

Control por modos deslizantes por retroalimentación de salida con grado relativo dos

Andrea Aparicio Martínez¹ y Fernando Castaños²

¹ Facultad de Ingeniería-UNAM

Coyoacán DF 04510, México

andrea.aparicio.martinez@gmail.com

² Departamento de Control Automático,
CINVESTAV, IPN, México.

Resumen—En éste trabajo se introduce una transformación que lleva a un sistema lineal a una forma normal en cuasi-cascada. Las perturbaciones no acopladas al control son atenuadas por medio del diseño de un controlador dinámico virtual para un sistema de orden reducido. Éste control se alcanza exactamente cuando una variable deslizante dinámica converge a cero gracias a una acción de control discontinua, garantizando la atenuación de la perturbación no acoplada. Las perturbaciones acopladas también son atenuadas. Se considera el caso en que la salida medible no incluye todo el estado y es de grado relativo dos.

Palabras clave: Modos deslizantes de segundo orden, perturbaciones no acopladas, retroalimentación de salida.

I. INTRODUCCIÓN

El control en presencia de perturbaciones es un tema hacia el que muchos esfuerzos se han enfocado ya que, en aplicaciones reales, éstas son prácticamente inevitables. Más aún, en muchos sistemas reales las perturbaciones no estarán acopladas a la señal de control, lo cual hace especialmente interesante estudiar cómo lidiar con ellas.

Una suposición que no puede hacerse sobre los sistemas reales es que siempre esté disponible una medida del estado completo. Los sensores son usualmente caros y, la mayoría de las veces se debe tratar de encontrar la mejor acción de control posible con sólo parte de la información del sistema.

Una estrategia de control que ha resultado ser muy conveniente para lidiar con perturbaciones acopladas son los modos deslizantes (MD). Ellos son capaces de rechazar exactamente dichas perturbaciones, llevando a las trayectorias de un sistema a una superficie deslizante, en tiempo finito. La desventaja es que los MD son bastante sensibles a las perturbaciones no acopladas y, normalmente, se necesita una medida del estado completo para su implementación.

En la literatura pueden encontrarse varios trabajos importantes que se enfocan a implementar los modos deslizantes por retroalimentación de salida. Por ejemplo, en (Bag *et al.*, 1997) se revisa si el sistema cumple con la conocida condición de Kimura Davidson (Kimura, 1975). Es bien sabido que si ésta condición se cumple, se puede hacer asignación de polos directamente, pero si no, éste trabajo propone diseñar compensadores que añadan dinámicas al

sistema que logren que se cumpla. Dentro de éste trabajo se contemplan solamente sistemas con perturbaciones acopladas al control.

En (Castaños y Fridman, 2011) se presenta otra aproximación que permite considerar perturbaciones no acopladas al control. En éste trabajo se introduce una forma de obtener un sistema de orden reducido que incluye las perturbaciones no acopladas y el estado no medido, y se propone obtener un controlador H_∞ para éste. La limitación de éste enfoque es que la salida debe tener grado relativo uno con respecto al control. Ésta condición también se impone en el trabajo de (Bag *et al.*, 1997), así como en la mayor parte de la literatura sobre modos deslizantes por retroalimentación de salida.

Un control por MD por retroalimentación de salida, para grado relativo arbitrario fue propuesto en (Angulo *et al.*, 2012b). En éste trabajo se impone la restricción de observabilidad fuerte además de que las perturbaciones consideradas son estrictamente acopladas.

El salto natural, después de los trabajos mencionados, es tratar de extender los resultados existentes para grado relativo arbitrario y perturbaciones no acopladas. Muchos avances se han hecho en la prueba de algoritmos por modos deslizantes de segundo orden, (Moreno, 2012), (Santiesteban *et al.*, 2010), (Orlov, 2009), etc., así que éste es un terreno sólido para comenzar.

