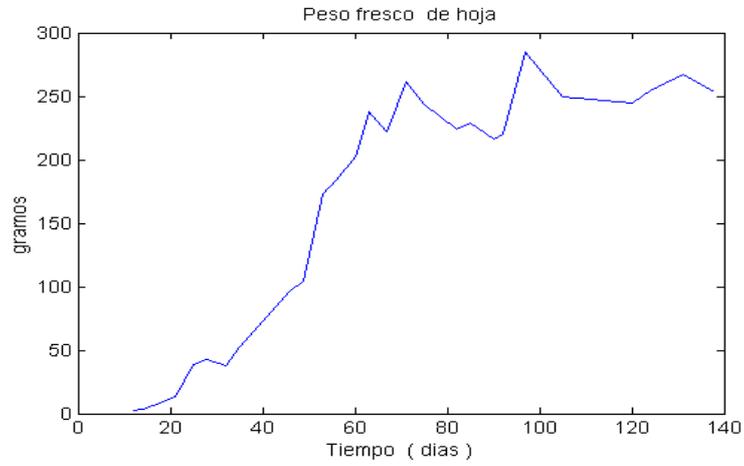


Figura 3.37: Peso fresco de la hoja con respecto al tiempo

f) Análisis del Índice de área de hoja.

Con respecto al índice de área hoja se obtuvo la siguiente tabla:

Dia fenológico	Mes	Indice de área de hoja
12	Junio	0.1980
14	Junio	0.2093
18	Junio	0.6935
21	Junio	0.7147
25	Junio	2.2833
28	Junio	2.4550
32	Julio	2.1798
35	Julio	5.0344
46	Julio	8.4284
49	Julio	7.8935
53	Julio	11.1737
56	Julio	12.4273
60	Julio	12.2184
63	Agosto	12.7072
67	Agosto	11.5562
71	Agosto	12.3148
75	Agosto	12.2817
82	Agosto	10.6949
85	Agosto	11.0617
90	Agosto	11.3872
92	Agosto	11.8724
97	Septiembre	14.2979
105	Septiembre	13.1521
120	Septiembre	12.8935
124	Octubre	13.9074
131	Octubre	14.8448
138	Octubre	13.9404

y su gráfica es la siguiente:

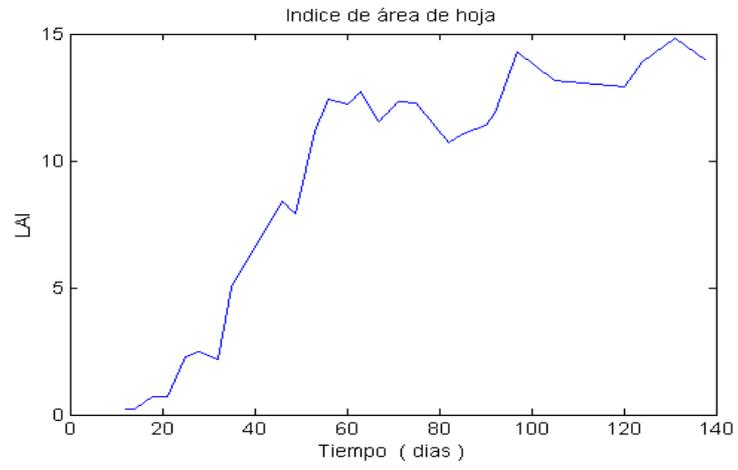


Figura 3.38: Indice de área de hoja con respecto al tiempo

Capítulo 4

Curvas de crecimiento del maíz

4.1. Interpolación de curvas de crecimiento

En el ciclo de vida del maíz se observan tres fases: Primera fase, conocida como *Fase de crecimiento exponencial*, en la cual inicia el crecimiento de las plantas. En esta fase mucho del espacio alrededor de ellas no ha sido aún ocupado y cada hoja nueva que es formada contribuye a intersectar más luz, ya que aún no existe un sombreado mutuo entre hojas, es decir, la contribución de luz de la hoja nueva es idéntica a las otras ya existentes.

En esta fase la razón de crecimiento relativa (r_m) es constante ($r_m = k$) por lo que:

$$r_m = \frac{dw}{dt} \quad (4.1)$$

$$\frac{\dot{w}}{w} = k \quad (4.2)$$

es decir

$$w = w_0 * e^{r_m t} \quad (4.3)$$

donde

w = materia seca (Kg / m²)

w_0 =materia seca inicial (Kg / m²)

r_m = razón de crecimiento relativo de materia seca

t = tiempo (d).

En la segunda fase, conocida como *Fase de crecimiento lineal*, las hojas gradualmente empiezan a hacerse sombra entre ellas, y con un índice de área de hoja (LAI) por arriba de 3 m²(hoja) / m² (terreno). La nueva área de hoja difícilmente resulta en cualquier incremento en la intercepción de la luz, la planta alcanza su crecimiento total, es decir, se obtiene el volumen total de materia seca.

En esta fase la razón de crecimiento absoluto es constante, por lo que:

$$\frac{dw}{dt} = c_m \quad (4.4)$$

es decir

$$w = c_m(t - t_b) \quad (4.5)$$

donde

w = materia seca (Kg / m²)

c_m = razón de crecimiento máximo (Kg / m²d)

t_b = momento inicial de la fase lineal (d)

t = tiempo (d)

Finalmente, en la tercera fase, tiene lugar en la maduración y senescencia de la planta. En esta fase la planta da sus flores y frutos, se le conoce como: *Fase de crecimiento de senescencia*, ver figura 4.1.

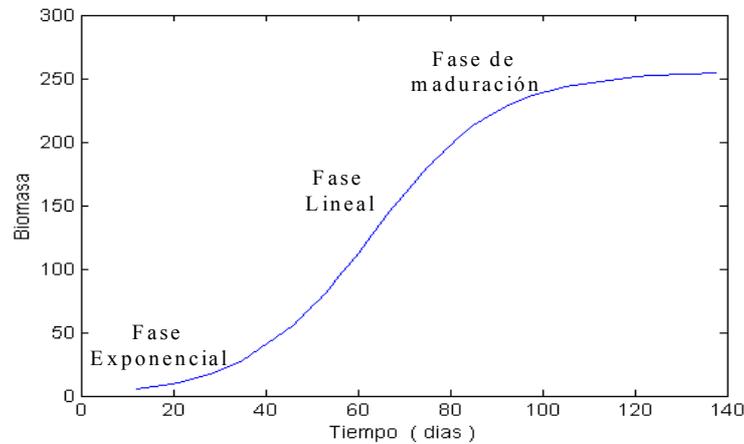


Figura 4.1: Fases de crecimiento en el ciclo de vida de un cultivo

Por lo tanto, la idea en este trabajo es la de analizar el proceso de crecimiento del cultivo, para deducir y encontrar las fases críticas del mismo, por medio de razones de crecimiento y por curvas paramétricas que describan este proceso. Para ello, se van a interpolar curvas de crecimiento conocidas que permitan inferir la información deseada.

Tres funciones más utilizadas para describir el proceso de crecimiento de un cultivo, son: la función logística, la función Gompertz y la función Exponencial, las cuales se describen en el apéndice de este capítulo. La interpolación de curvas fué realizado, considerando cada una de las partes de la planta en forma individual y se trabajó específicamente con el tallo, el peso seco y el índice de área de hoja (LAI).

4.1.1. Curva de crecimiento del tallo

En el caso del crecimiento del tallo, la curva logística fué la que mejor se ajustó.

La interpolación se realizó de la siguiente manera:

1. Graficar la respuesta del crecimiento del tallo con respecto al tiempo, es decir, w contra t , así también graficar la función logística contra t .

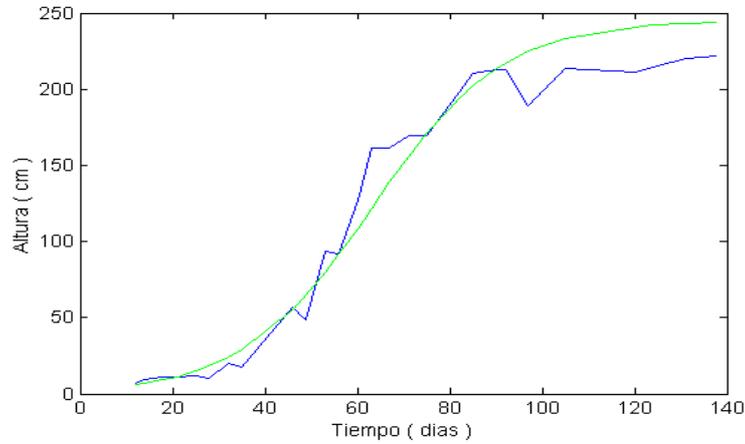


Figura 4.2: Función logística y curva de crecimiento del tallo.

2. Obtener el valor de \bar{w} de la gráfica de la ec.(4.33) contra t , aproximado a la siguiente ecuación, para la obtención de la línea recta.

$$\ln \frac{w}{\bar{w} - w} = k\bar{w}(t - \bar{t}) \quad (4.6)$$

3. Los valores de k y \bar{t} se obtienen a partir de la línea recta y son los siguientes:

$$k = 0,00029179$$

$$\bar{t} = 63,198$$

el valor de \bar{w} se obtiene de la figura 4.2:

$$\bar{w} = 245$$

donde \bar{w} representa el máximo crecimiento del tallo y k indica la razón de crecimiento relativa.

La figura 4.3 muestra la curva de crecimiento del tallo linealizada (azul) y la función de linealización (verde).

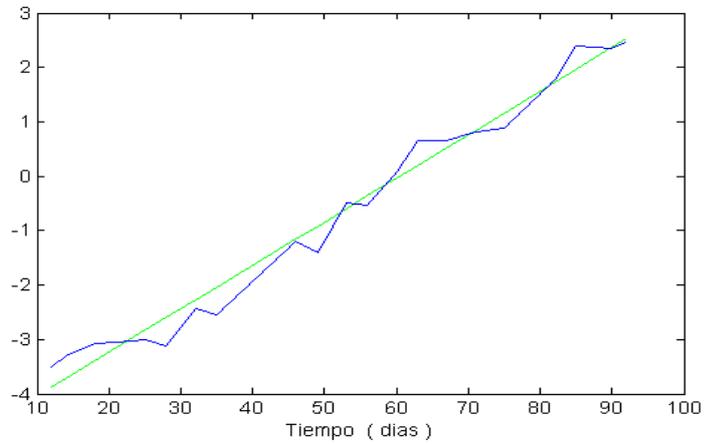


Figura 4.3: Función de linealización y función de crecimiento de tallo linealizada

4.1.2. Curva de crecimiento de peso seco

En el caso del crecimiento del peso seco se la curva de Gompertz fué la que mejor se ajustó.

La interpolación se realizó de la siguiente manera:

1. Graficar la respuesta del crecimiento del peso seco con respecto al tiempo, es decir w contra t , así también graficar la función de Gompertz (4.38) contra t .

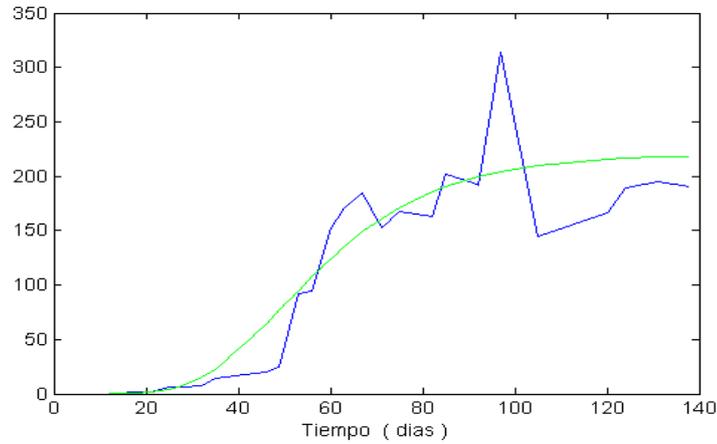


Figura 4.4: Función de Gompertz y crecimiento de peso seco

2. Obtener el valor de \bar{w} de la gráfica de la ec.(4.38) contra t , aproximado a la siguiente ecuación, para la obtención de la línea recta.

$$\ln\left(\ln \frac{\bar{w}}{w}\right) = -k(t - \bar{t}) \quad (4.7)$$

3. Los valores de k y \bar{t} se obtienen a partir de la línea recta y son los siguientes:

$$k = 0,05534$$

$$\bar{t} = 49,8728$$

el valor de \bar{w} se obtiene de la figura 4.4 :

$$\bar{w} = 220$$

donde \bar{w} representa el máximo crecimiento del peso seco y k indica la razón de crecimiento relativa.

La figura 4.5 muestra la curva de crecimiento del peso seco linealizada (azul) y la función de linealización (verde).