El objetivo de éste artículo es presentar un control estabilizante para sistemas con salida de grado relativo dos, afectados por perturbaciones acopladas y no acopladas. La atenuación de éstas últimas es el mayor problema. Para poder analizar a los sistemas usados de manera más fácil, se presenta una transformación general que lleva a cualquier sistema lineal a una forma normal en cuasi-cascada. Ésta transformación, junto con la eliminación de la restricción de grado relativo uno y la posibilidad de considerar perturbaciones no acopladas, son las mayores contribuciones de éste trabajo. Éste artículo es parte de un trabajo que sigue en desarrollo, con la intención de obtener, en el futuro, una metodología completa para salidas de cualquier grado relativo.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Considérese el siguiente sistema incierto

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + Bu + Dw \\ y &= Cz, \end{aligned} \quad (1)$$

donde $z \in R^3$ es el vector de estado, $w \in R^1$ es una entrada desconocida acotada y su primera derivada se supone acotada también, $u \in R^1$ es la entrada de control y $y \in R^1$ es la salida medida con grado relativo r respecto al control y con grado relativo r_w respecto a la entrada desconocida.

Suposición 1: Los siguientes puntos se cumplen:

1. El par (A, B) es controlable.
2. El par (A, C) es observable.
3. Los grados relativos de la salida respecto al control y respecto a la entrada desconocida, r y r_w respectivamente, satisfacen $r \leq r_w$.

Las suposiciones 1.1 y 1.2 son estándares en la teoría del control. La suposición 1.3 significa que la perturbación w tiene un componente acoplado y otro no acoplado al control, además de que éste último no entrará antes que la señal de control.

El sistema (1) es un sistema incierto donde el estado asociado al control no es medible. Una perturbación acoplada y una no acoplada afectan al sistema. La salida y no contiene información explícita del estado afectado por la perturbación no acoplada. El objetivo es obtener un lazo cerrado que atenúe, en tiempo finito, las perturbaciones y que haga converger al estado del sistema a una vecindad del origen.

III. TRANSFORMACIÓN A UNA FORMA NORMAL EN CUASI-CASCADA

Las formas normales, como (2) para un sistema nominal con grado relativo r , evidencian propiedades importantes de los sistemas dinámicos (Isidori, 1995), además de que facilitan su análisis y el diseño de superficies deslizantes. Esto porque permiten visualizar claramente las dinámicas asociadas a la entrada de control y separarlas de la dinámica cero, la cual, en (2), está representada por el estado ξ cuando $\chi = 0$.

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A_{11}\xi + A_{12}\chi \\ \dot{\chi}_1 &= \chi_2 \\ &\vdots \\ \dot{\chi}_r &= A_{n1}\xi + A_{n2}\chi + Bu \\ y &= \chi_1. \end{aligned} \quad (2)$$

Más aún, si (2) puede ser llevado a una forma como en la Figura 1, el análisis se facilita más porque la única entrada de ξ es $\chi_1 = y$. La conveniencia de ésta forma se hará evidente más adelante. En lo sucesivo se referirá a ésta forma como una forma normal en cuasi-cascada.

En (Castaños y Fridman, 2011) se presentó una transformación a la forma regular para el caso de retroalimentación de salida con grado relativo $r = 1$. CNCA 2013, Ensenada B.C. Octubre 16-18

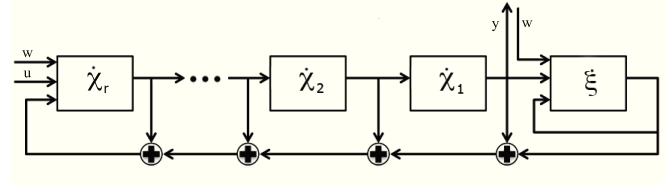


Figura 1. Forma normal en cuasi-cascada

En las próximas líneas presentaremos una transformación que lleva a cualquier sistema lineal a su forma normal en cuasi-cascada.