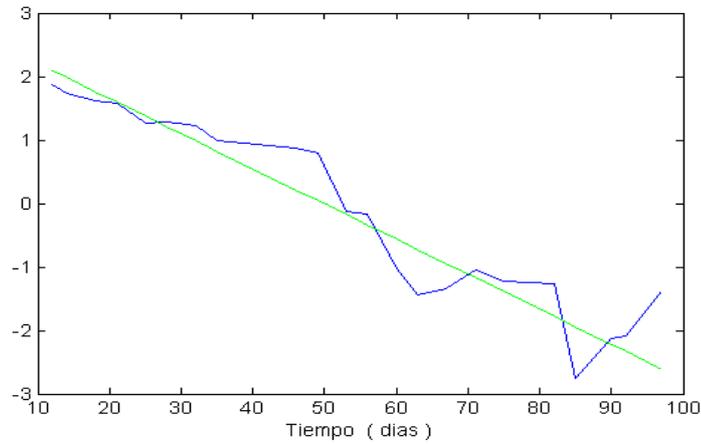


Figura 4.5: Función de linealización y función de crecimiento del peso seco

4.1.3. Curva de índice de área de hoja (LAI)

En el caso de la curva del LAI, no fué posible interpolar una curva conocida a la respuesta del índice de área de hoja contra el tiempo, por lo que fué necesario expresar su evolución como la concatenación de los casos particulares de materia seca contra tiempo y área de hoja contra materia seca (ver figura 4.6).

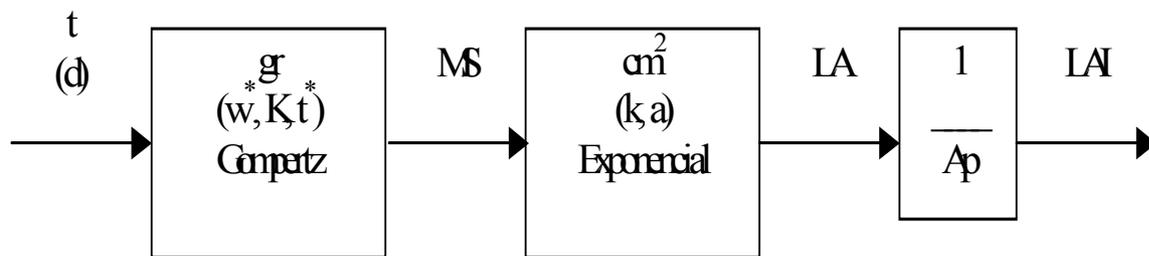


Figura 4.6: Obtención del LAI con respecto al tiempo

De esta manera se está obteniendo la evolución del índice de área de hoja (LAI) con respecto al tiempo como la respuesta de dos sistemas conectados en cascada. El primer sistema da como respuesta la materia seca (MS) con respecto al tiempo (t) y el segundo

sistema el área de hoja (LA) con respecto a la materia seca . Para luego dividirse entre un factor de área de la superficie de terreno (A_p) y obteniéndose finalmente el índice de área de hoja (LAI).

Primeramente se interpoló una curva de Gompertz (Roderick Hunt [10], 1982) a la curva del peso seco contra el tiempo, como se muestra a continuación en la siguiente ilustración:

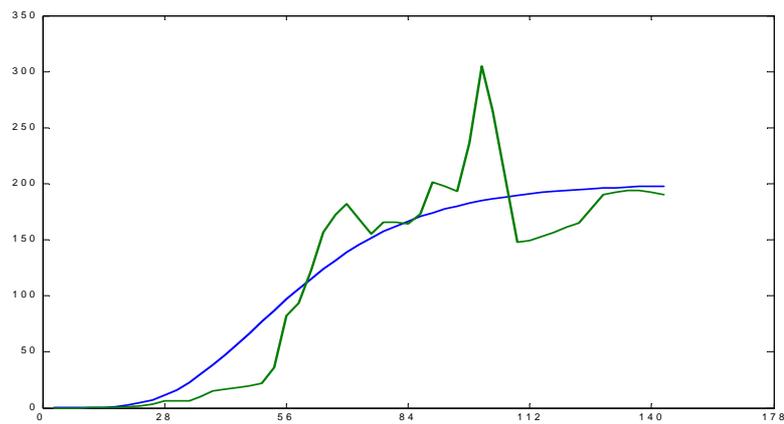


Figura 4.7: Función de Gompertz y crecimiento del peso seco

De la misma manera, se encontró la curva que interpolara a la evolución del área de hoja contra la materia seca. Esto se obtuvo con una curva exponencial; el resultado se muestra en la siguiente ilustración:

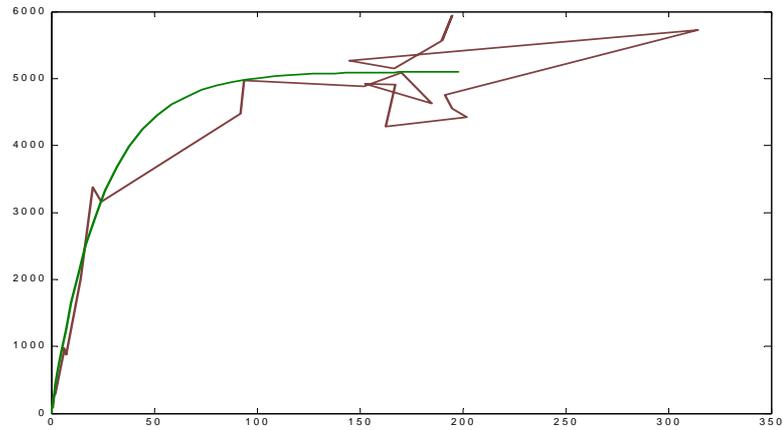


Figura 4.8: Interpolación de la evolución del área de hoja contra el peso seco

Interpolación de curvas

Primeramente, se obtienen las ecuaciones que dan la razón de cambio de la materia seca, w , con respecto al tiempo, t . La ecuación de Gompertz es:

$$w = w * \exp(-\exp(-K(t - t^*))) \quad (4.8)$$

donde las condiciones iniciales son las siguientes:

$$\mu_0 = e^{Kt^*} \quad (4.9)$$

$$w_0 = w^* e^{-\mu_0} \quad (4.10)$$

Donde:

$$w^* = 200; \quad K = 0,07; \quad t^* = 47;$$

Los valores de w^* , K y t^* son obtenidos de forma empírica, como se explica a continuación:

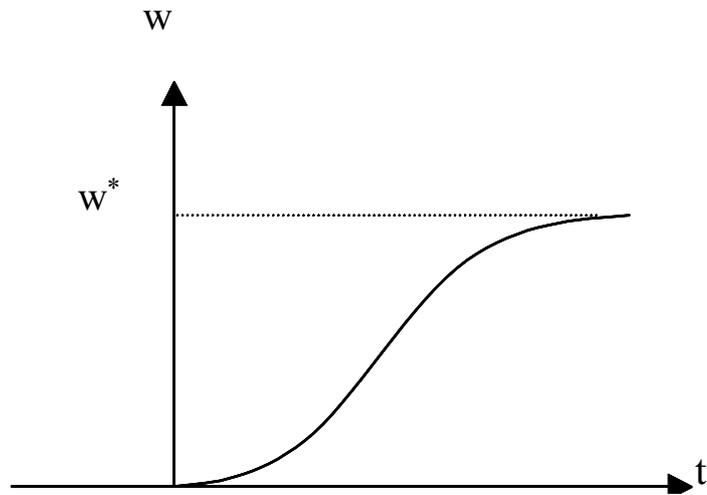


Figura 4.9: Gráfica de w vs t .

1. De la gráfica anterior de w contra t , obtenemos el valor de w^* , el cual es el valor en estado permanente.
2. Los valores de K y t^* son determinados a partir de la linealización de w , i.e.

$$\ln\left(\ln\left(\frac{w^*}{w}\right)\right) = -K(t - t^*) \quad (4.11)$$

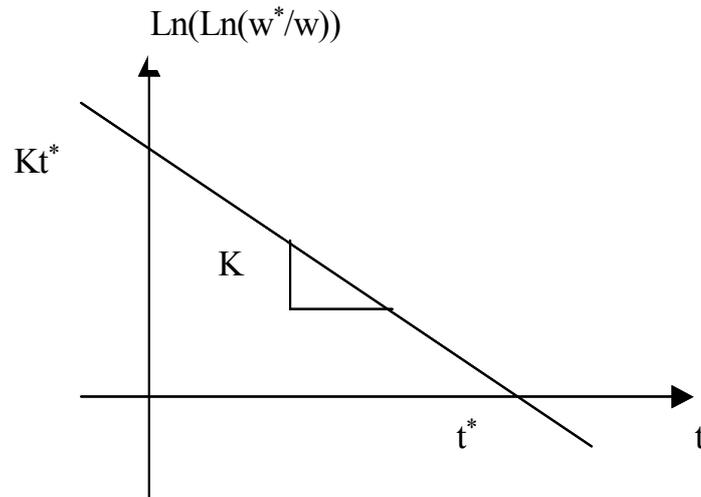


Figura 4.10: Linealización de w

Donde la pendiente de la recta es $-K$ y cruza el eje de las abscisas en t^* .

Para obtener la ecuación que da la razón de cambio del área de hoja, y , con respecto a la materia seca, w , se realizó lo siguiente:

La ecuación exponencial es:

$$y = k(1 - e^{-aw}) \quad (4.12)$$

Donde:

$k = 5100$; $a = 0,04$; valores que fueron obtenidos por ajuste de la curva.

Los valores de k y de a son obtenidos en forma empírica, como se explica a continuación:

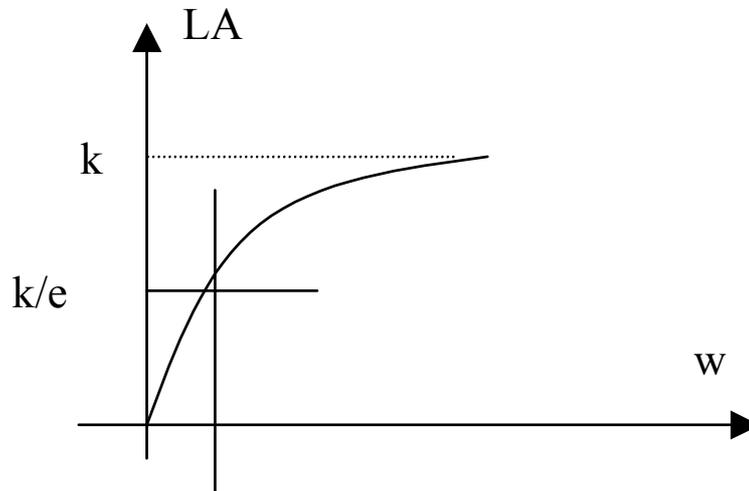


Figura 4.11: Valores de k y a obtenidos gráficamente

1. De la gráfica de LA contra W se obtiene el valor de k , el cual es el valor en estado permanente.
2. El valor de a se obtiene por interpolación.

A fin de contar con una ecuación diferencial que describa el comportamiento temporal de y , se deriva esta ecuación con respecto a w , i.e.

$$\frac{dy}{dw} = k a e^{-aw} \quad (4.13)$$

$$\frac{dy}{dw} = ka \left(1 - \frac{y}{k}\right) = a(k - y) \quad (4.14)$$

Despejando dw nos queda:

$$dy = a(k - y)dw \quad (4.15)$$

Lo cual implica:

$$\hat{y} = a(k - y)\dot{w} \quad (4.16)$$

La condición inicial es:

$$y_0 = k(1 - \exp(-a(w^* \exp(-\exp(k * 47)))))) \quad (4.17)$$

4.2. Análisis de las curvas de crecimiento

Con el seguimiento del crecimiento de tallo y de índice de área de hoja que se realizó en el capítulo 3, se pudieron determinar los siguientes estados fenológicos de la planta (ver Sección 3.1.4).

Día fenológico	Estado	Proceso
$t_1^*=33$	2. Crecimiento rápido de tallo	área de hoja
$t_2^*=47$	3. Inicio de desarrollo de espiga	área de hoja
$t_3^*=61$	4. Emergencia de espiga	tallo

Tabla 1

A continuación se muestra que estos puntos también pueden identificarse analizando la evolución de la primera y segunda derivada del proceso de crecimiento del tallo y de área de hoja.

4.2.1. Crecimiento del tallo

A partir de la gráfica de crecimiento del tallo (ver fig. 4.2) y de la gráfica de la función de linealización, en este caso la función logística (ver fig. 4.3) se obtiene el valor de $t_3^* = 61$, el cual es un punto o periodo en que la espiga emerge y hay que tener ciertos cuidados con el cultivo (ver Sección 2.4) y es precisamente este punto donde la gráfica de la función linealizada del tallo tiene un cruce por cero (ver fig.3.41). Al obtener la primera derivada de la función de crecimiento del tallo con respecto al tiempo se puede apreciar que ese punto corresponde a un máximo en la derivada (ver fig.4.12). Dado que

$$\frac{dw}{dt} = \frac{17,5147 * e^{-0,07148855(t-63,1986)}}{(1 + e^{-0,07148855(t-63,1986)})^2} \quad (4.18)$$

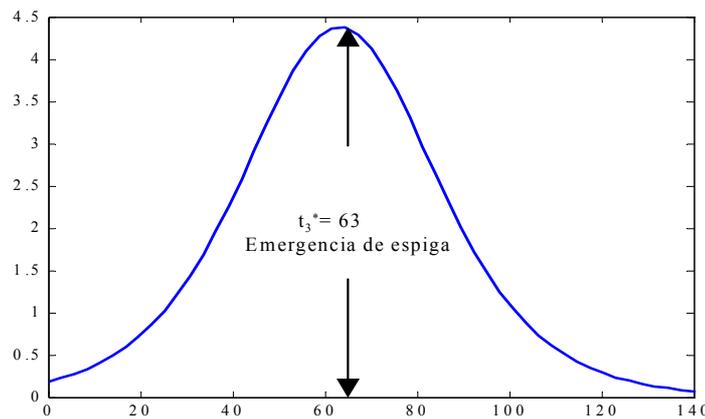


Figura 4.12: Razón de crecimiento del tallo.

Al obtener la segunda derivada se observa que el máximo obtenido en la primera derivada, corresponde a un cruce por cero en la segunda derivada; siendo el mismo $t_3^* = 61$ encontrado anteriormente.

La segunda derivada del tallo está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2w}{dt^2} = \frac{f_1(t) * f_2(t) - f_3(t) * f_4(t)}{f_5(t)} \quad (4.19)$$

donde

$$f_1(t) = (1 + e^{-0,07148855(t-63,1986)})^2 \quad (4.20)$$

$$f_2(t) = (-0,07148855e^{-0,07148855(t-63,1986)}) \quad (4.21)$$

$$f_3(t) = (e^{-0,07148855(t-63,1986)}) \quad (4.22)$$

$$f_4(t) = -2 * (1 + e^{-0,07148855(t-63,1986)}) * 0,07148855(e^{-0,07148855(t-63,1986)}) \quad (4.23)$$

$$f_5(t) = (1 + e^{-0,07148855(t-63,1986)})^4 \quad (4.24)$$

que está representada por la siguiente gráfica:

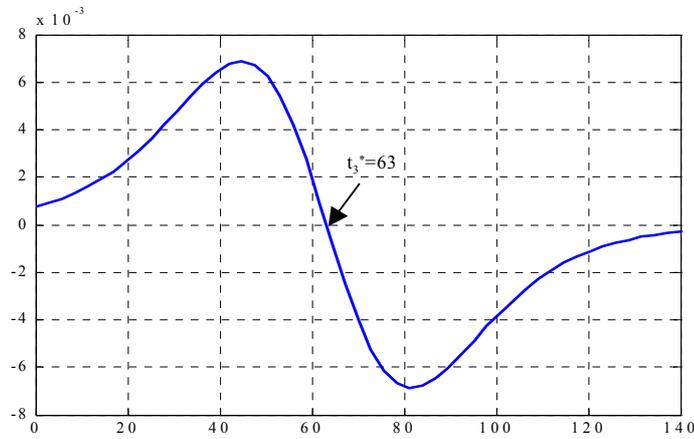


Figura 4.13 : 2a. derivada de la curva de crecimiento del tallo

4.2.2. Crecimiento de área de hoja

Repitiendo el mismo procedimiento realizado en el tallo , se derivó la función de área de hoja, y se identificaron dos puntos importantes dentro del crecimiento del cultivo. El punto máximo de la primera derivada, $t_1^* = 33$ corresponde al periodo donde la planta presenta un rápido crecimiento del tallo. El segundo punto, $t_2^* = 47$, corresponde al 10% de la primera derivada posterior a su punto máximo; en este tiempo se inicia el desarrollo de la espiga (ver Sección 2.4).

La primera derivada está dada por:

$$\frac{dy}{dt} = 14,28 * f_1(t) * f_2(t) * f_3(t) \quad (4.25)$$

donde:

$$f_1(t) = e^{-8 * e^{-e^{-0,07(t-47)}}} \quad (4.26)$$

$$f_2(t) = e^{-e^{-0,07(t-47)}} \quad (4.27)$$

$$f_3(t) = e^{-0,07(t-47)} \quad (4.28)$$

y su gráfica es la siguiente:

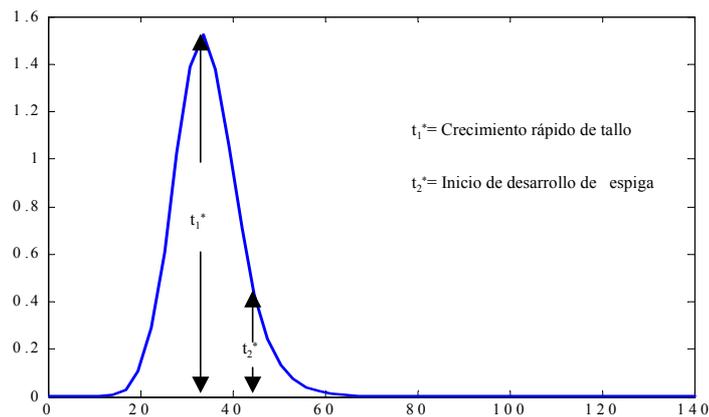


Figura 4.14: Razón de crecimiento del área de hoja

La segunda derivada del área de hoja está dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = f_4(t) + f_5(t) + f_6(t) \quad (4.29)$$

donde:

$$f_4(t) = -199,92 * e^{-8 * e^{-e^{-0,07(t-47)}}} * e^{-e^{-0,07(t-47)}} * e^{-0,07(t-47)} \quad (4.30)$$

$$f_5(t) = 199,92 * e^{-8 * e^{-e^{-0,07(t-47)}}} * e^{-e^{-0,07(t-47)}} * e^{-0,07(t-47)} * e^{-0,07(t-47)} \quad (4.31)$$

$$f_6(t) = -1599,36(e^{-8 * e^{-e^{-0,07(t-47)}}} * e^{-e^{-0,07(t-47)}} * e^{-e^{-0,07(t-47)}} * e^{-0,07(t-47)} * e^{-0,07(t-47)}) \quad (4.32)$$

y está representada por la siguiente gráfica:

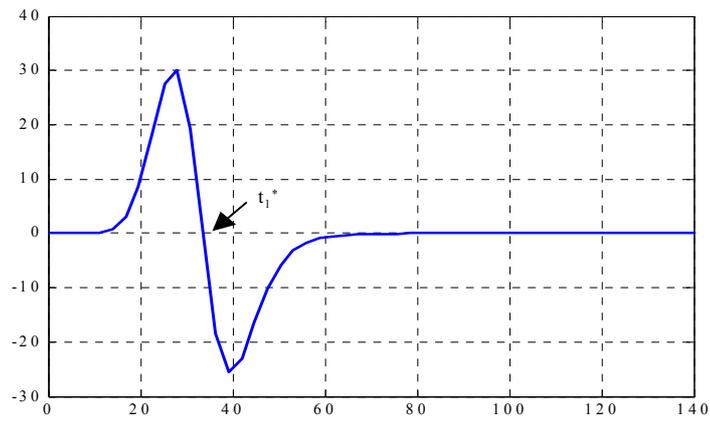


Figura 4.15: 2a. derivada de área de hoja

4.3. Apéndice

4.3.1. Función Logística

Esta función fué introducida por Robertson en 1923 [11]. Esta tiene una forma sigmoide, así también una aproximación de crecimiento exponencial en el primer estado, seguida por un crecimiento lineal y finalmente por un lento y bajo crecimiento hasta llegar al envejecimiento del cultivo. La ecuación de la función logística es derivada de las siguientes hipótesis:

- La cantidad de maquinaria de crecimiento es proporcional a la materia seca w .
- Esta cantidad de maquinaria de crecimiento trabaja a razón proporcional a la cantidad de sustrato S .
- El crecimiento es irreversible.

Esta función está descrita por la siguiente ecuación:

$$w(t) = \bar{w} \left[\frac{e^{k\bar{w}(t-\bar{t})}}{1 + e^{k\bar{w}(t-\bar{t})}} \right] \quad (4.33)$$

siendo solución de la ecuación diferencial siguiente:

$$\frac{dw}{dt} = k(\bar{w} - w) \quad (4.34)$$

La ecuación anterior representa una función logística, donde w representa el tallo de la planta, \bar{w} es el máximo valor alcanzado por w , k es una constante de proporcionalidad de la razón de crecimiento relativo (r_m), que está descrita por:

$$r_m = \frac{\dot{w}}{w} \quad (4.35)$$

y es proporcional al incremento de w , es decir:

$$\frac{\dot{w}}{w(t)} = k(\bar{w} - w(t)) \quad (4.36)$$

y k está dada por:

$$k = -\frac{dr_m}{dw} \quad (4.37)$$

La parte exponencial de la curva de crecimiento bajo el punto de inflección, representa un crecimiento acelerado, la parte lineal alrededor del punto de inflección representa un crecimiento estacionario y la parte logarítmica arriba del punto de inflección representa la desaceleración de crecimiento.

4.3.2. Ecuación de Gompertz.

Primeramente, se obtienen las ecuaciones que nos dan la razón de cambio de la materia seca, w , con respecto al tiempo, t . La ecuación de Gompertz es:

$$w = w * \exp(-\exp(-K(t - t^*))) \quad (4.38)$$

siendo solución de las ecuaciones diferenciales siguientes:

$$\frac{dw}{dt} = K\mu w \quad (4.39)$$

$$\frac{d\mu}{dt} = -K\mu \quad (4.40)$$

4.3.3. Ecuación Exponencial

Se obtiene la ecuación que nos da la razón de cambio del área de hoja, y , con respecto a la materia seca, w .

La ecuación exponencial es:

$$y = k(1 - e^{-aw}) \quad (4.41)$$

A fin de contar con una ecuación diferencial que describa el comportamiento temporal de y , derivamos esta ecuación con respecto a w , i.e.

$$\frac{dy}{dw} = kae^{-aw} \quad (4.42)$$

$$\frac{dy}{dw} = ka\left(1 - \frac{y}{k}\right) = a(k - y) \quad (4.43)$$

Despejando dw nos queda:

$$dy = a(k - y)dw \quad (4.44)$$

Lo cual implica:

$$\hat{y} = a(k - y)\dot{w} \quad (4.45)$$

La condición inicial es:

$$y_0 = k(1 - \exp(-a(w^* \exp(-\exp(k * 47)))))) \quad (4.46)$$

Capítulo 5

Inferencia de los periodos críticos

Como ya se explicó en la Sección 2.4, es importante identificar los periodos críticos, dado que son una parte del periodo vegetativo donde el cultivo es más sensible a los elementos atmosféricos. En el caso de algunos estados de desarrollo no se pueden observar a simple vista, por ejemplo, crecimiento rápido de tallo, el inicio de la inflorescencia, el inicio de desarrollo de la espiga. Por lo que fué necesario destruir algunas plantas, para determinar el inicio del estado de desarrollo.

En la Sección 4.2 se muestra que mediante el seguimiento de elongación de tallo y área de hoja es posible determinar estos estados críticos, mediante el análisis de sus primeras y segundas derivadas temporales. Este análisis se hizo derivando curvas de crecimiento conocidas, que mejor se ajustaron al desarrollo del crecimiento de la planta.

En una primera instancia se intentó determinar estos periodos críticos mediante técnicas de identificación paramétrica. Esto es, se aplicó el método de programación no lineal de Newton [12], a un regresor lineal que caracteriza la linealización de la curva logística que mejor se ajusta al crecimiento del tallo. La idea era encontrar esta curva en el transcurso del proceso de crecimiento para poder así estimar con anticipación la ocurrencia de los periodos críticos de interés. Desafortunadamente con esta técnica solamente fué posible caracterizar la curva logística hasta el final del crecimiento del tallo; por lo que no nos fué de utilidad

esta metodología. En el apéndice B se muestra el desarrollo realizado para la aplicación de esta técnica.

En una segunda instancia se aplicarán técnicas de filtraje clásico de señales con las cuales se obtuvieron mejores resultados.

En este capítulo se muestra una metodología basada en el filtraje del muestreo periódico del cultivo.

5.1. Filtrado de las mediciones de campo

A partir de los datos obtenidos en las mediciones de campo se obtuvieron las tablas de crecimiento del cultivo que se muestran en la Sección 3.1.5. Después de obtener las curvas de crecimiento, se realizó una interpolación lineal a la curva de tallo y de área de hoja. Para poder derivar el muestreo periódico de la planta se sigue el siguiente procedimiento:

1. Primero se grafican los datos obtenidos en el experimento de campo (ver fig. 5.1).

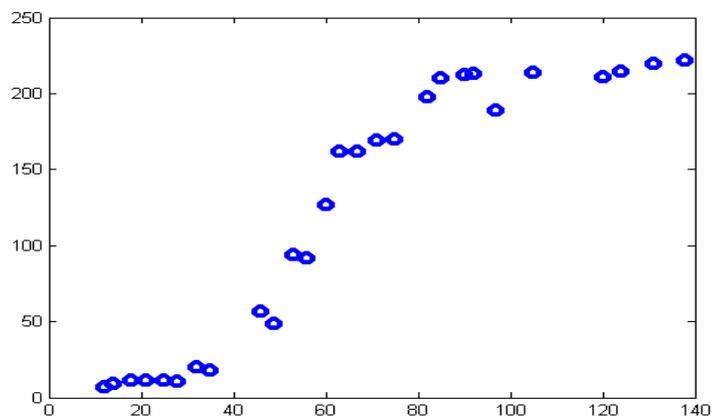


Figura 5.1: Datos de elongación de tallo del experimento de campo

2. Enseguida se efectúa una interpolación lineal a los datos obtenidos en el muestreo periódico (ver fig. 5.2). Esto se hace con el fin de obtener un muestreo continuo del proceso de crecimiento analizado.

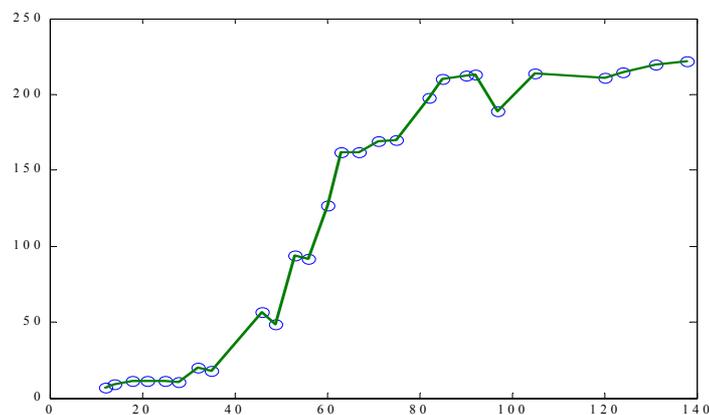


Figura 5.2 Interpolación lineal a la curva de crecimiento del tallo

3. Posteriormente se realiza un filtrado de la interpolación lineal, para poder derivar con respecto al tiempo el proceso de crecimiento analizado (ver fig.5.3).

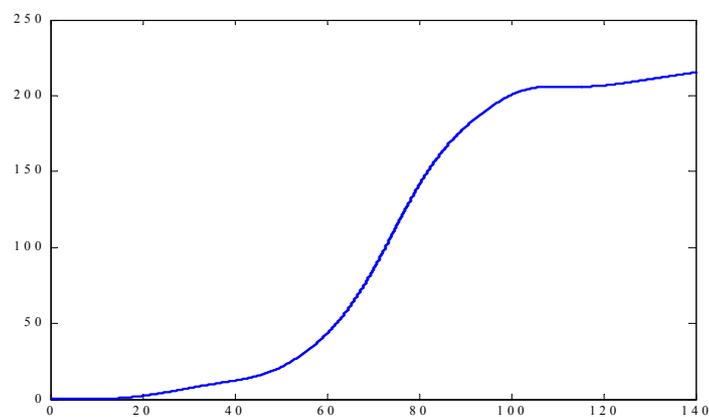


Figura 5.3 Función del tallo filtrada

4. Finalmente se procede a realizar las primera y segunda derivada de la función filtrada (ver fig. 5.4 y 5.5).

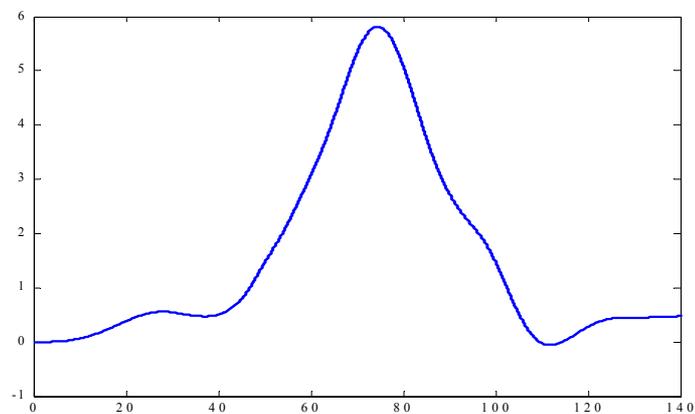


Figura 5.4 Primera derivada de la función del tallo filtrada

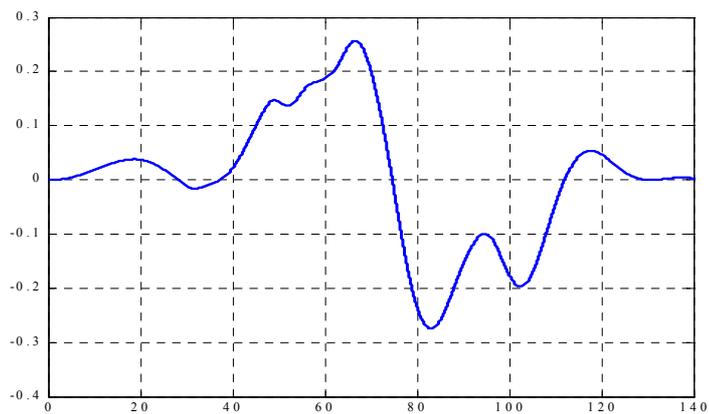


Figura 5.5 Segunda derivada de la función del tallo filtrada

5.2. Filtrado de la curva de crecimiento del tallo

Para filtrar los datos interpolados linealmente se consideraron los tres tipos de filtros pasabajos más usuales: Butterworth, Chebychev y Bessel [13].

La función de transferencia general de estos filtros pasabajos de orden n es:

$$G(s) = \frac{H}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0} \quad (5.1)$$

Los valores de los coeficientes a_i son escogidos de acuerdo al tipo de filtro seleccionado [14] (ver siguiente tabla)

Nombre	Orden	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Butterworth	2	1.00000	1.41421				
	3	1.00000	2.00000	2.00000			
	4	1.00000	2.61313	3.41421	2.61313		
	5	1.00000	3.23607	5.23607	5.23607	3.23607	
	6	1.00000	3.86370	7.46410	9.14162	7.46410	3.86370
Chebychev	2	1.51620	1.42562				
	3	0.71569	1.53489	1.25291			
	4	0.37905	1.02545	1.71687	1.19739		
	5	0.17892	0.75252	1.30957	1.93737	1.17249	
	6	0.09476	0.43237	1.17186	1.58976	2.17184	1.15918
Bessel	2	3	3				
	3	15	15	6			
	4	105	105	45	10		
	5	945	945	420	105	15	
	6	10395	10395	4725	1260	210	21

Para filtrar la función del tallo aproximada, se procedió de la siguiente manera:

Dado que el muestreo se realizó con un período promedio de 4 días, la frecuencia de corte seleccionada fué alrededor de una década abajo, esto es:

$$\omega_0 = k \frac{2\pi}{T} \quad (5.2)$$

donde

T = Período de muestreo igual a 4 días.

$k = 0.1$

La ganancia k se ajusta para cada tipo de filtro, para obtener la mejor respuesta.

En el apéndice A se muestra el diagrama de simulación Simulink-Matlab.

5.2.1. Filtro Butterworth

En la figura 5.6 se muestra el análisis gráfico del tallo, el comportamiento del crecimiento de tallo con los datos obtenidos del experimento, la función teórica de interpolación, que en este caso fué la logística, y la señal filtrada considerando un filtro Butterworth.

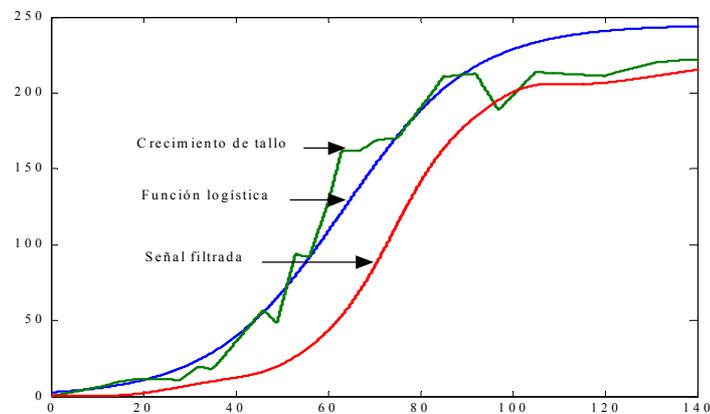


Figura 5.6: Análisis de crecimiento del tallo

Realizando una aproximación de la primera y segunda derivada propuesta en [15] de la función del tallo, se obtuvo lo siguiente:

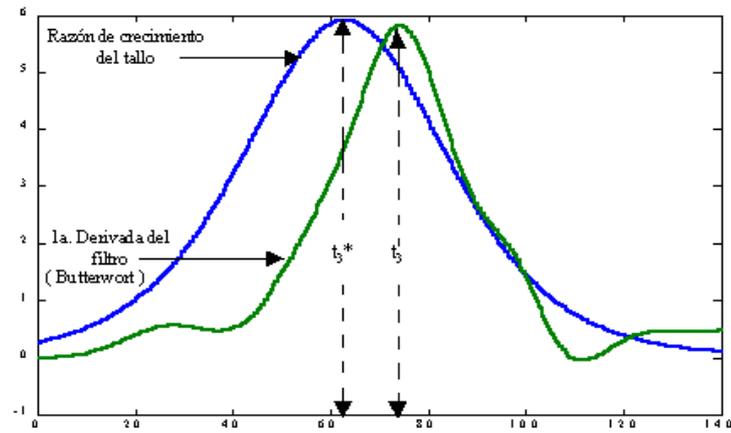


Figura 5.7 Aproximaciones de la primera derivada del tallo

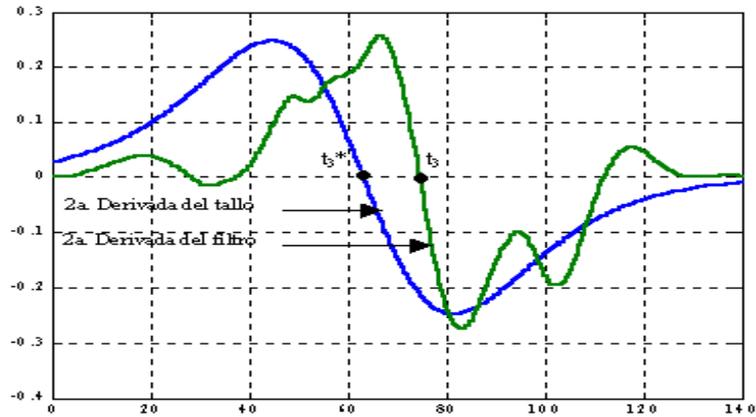


Figura 5.8 Aproximaciones de la segunda derivada

De la figura 5.8 se obtiene el estimado $t_3 = 63$ que es el 84% del valor real $t_3^* = 74$.

5.2.2. Filtro Bessel

En la figura 5.9 se muestra el análisis gráfico del tallo, el comportamiento del crecimiento de tallo con los datos obtenidos del experimento, la función de interpolacion que en este caso fue la logística, y la señal filtrada considerando un filtro Bessel.

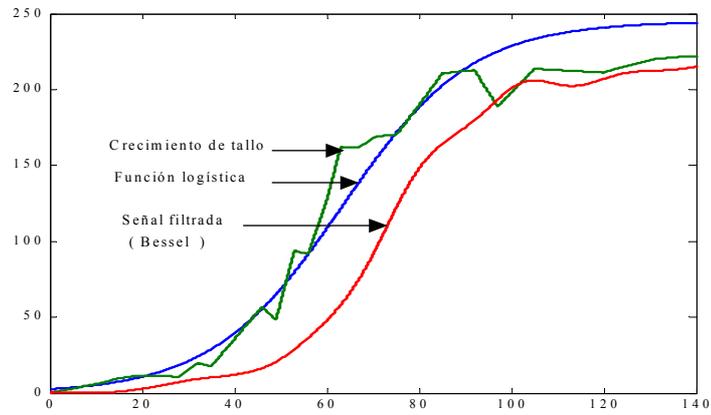


Figura 5.9 Análisis de crecimiento del tallo

Considerando las aproximaciones de la primera y segunda derivada de la función del tallo, se obtuvo lo siguiente:

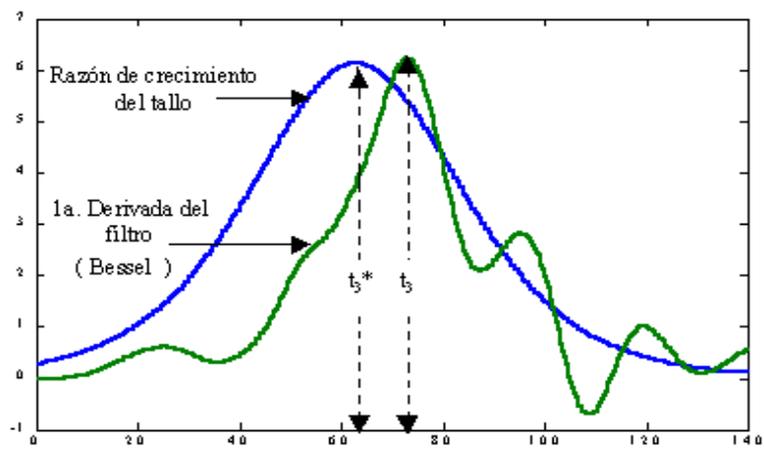


Figura 5.10 Aproximaciones de la primera derivada del tallo

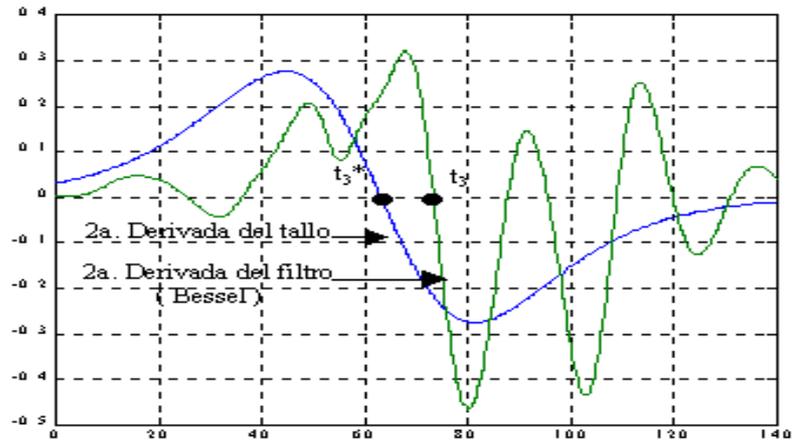


Figura 5.11 Aproximaciones de la segunda derivada

De la figura 5.11 se obtiene el estimado $t_3 = 63$ que es el 87% del valor real $t_3^* = 72$.

5.2.3. Filtro Chebychev

A continuación se muestra el análisis gráfico del tallo, el comportamiento del crecimiento de tallo con los datos obtenidos del experimento, la función de interpolación que en este caso fué la logística, y la señal filtrada considerando un filtro Chebychev.

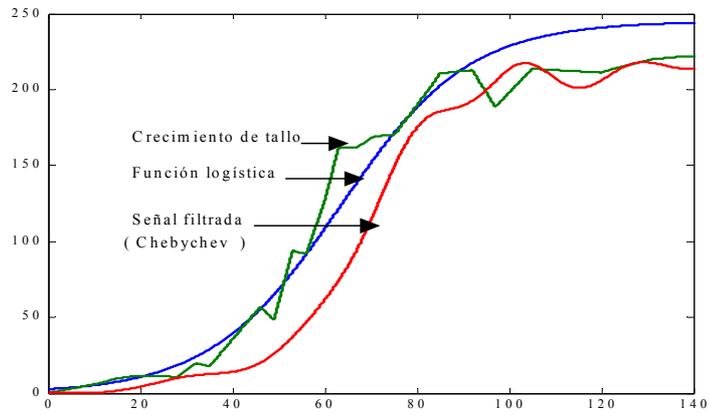


Figura 5.12 Análisis del crecimiento del tallo

Considerando las aproximaciones de la primera y segunda derivada de la función del tallo, se obtuvo lo siguiente:

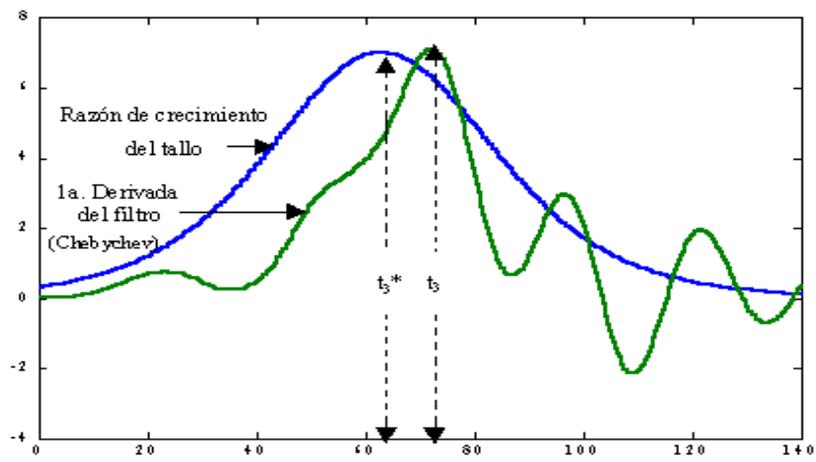


Figura 5.13 Aproximaciones de la primera derivada

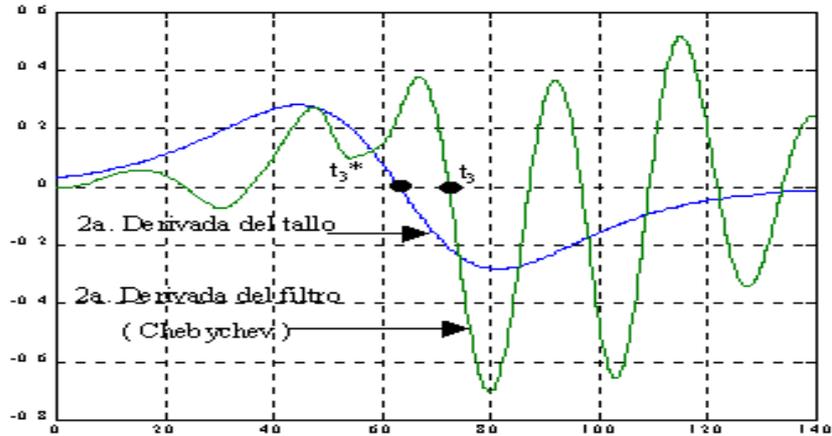


Figura 5.14 Aproximaciones de la segunda derivada

De la figura 5.14 se obtiene el estimado $t_3 = 63$ que es el 87% del valor real $t_3^* = 72$.

Nótese que en la sección 4.2, se determinaron los períodos críticos a partir de los puntos máximos de la primera derivada y los cruces por cero de la segunda derivada, es decir, t_1^* , t_2^* y t_3^* . Con este procedimiento de filtraje se están obteniendo estos mismos puntos pero presentan un retardo debido al período de muestreo, t_1 , t_2 y t_3 .

5.2.4. Selección de filtro

En este análisis se observa un retardo de señales, esto se debe al periodo de muestreo, pues se registraban muestras del experimento de campo cada cuatro días, por lo que se recomienda reducir este periodo a un muestreo diario. Con respecto a los filtros el que nos dió una mejor respuesta fué el filtro Butterworth de cuarto orden, pues con ese orden tenemos una mejor aproximación a las derivadas y un menor retardo. En el apéndice C se propone una metodología no destructiva para medir el área de hoja basada en el método de integración de Gauss.

5.3. Filtrado de la curva de área de hoja

Con respecto al área de hoja, se siguió el mismo procedimiento. Pero no se obtuvieron resultados tan satisfactorios como en el caso de crecimiento del tallo.

Esto se debió que en el caso de crecimiento del tallo se muestreó siempre el mismo conjunto de plantas. Mientras que en el caso de crecimiento de área de hoja se muestrearon las hojas de las plantas destructivas para las mediciones. Esto nos dió como consecuencia muestreos no homogéneos para nuestro análisis.

El filtro que tuvo un mejor comportamiento fué el filtro Butterwort, ya que con este filtro se presentó un menor retardo. El análisis de este parámetro no fué el adecuado, ya que el muestreo fué de diferentes plantas, razón por la cual esta curva no se acoplo a los otros filtros. A continuación se muestra el análisis gráfico de la curva de área de hoja.(ver figura 5.15).

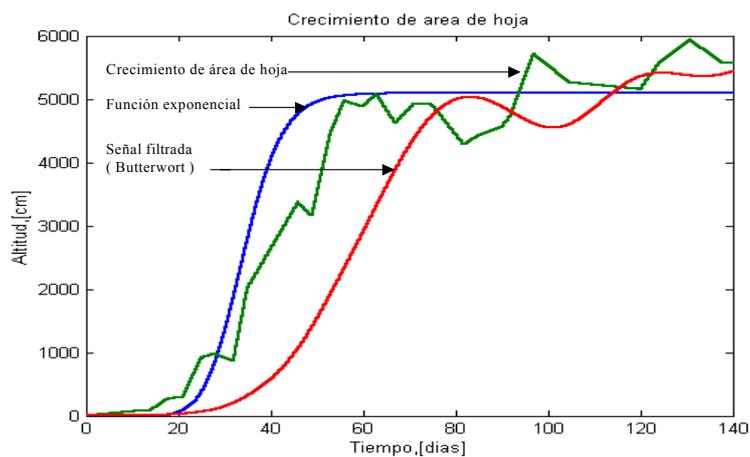


Figura 5.15 Análisis de crecimiento del área de hoja

considerando las aproximaciones de la primera y segunda derivada de la función de área de hoja, se obtuvo lo siguiente (ver fig. 5.16 y 5.17):

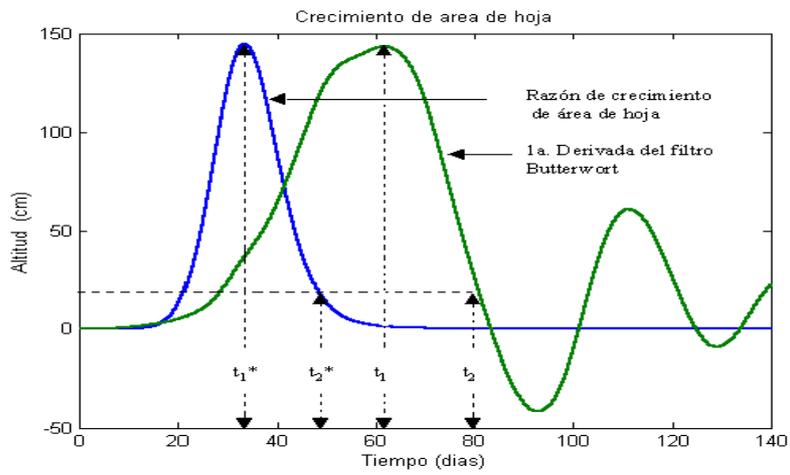


Figura 5.16 Aproximaciones de la primera derivada del área de hoja

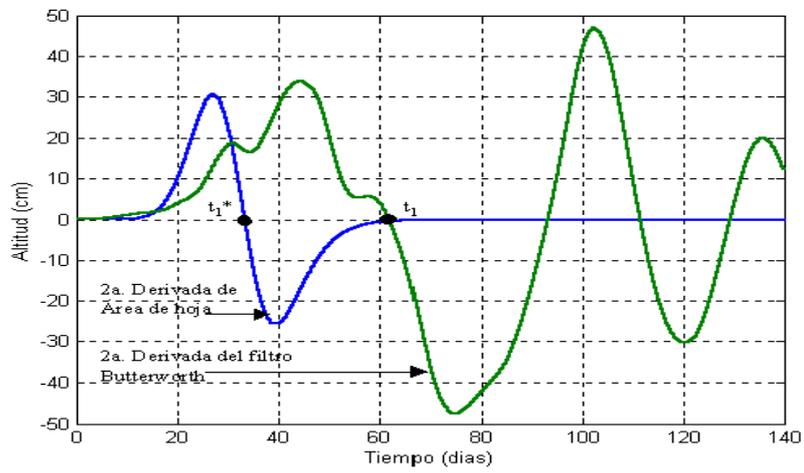


Figura 5.17 Aproximaciones de la segunda derivada del área de hoja

Capítulo 6

Conclusiones

Es importante identificar los periodos críticos, dado que son una parte del periodo vegetativo donde el cultivo es más sensible a los elementos atmosféricos. Puesto que algunos estados de desarrollo no se pueden observar a simple vista, normalmente es necesario destruir algunas plantas, para determinar el inicio del estado de desarrollo.

En este trabajo de tesis se muestra que mediante el seguimiento de elongación de tallo y área de hoja se puede determinar estos estados críticos, así también mediante el análisis de sus primeras y segundas derivadas temporales. Este estudio se hizo derivando curvas de crecimiento conocidas, que mejor se ajustaron al desarrollo del crecimiento de la planta. En el caso del crecimiento del tallo, la curva logística fué la que mejor se ajustó. Para el índice de área de hoja fué necesario expresar su evolución como la concatenación de los casos particulares de materia seca contra el tiempo y área de hoja contra materia seca

En una primera instancia se intentó determinar estos periodos críticos mediante técnicas de identificación paramétrica, aplicando el método de programación no lineal de Newton, a un regresor lineal que caracterizó la linealización de la curva logística que mejor se ajustó al crecimiento del tallo. La idea era encontrar esta curva en el transcurso del proceso de crecimiento para poder así estimar con anticipación la ocurrencia de los periodos críticos de interés. Desafortunadamente con esta técnica solamente fué posible caracterizar la cur-

va logística hasta el final del crecimiento del tallo; por lo que no nos fué de utilidad esta metodología.

En una segunda instancia se aplicaron técnicas de filtraje clásico de señales con las cuales se obtuvieron mejores resultados.

En este análisis se observó un retardo de señales, esto debido al periodo de muestreo, pues se registraron muestras del experimento de campo cada cuatro días, por lo que se recomienda reducir este periodo a un muestreo diario. Con respecto a los filtros el que nos dió una mejor respuesta fué el filtro Butterworth de cuarto orden, pues con ese orden tenemos una mejor aproximación a las derivadas y un menor retardo.

También se propone una metodología no destructiva para medir el área de hoja basada en el método de integración de Gauss.

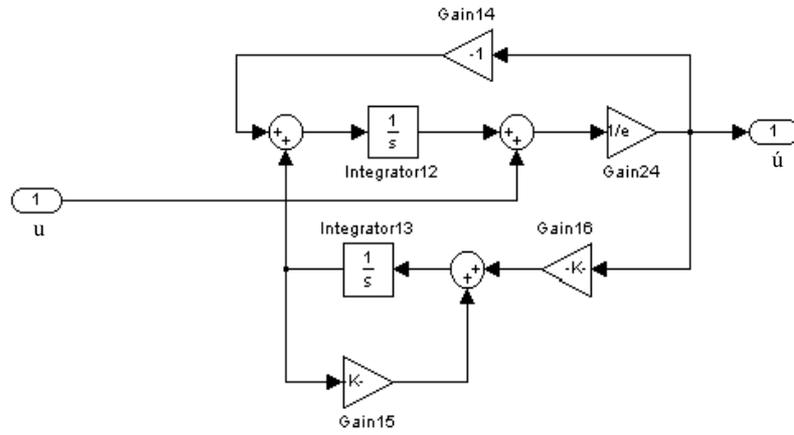


Figura 5.19 Aproximación de la primera derivada de una función

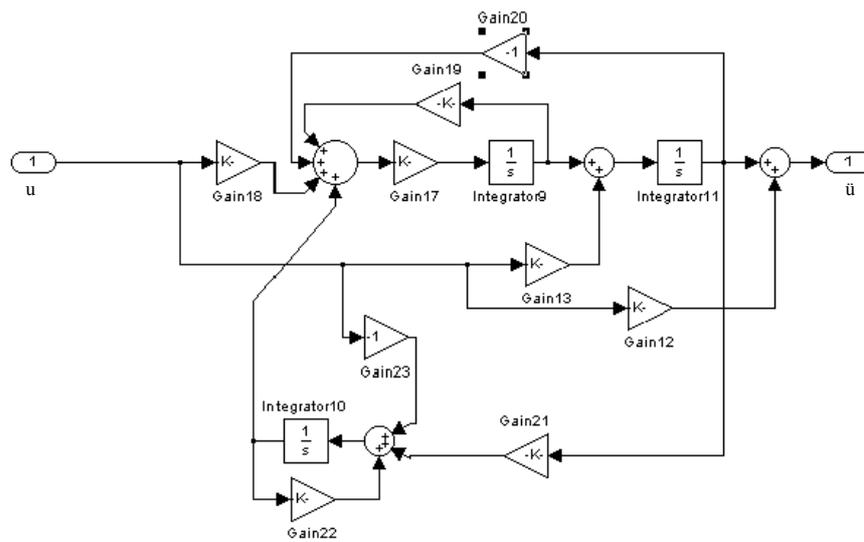


Figura 5.20 Aproximación de la segunda derivada de una función

```

function [TALLO]=TALLO2(u)
X1=[0 12 14 18 21 25 28 32 35 46 49 53];
X2=[56 60 63 67 71 75 82 85 90 92 97 105];
X3=[120 124 131 138];
X=[X1 X2 X3 150];
Y1=[0 7.125 9.125 11 11.125 11.625 10.375 19.875 17.75 57 48.25 93.875];
Y2=[91.75 126.75 161.75 161.75 169.5 169.75 198 210.5 212.5 212.75 188.75 213.75];
Y3=[211.25 214.75 220 222];
Y=[Y1 Y2 Y3 222];
w=interp1(X,Y,u,'linear');
TALLO=w

```

```

figure(1)
plot(tiempo,f)
title('Crecimiento del tallo')
xlabel('Tiempo,[dias]')
ylabel('Altitud,[cm]')
figure(2)
plot(tiempo,f1)
title('Crecimiento del tallo')
xlabel('Tiempo (dias)')
ylabel('Altitud (cm)')
figure(3)
plot(tiempo,f2)
grid
xlabel('Tiempo (dias)')
ylabel('Altitud (cm)')

```

Apéndice B

Identificación paramétrica de los periodos críticos del maíz.

B.1. Problema

A partir del experimento de campo se obtienen los siguientes cuatro vectores de valores:

1) Un vector de tiempos, \underline{t}_m , donde se registran los tiempos en que se realizaron los muestreos:

$$\underline{t}_m = [t_1 \dots t_m]^T \quad (\text{B.1})$$

considerando que $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_m$.

2) Un vector de muestreo, \underline{w}_m , donde se registra la evolución del crecimiento del tallo:

$$\underline{w}_m = [w_1 \dots w_m]^T \quad (\text{B.2})$$

3) En el capítulo 4. se mostró que el crecimiento del tallo puede describirse mediante la función logística:

$$w = \frac{w^*}{1 + e^{-kw^*(t-t^*)}} \quad (\text{B.3})$$

la cual puede linealizarse como sigue:

$$\ln \left[\frac{w_k}{w^* - w_k} \right] = kw^*(t - t^*) \quad (\text{B.4})$$

entonces definimos el siguiente vector, \underline{y}_m , de linealización:

$$\underline{y}_m = [y_1 \dots y_m]^T \quad (\text{B.5})$$

donde

$$y_k(w^*) = \ln \left[\frac{w_k}{w^* - w_k} \right] \quad (\text{B.6})$$

4) Finalmente definimos el siguiente vector auxiliar:

$$\underline{1} = [1 \dots 1]^T \quad (\text{B.7})$$

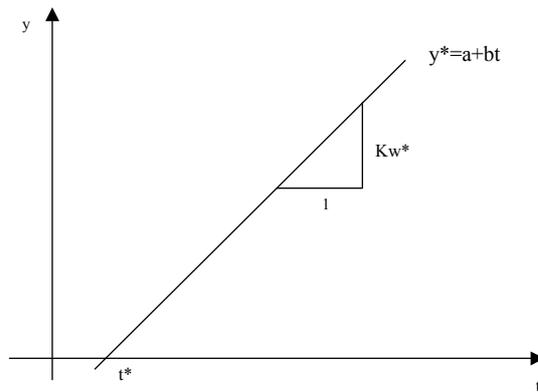


Figura 5.21: Regresión lineal de la función de crecimiento del tallo

De las ecuaciones linealizadas (B.4) y (B.6) podemos observar que si se conoce el valor final , del crecimiento del tallo, w^* , obtendremos la regresión lineal que se muestra en la

figura 5.21. De esta figura se inferen los valores paramétricos t^* y k a partir del cruce a las abscisas y de la pendiente de la recta.

Por lo que el problema consiste en encontrar el valor de w^* para obtener una regresión lineal con un índice de correlación, r^2 , lo más cercano a la unidad.

$$r^2 = \frac{\left[\left(\underline{t}_m^T \underline{y}_m \right) - \frac{1}{m} \left(\underline{1}^T \underline{t}_m \right) \left(\underline{1}^T \underline{y}_m \right) \right]^2}{\left[\underline{t}_m^T \underline{t}_m - \frac{1}{m} \left(\underline{1}^T \underline{t}_m \right)^2 \right] \left[\underline{y}_m^T \underline{y}_m - \frac{1}{m} \left(\underline{1}^T \underline{y}_m \right)^2 \right]} \implies 1 \quad (\text{B.8})$$

B.2. Solución

Para poder resolver el problema por el método de mínimos cuadrados se procede a obtener el regresor lineal.

De las ecuaciones (B.4) y (B.6) se tiene

$$y_i = \underline{\phi}_i^T \underline{\theta} + v_i \quad (\text{B.9})$$

donde

$$\underline{\phi}_i = \begin{bmatrix} 1 & t_i \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.10})$$

$$\underline{\theta} = \begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.11})$$

siendo $a = -kw^*t^*$, $b = kw^*$, y v_i es una señal de ruido.

Por lo que el vector \underline{y}_m , definido en (B.5) toma la siguiente forma:

$$\underline{y}_m = \Phi_m \underline{\theta} + \underline{v} \quad (\text{B.12})$$

donde \underline{v} es el vector de ruidos $[v_1 \dots v_m]$, y

$$\Phi_m^T = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1 & \dots & \underline{\phi}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ t_1 & \dots & t_m \end{bmatrix} \quad (\text{B.13})$$

Entonces se procede a minimizar el siguiente criterio cuadrático

$$J_m = \left(\underline{y}_m - \Phi_m \hat{\underline{\theta}}_m \right)^T \left(\underline{y}_m - \Phi_m \hat{\underline{\theta}}_m \right) = \sum_{i=1}^m \left(y_i - \underline{\phi}_i^T \hat{\underline{\theta}}_m \right) \quad (\text{B.14})$$

donde

$$\hat{\underline{\theta}} = \begin{bmatrix} \hat{a} & \hat{b} \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.15})$$

es el vector a estimar.

Derivando la ec.(B.14) con respecto a $\hat{\underline{\theta}}$ se obtiene

$$(J_m)_{\hat{\underline{\theta}}_m} = -2\Phi_m^T \left(\underline{y}_m - \Phi_m \hat{\underline{\theta}}_m^* \right) = 0 \quad (\text{B.16})$$

esto es

$$\hat{\underline{\theta}}^* = \left(\Phi_m^T \Phi_m \right)^{-1} \Phi_m^T \underline{y}_m \quad (\text{B.17})$$

obteniendo la segunda derivada de la ec. (B.14), se verifica que se trata de un mínimo.

$$(J_m)_{\hat{\underline{\theta}}, \hat{\underline{\theta}}} = 2 \left(\Phi_m^T \Phi_m \right) > 0 \quad (\text{B.18})$$

B.3. Índice de correlación

De los cuatro vectores definidos en la sección B.1 se tiene

$$\Phi_m^T \underline{y}_i = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1 & \dots & \underline{\phi}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \cdot \\ y_m \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \underline{\phi}_i y_i = \begin{bmatrix} \left(\underline{1}^T \underline{y}_m \right) \\ \left(\underline{t}_m^T \underline{y}_m \right) \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

$$\Phi_m^T \Phi_m = \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1 & \dots & \underline{\phi}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\phi}_1^T \\ \cdot \\ \underline{\phi}_m^T \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^m \underline{\phi}_i \underline{\phi}_i^T = \begin{bmatrix} m & (\underline{1}^T \underline{t}_m) \\ (\underline{1}^T \underline{t}_m) & (\underline{t}_m^T \underline{t}_m) \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

$$\begin{aligned} (\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} &= \left(\sum_{i=1}^m \underline{\phi}_i \underline{\phi}_i^T \right)^{-1} = \begin{bmatrix} m & (\underline{1}^T \underline{t}_m) \\ (\underline{1}^T \underline{t}_m) & (\underline{t}_m^T \underline{t}_m) \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{1}{\Delta_m} \begin{bmatrix} (\underline{t}_m^T \underline{t}_m) & -(\underline{1}^T \underline{t}_m) \\ -(\underline{1}^T \underline{t}_m) & m \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

$$\Delta_m = m (\underline{t}_m^T \underline{t}_m) - (\underline{1}^T \underline{t}_m)^2 \quad (\text{B.22})$$

por lo que el valor explícito del vector estimado $\hat{\underline{\theta}}$ es

$$\hat{a}^* = \frac{(\underline{t}_m^T \underline{t}_m) (\underline{1}^T \underline{y}_m) - (\underline{1}^T \underline{t}_m) (\underline{t}_m^T \underline{y}_m)}{\Delta_m} \quad (\text{B.23})$$

$$\hat{b}^* = \frac{m (\underline{t}_m^T \underline{y}_m) - (\underline{1}^T \underline{t}_m) (\underline{1}^T \underline{y}_m)}{\Delta_m} \quad (\text{B.24})$$

siendo el índice de correlación

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (y_i - v_i)^2 - \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m y_i \right)^2}{\sum_{i=1}^m y_i^2 - \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m y_i \right)^2} = \frac{(\Phi_m \hat{\underline{\theta}}^*)^T (\Phi_m \hat{\underline{\theta}}^*) - \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m y_i \right)^2}{\sum_{i=1}^m y_i^2 - \frac{1}{m} \left(\sum_{i=1}^m y_i \right)^2} \quad (\text{B.25})$$

B.4. Simplificación del problema

Definiendo

$$\Lambda_m = \Phi_m (\Phi_m^T \Phi_m)^{-1} \Phi_m^T \quad (\text{B.26})$$

el índice de correlación, r^2 también se expresa como

$$r^2(w^*) = \frac{\underline{y}_m^T \Lambda_m \underline{y}_m - \frac{1}{m} \left(\mathbf{1}^T \underline{y}_m \right)^2}{\left(\underline{y}_m^T \underline{y}_m \right) - \frac{1}{m} \left(\mathbf{1}^T \underline{y}_m \right)^2} \quad (\text{B.27})$$

Note que

$$0 \leq r^2 \leq 1 \quad (\text{B.28})$$

haciendo $\alpha = \underline{y}_m^T \Lambda_m \underline{y}_m$, $\beta = \frac{1}{m} \left(\mathbf{1}^T \underline{y}_m \right)^2$ y $\gamma = \left(\underline{y}_m^T \underline{y}_m \right)$.

Entonces (B.28) se reescribe como

$$0 \leq \frac{\alpha - \beta}{\gamma - \beta} \leq 1 \quad (\text{B.29})$$

la cual es equivalente a

$$\gamma - \beta \geq \gamma - \alpha \geq 0 \quad (\text{B.30})$$

por lo que minimizar (B.27) es equivalente a resolver el siguiente problema más simple:

Minimizar

$$\rho^2(w^*) = \left(\underline{y}_m^T \underline{y}_m \right) - \left(\underline{y}_m^T \Lambda_m \underline{y}_m \right) \quad (\text{B.31})$$

con respecto a w^* , sujeto a

$$\left(\underline{y}_m^T \underline{y}_m \right) - \frac{1}{m} \left(\mathbf{1}^T \underline{y}_m \right)^2 \geq \rho^2(w^*) \geq 0 \quad (\text{B.32})$$

B.5. Interpretación geométrica

Considerando el espacio Euclidiano R^j dimensional descompuesto en la siguiente suma directa ortogonal

$$R^j = \text{Im } \Phi_j \oplus N\{\Phi_j^T\} \quad (\text{B.33})$$

donde $\text{Im } \Phi_j$ denota la imagen del operador

$$\Phi_j^T = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 1 \\ t_1 & \cdots & t_j \end{bmatrix} \quad (\text{B.34})$$

i.e

$$\text{Im } \Phi_j = \text{span}\{\underline{1}, \underline{t}_j\} \quad (\text{B.35})$$

y $N\{\Phi_j^T\}$ denota el espacio nulo del operador Φ_j^T esto es

$$N\{\Phi_j^T\} = \{\underline{\eta} : \Phi_j^T \underline{\eta} = 0\} \quad (\text{B.36})$$

Entonces para todo elemento $\underline{y}_j \in R$ existe un único $w_j \in N\{\Phi_j^T\}$ tal que

$$\underline{y}_j = \underline{m}_j + \underline{w}_j \quad (\text{B.37})$$

con

$$\underline{m}_j = \Phi_j v_j \quad (\text{B.38})$$

para algún $v_j \in R^2$ y

$$\underline{m}_j^T w_j = 0 \quad (\text{B.39})$$

entonces (B.31) toma la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
\rho^2 &= (\underline{m}_j + \underline{w}_j)^T (\underline{m}_j + \underline{w}_j) - (\underline{m}_j + \underline{w}_j)^T \Lambda_j (\underline{m}_j + \underline{w}_j) & (B.40) \\
&= \underline{m}_j^T \underline{m}_j + \underline{w}_j^T \underline{w}_j - (\underline{m}_j + \underline{w}_j)^T \Phi_j (\Phi_j^T \Phi_j)^{-1} \Phi_j^T (\underline{m}_j + \underline{w}_j) \\
&= \underline{m}_j^T \underline{m}_j + \underline{w}_j^T \underline{w}_j - (\underline{m}_j + \underline{w}_j)^T \Phi_j (\Phi_j^T \Phi_j)^{-1} \Phi_j^T \Phi_j v_j \\
&= \underline{m}_j^T \underline{m}_j + \underline{w}_j^T \underline{w}_j - (\underline{m}_j + \underline{w}_j)^T \Phi_j v_j = \underline{m}_j^T \underline{m}_j + \underline{w}_j^T \underline{w}_j - (\underline{m}_j + \underline{w}_j)^T \underline{m}_j \\
&= \underline{w}_j^T \underline{w}_j
\end{aligned}$$

esto es

$$\rho^2 = \|w_j\|^2 \geq 0 \quad (B.41)$$

entonces el problema consiste en encontrar un w^* tal que minimice la distancia entre el vector $\underline{y}_j(w^*)$ y el subespacio $\text{Im } \Phi_j$. (ver figura 5.22).

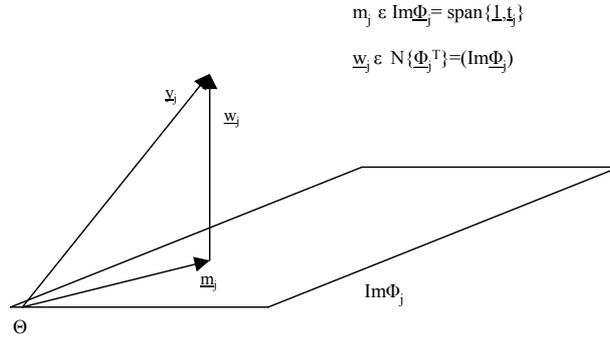


Figura 5.22

En efecto, puesto que $\underline{m}_j \in \text{Im } \Phi_j$, entonces existen $a, b \in R$ tales que

$$\underline{m}_j = \Phi_j \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (B.42)$$

entonces

$$\underline{w}_j = \underline{y}_j - \underline{m}_j \quad (\text{B.43})$$

satisfaciendo

$$\Phi_j^T \underline{w}_j = 0 \quad (\text{B.44})$$

esto es

$$\Phi_j^T \underline{y}_j - \Phi_j^T \Phi_j \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{B.45})$$

es decir

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (\Phi_j^T \Phi_j)^{-1} \Phi_j^T \underline{y}_j \quad (\text{B.46})$$

Por lo que

$$\underline{m}_j = \Phi_j (\Phi_j^T \Phi_j)^{-1} \Phi_j^T \underline{y}_j = \Lambda_j \underline{y}_j \quad (\text{B.47})$$

$$\underline{w}_j = \underline{y}_j - \underline{m}_j = (I - \Lambda_j) \underline{y}_j \quad (\text{B.48})$$

Dado que

$$\Lambda_j^2 = \left[\Phi_j (\Phi_j^T \Phi_j)^{-1} \Phi_j^T \right] \left[\Phi_j (\Phi_j^T \Phi_j)^{-1} \Phi_j^T \right] = \Lambda_j \quad (\text{B.49})$$

$$(I - \Lambda_j)^2 = (I - \Lambda_j) \quad (\text{B.50})$$

se tiene que

$$\underline{w}_j^T \underline{w}_j = \underline{y}_j^T \underline{y}_j - \underline{y}_j^T \Lambda_j \underline{y}_j = \rho_j^2(w^*) \geq 0 \quad (\text{B.51})$$

$$\underline{m}_j^T \underline{m}_j = \underline{y}_j^T \Lambda_j \underline{y}_j \leq \underline{y}_j^T \underline{y}_j \quad (\text{B.52})$$

B.6. Algoritmo

En base a la interpretación geométrica de la sección B.5, se necesita aplicar un algoritmo que nos minimice la norma del vector \underline{w}_j , esto es $\rho_j^2(w^*)$. Para esto aplicaremos el algoritmo de minimización de Newton [11].

El algoritmo de Newton para este caso toma la forma

$$w_{k+1}^* = w_k^* - \frac{(\rho^2(w^*))'}{(\rho^2(w^*))''} \quad (\text{B.53})$$

donde

$$\begin{aligned} (\rho^2(w^*))' &= \left(\underline{y}_m^T \underline{y}_m \right)' - \left(\underline{y}_m^T \Lambda_m \underline{y}_m \right)' \\ &= 2 \left[\left(\underline{y}_m^T \underline{y}_m' \right) - \left(\underline{y}_m^T \Lambda_m \underline{y}_m' \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.54})$$

$$(\rho^2(w^*))'' = 2 \left[\left(\underline{y}_m'^T \underline{y}_m' \right) - \left(\underline{y}_m'^T \Lambda_m \underline{y}_m' \right) + \left(\underline{y}_m^T \underline{y}_m'' \right) - \left(\underline{y}_m^T \Lambda_m \underline{y}_m'' \right) \right] \quad (\text{B.55})$$

con

$$\underline{y}_m' = \begin{bmatrix} \underline{y}'_1 & \cdots & \underline{y}'_m \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.56})$$

$$\underline{y}_m'' = \begin{bmatrix} \underline{y}''_1 & \cdots & \underline{y}''_m \end{bmatrix}^T \quad (\text{B.57})$$

$$\begin{aligned}\underline{y}'_i &= \frac{d}{dw^*} \ln \left(\frac{w_i}{w^* - w_i} \right) = \left(\frac{w^* - w_i}{w_i} \right) \left(\frac{-w_i}{(w^* - w_i)^2} \right) \\ \underline{y}'_i &= \frac{-1}{w^* - w_i}\end{aligned}\tag{B.58}$$

$$\begin{aligned}\underline{y}''_i &= \frac{d^2}{dw^{*2}} \ln \left(\frac{w_i}{w^* - w_i} \right) = \frac{d}{dw^*} \left(\frac{-1}{w^* - w_i} \right) \\ \underline{y}''_i &= \frac{1}{(w^* - w_i)^2}\end{aligned}\tag{B.59}$$

El procedimiento algorítmico se describe a continuación:

Paso 1. Leer $\underline{t}_m, \underline{w}_m$.

Paso 2. Construir Φ_m, Λ_m .

Paso 3. Asignar $w_0^* = \text{máx}\{w_1 \dots w_3\} + 1; k = 0$

Paso 4. Construir $y_m(w_k^*), y_m'(w_k^*); y_m''(w_k^*)$.

Paso 5. Construir $(\rho^2(w_k^*))' \& (\rho^2(w_k^*))''$.

Si

$$|(\rho^2(w_k^*))''| \leq \delta_2 \text{ entonces } (\rho^2(w_k^*))'' = \delta_2 \text{sign}\{(\rho^2(w_k^*))''\} \quad (\text{B.60})$$

Paso 6. Si

$$|(\rho^2(w_k^*))''| \geq \delta_2 \text{ Si } k \leq N \text{ entonces ir al paso 7} \quad (\text{B.61})$$

Paso 7.

$$w_{k+1}^* = w_k^* - \frac{(\rho^2(w_k^*))'}{(\rho^2(w_k^*))''} \quad (\text{B.62})$$

$$\mu_{k+1} = \frac{\rho^2(w_{k+1}) - \rho^2(w_k)}{w_{k+1} - w_k} \quad (\text{B.63})$$

Paso 8.

$$k = k + 1$$

$$w_k^* = w_{k+1}^*$$

Paso 9. FIN.

A continuación se muestra la compilación del procedimiento anterior:

Programa de Búsqueda de w^*

```
function [w1,ro,ro1,ro2]=prueba1
delta=0.0000001;
k=20;
kdatos=107;
datos;
mu=zeros(k,1);
ro=zeros(k,1);
ro1=zeros(k,1);
ro2=zeros(k,1);
w1=zeros(kdatos,1);
tm=(a(:,1))';
wm=(a(:,2))';
w0=max(a(:,2))+1;
fim=zeros(2,kdatos);
fim1=zeros(kdatos,2);
fim1(:,1)=1;
fim1(:,2)=(a(:,1));
fim(1,:)=1;
fim(2,:)=(a(:,1))';
b=fim*fim1;
c=inv(b);
d=fim1*c*fim;
for N=1:k
aux=rdivide(a(:,2),w0-a(:,2));
y=log(aux);
aux3=rdivide(-1,w0-a(:,2));
```

```

aux1=w0-a(:,2);
aux2=aux1.*aux1;
y2=rdivide(1,aux2);
yaux=(y)';
e=y'*aux3;
f=y'*d*aux3;
ro(N,1)= (yaux*y)-(yaux*d*y);
ro1(N,1)=2*(e-f);
aux4=(aux3)';
g=aux4*aux3;
ro2(N,1)=2*[(aux4*aux3)-(aux4*d*aux3)+(yaux*y2)-(yaux*d*y2)]
if abs(ro2(N,1))>=delta
w1=w0-(ro1(N,1)/ro2(N,1))
aux=rdivide(a(:,2),w1-a(:,2));
y=log(aux);
aux3=rdivide(-1,w1-a(:,2));
aux1=w1-a(:,2);
aux2=aux1.*aux1;
y2=rdivide(1,aux2);
yaux=(y)';
e=y'*aux3;
f=y'*d*aux3;
roaux= (yaux*y)-(yaux*d*y);
mu(N,1)=(roaux-ro(N,1))/(w1-w0)
if abs(w1-w0)>=delta
w0=w1;
continue
else

```

```
break
end
continue
else
break
end
end
n=[1:1:N];
subplot(2,2,1);
plot(n,ro(1:N,1));
xlabel('k');
ylabel('ro');
grid;
subplot(2,2,2);
plot(n,ro1(1:N,1));
xlabel('k');
ylabel('ro1');
grid;
subplot(2,2,3);
plot (n,ro2(1:N,1));
xlabel('k');
ylabel('ro2');
grid;
subplot(2,2,4);
plot (n,mu(1:N,1));
xlabel('k');
ylabel('mu');
grid;
```

El resultado gráfico del programa es el siguiente:

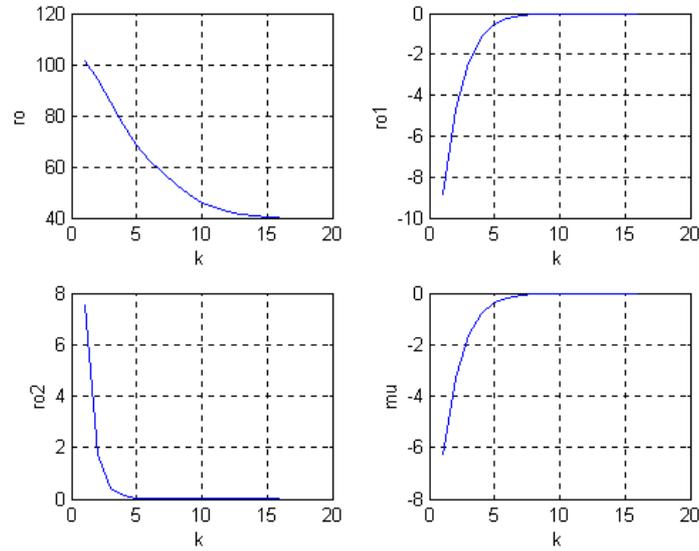


Figura 5.23: Gráficas del programa de búsqueda de w^*

En la figura 5.23 se muestra una corrida del programa de búsqueda de w^* , considerando las siguientes condiciones iniciales:

$$\delta = 0,0000001$$

$$k = 20$$

De la figura 5.23 podemos concluir que el valor de w^* convergió a 366.

Apéndice C

Area de Hoja por el Método de Gauss

Para determinar el área de hoja de la planta de maíz sin recurrir a un método destructivo, se propone utilizar el método de integración de Gauss.[16]

Considerando la hoja que se muestra en la figura C1.

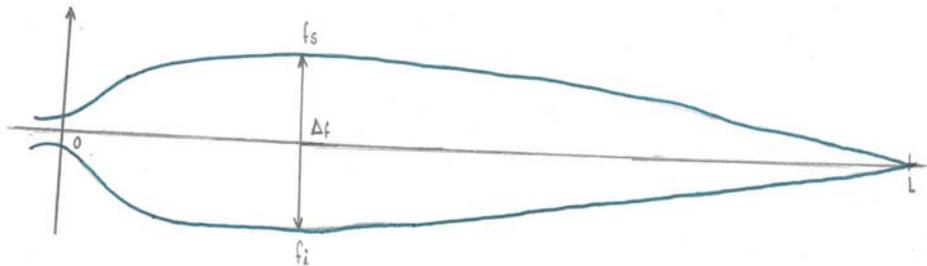


Figura C1. Area de hoja

El área de la hoja es el área limitada por las curvas f_s e f_i esto es

$$A = \int_0^L (f_s(x) - f_i(x)) dx \quad (C.1)$$

Para aplicar el método de Gauss, primeramente se realiza el siguiente escalamiento:

$$\mu = \frac{1}{L}x \quad (C.2)$$

entonces el área de hoja será:

$$A = \int_0^1 L\Phi(\mu) d\mu \quad (\text{C.3})$$

donde

$$\Phi(\mu) = L(f_s(\mu L) - f_i(\mu L)) \quad (\text{C.4})$$

El método de Gauss propone la siguiente aproximación de orden m

$$A = \sum_{j=1}^m A_j \Phi(\mu_j) \quad (\text{C.5})$$

donde los A_j y μ_j se calculan con la ayuda de los siguientes polinomios de Legendre:

$$\begin{aligned} P_0(\bar{\mu}) &= 1 \\ P_1(\bar{\mu}) &= \bar{\mu} \\ P_m(\bar{\mu}) &= \frac{1}{m} [(2m-1)\bar{\mu}P_{m-1}(\bar{\mu}) - (m-1)P_{m-2}(\bar{\mu})] \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

entonces

1)

$$\bar{A}_j = \frac{2}{(1 - \bar{\mu}_j^2) [P_n'(\bar{\mu}_j)]^2} \quad (\text{C.7})$$

2) Los $\bar{\mu}_j$ son las raíces del polinomio $P_m(\bar{\mu}) = 0$.

3)

$$\mu_j = \frac{(1 + \bar{\mu}_j)}{2} \quad (\text{C.8})$$

4)

$$A_j = \frac{\bar{A}_j}{\sum_{j=1}^m \bar{A}_j} \quad (\text{C.9})$$

La precisión de la integral depende del número m de puntos seleccionados. Para el caso de la hoja del maíz se observó que con $m = 4$ se obtienen buenos resultados.

En la figura C2 se compara el área encontrada por el método de Gauss *vs* el área real de la hoja.

$$\text{Area real de la hoja} \quad A_T = 55,65 \text{ cm}^2$$

$$\text{Area por el método de Gauss} \quad A_{GM} = 56,28 \text{ cm}^2 \text{ con } m = 4$$

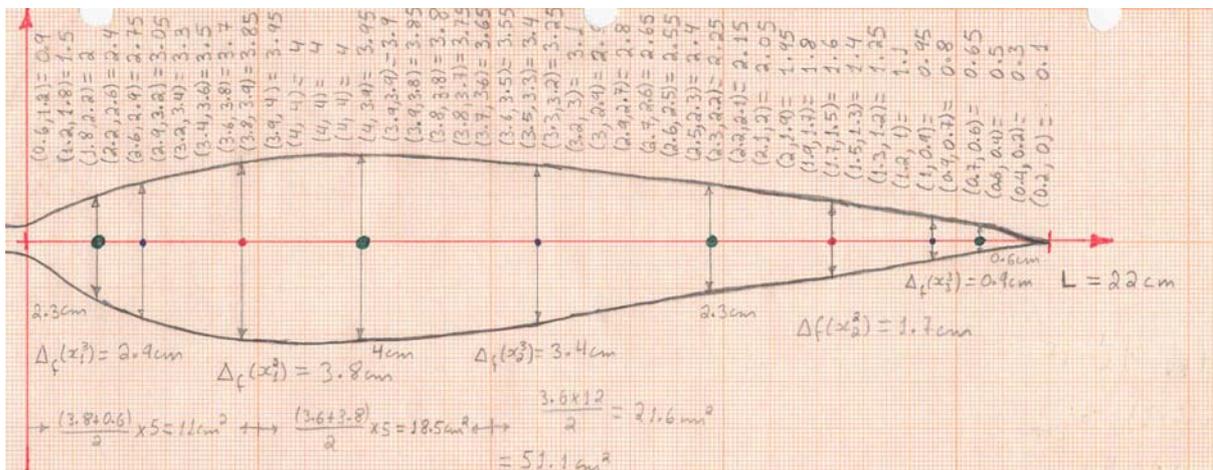


Figura C2: Area de hoja por método de Gauss

En la tabla C1 se muestra valores numéricos para diferentes valores de m .

m	Area por método de Gauss. (AG)
2	$\mu_1 = 4,65 \text{ cm}$
	$\mu_2 = 17,35 \text{ cm}$
	$A_1 = \frac{1}{2}$
	$A_2 = \frac{1}{2}$
	$A_{G2} = 60,5 \text{ cm}^2$
	$\% \text{ error} = 8,7 \%$
	$\mu_1 = 2,48 \text{ cm}$
	$\mu_2 = 11 \text{ cm}$
3	$\mu_3 = 19,52 \text{ cm}$
	$A_1 = 0,2777$
	$A_2 = 0,4444$
	$A_3 = 0,2777$
	$A_{G3} = 56,46 \text{ cm}^2$
	$\% \text{ error} = 1,4 \%$
	$\mu_1 = 1,53 \text{ cm}$
	$\mu_2 = 7,26 \text{ cm}$
4	$\mu_3 = 14,74 \text{ cm}$
	$\mu_4 = 20,47 \text{ cm}$
	$A_1 = 0,174$
	$A_2 = 0,326$
	$A_3 = 0,326$
	$A_4 = 0,174$
	$A_{G4} = 56,28 \text{ cm}^2$
	$\% \text{ error} = 1,1 \%$

Tabla C1

Apéndice D

Detección no destructiva de los periodos críticos

Artículo presentado en :

“2º Encuentro de Investigación y Transferencia de Tecnología del Sector Agropecuario y agroindustrial en el estado de Puebla”

Autores:

Ing. Carolina Antonio Velázquez.

Dr. Moisés Bonilla Estrada.

Dr. Ramón Arteaga Ramírez.

Fecha :

28 de Abril del 2004

Lugar:

Puebla, Pue.

Bibliografía

- [1] Chimalpain Cuauhtlehuanitzin (1631) Memorial breve acerca de la fundación de la ciudad de Culhuacan. Ed. De Víctor M. Castillo F. (1991), Universidad Nacional Autónoma de México.
- [2] Cadahia C. Fertirrigación, Cultivos hortícolas y ornamentales. Ed. Mundi-Prensa, 1998.
- [3] Hanway John J.,Cómo se desarrolla una planta de maíz. Centro Internacional de Mejoramiento de Maíz y Trigo, CIMMYT,1971.
- [4] Hinojosa C.G. 1979. Fenología. Depto. de irrigación. Boletín técnico No. 3 UACH. Chapingo, México.
- [5] Alvarez Esperanza Vicente.1999.Compendio de apuntes de meteorología. Chapingo, México.pag. 122.
- [6] Orozco Luna I. 1997. Manuales para educación agropecuaria. Maíz. Ed. Trillas
- [7] D. R. Tottman and R. J Makepeace. An explanation of the decimal code for the growth stages of cereals, with illustrations. A R C Weed Research Organisation, Begbroke Hill, Yarnton, Oxford, OX5 1PF.Great Britain. Ann. appl. Biol. (1979). 93,221.
- [8] Shutte,F. and Meier. 1981. Entwicklungsstadien des mais, zum gebrauch fur das versuchswessen, die beratung und die praxis in der land-wirtschaft. In biologische Bundesastalt fur Land-und forstwirtschaft. Merkblatt No.28/4 10 pp.

- [9] J. J. R. Groot, M. J. Kropff, F. J. H Vossen, C. J. T Spitters and R. Rabbinge. A decimal code for the developmental stages of maize and its relation to accumulated heat units. Department of Theoretical Production Ecology, Agricultural University, P. O. Box 430, 6700. Netherlands Journal of Agricultural Science 34 (1986) 67-73.
- [10] Hunt R. Plant growth curves: The functional approach to plant growth analysis. Ed. Edward Arnold, 1982.
- [11] Goudriaan, J. Van Laar H. H, Modelling Potential Crop Growth Processes, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, 1994. ISBN: 0-7923-3219-9 HB
- [12] Luenberger, David G. 1965. Introduction to linear and nonlinear programming. Adison-Wesley Pu Co.
- [13] Wait JohnV,Huelsman Lawrence P and Korn Granino A. 1975. Introduction to operational amplifier theory and applications. New York, McGraw-Hill.
- [14] Blinchikoff Herman J. and Zverev Anatol I. 1976. Filtering in the time and frequency domains. New York, Wiley.
- [15] Pacheco J.,Bonilla M., Malabre M. Proper exponential Approximation of Non Proper Compensator: The MIMO Case , 42-th IEEE-CDC,pp.110-115.Maui Hawaii, December 9-12, 2003.
- [16] Isaacson Eugene, Bishop Keller Herbert. Analysis of numerical methods. 1966 New York: Willey.