Proposición 1: Por medio de una transformación $\begin{bmatrix} \xi \\ \chi \end{bmatrix} = Tz$ con $T = T_2 T_1$ invertible, donde

$$T_1 = \begin{bmatrix} B_1^\perp \\ \vdots \\ B_{n-r}^\perp \\ C \\ \vdots \\ CA^{r-1} \end{bmatrix} \quad y \quad T_2 = \begin{bmatrix} I & -\bar{A}_{13} & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, \quad (3)$$

puede llevarse a un sistema lineal de grado relativo r y dimensión n a una forma normal en cuasi-cascada como

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= A_{11}\xi + A_{12}\chi_1 \\ &\vdots \\ \dot{\xi}_{n-r} &= A_{n-r1}\xi + A_{n-r2}\chi_1 \\ \dot{\chi}_1 &= \chi_2 \\ &\vdots \\ \dot{\chi}_r &= A_{n1}\xi + A_{n2}\chi + A_{n3}\chi_2 \dots + B_2 u \\ y &= \chi_1. \end{aligned}$$

En (3), $B_1^\perp \dots B_{n-r}^\perp$ representan los elementos de una matriz B^\perp tal que $BB^\perp = 0$, y \bar{A}_{13} representa los $(n - r \times r - 1)$ elementos de la superior derecha de la matriz $\bar{A} = T_1 A T_1^{-1}$.

Prueba Para mayor claridad en la prueba, ésta transformación puede dividirse en dos etapas:

I. (T_1)

Se sabe que:

- Por la definición de grado relativo: $CA^{i-1}B = 0$, $1 \leq i < r$ y $CA^{r-1}B \neq 0$.
- Existe $B^\perp \in R^{(n-r) \times n}$ con $n - r$ filas linealmente independientes tales que $B^\perp B = 0$.

Entonces, usando la salida y y sus $(r - 1)$ derivadas sucesivas como un conjunto de coordenadas χ_1, \dots, χ_r puede construirse una matriz T_1 que lleve a un sistema lineal a su forma normal. La transformación es $\begin{bmatrix} \xi \\ \chi \end{bmatrix} = T_1 z$,

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\chi} \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^\perp \\ \vdots \\ B_{n-r}^\perp \\ C \\ \vdots \\ CA^{r-1} \end{bmatrix} \dot{z} =$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \bar{A}_{11}\bar{\xi} + \bar{A}_{12}\bar{\chi}_1 + \bar{A}_{13}\bar{\chi}_{2\dots r} + \bar{D}_1w \\ \dot{\chi}_1 &= \bar{\chi}_2 \\ &\vdots \\ \dot{\chi}_r &= \bar{A}_{n1}\bar{\xi} + \bar{A}_{n2}\bar{\chi}_1 + \bar{A}_{n3}\bar{\chi}_{2\dots r} + \bar{D}_2w + \bar{B}_2u \\ y &= \bar{\chi}_1. \end{aligned} \quad (4)$$

II. (T_2)

La segunda parte de la transformación, $\begin{bmatrix} \xi \\ \chi \end{bmatrix} = T_2 \begin{bmatrix} \bar{\xi} \\ \bar{\chi} \end{bmatrix}$, con T_2 como en (3), lleva a (4) a su forma normal en cuasi-cascada de la siguiente manera:

$$T_2 \bar{A} T_2^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} & 0 \\ 0 & 0 & I \\ \tilde{A}_{31} & \tilde{A}_{32} & \tilde{A}_{33} \end{bmatrix}, \quad T_1 \bar{B} = \bar{B}, \quad T_1 \bar{D} = \bar{D},$$

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \tilde{A}_{11}\xi + \tilde{A}_{12}\chi_1 + \tilde{D}_1w \\ \dot{\chi}_1 &= \chi_2 \\ &\vdots \\ \dot{\chi}_r &= \tilde{A}_{n1}\xi + \tilde{A}_{n2}\chi_1 + \tilde{A}_{n3}\chi_{2\dots r} + \tilde{D}_2w + \tilde{B}_2u \\ y &= \chi_1. \end{aligned} \quad (5)$$

Nota Por simplicidad en la notación se le llamará a las matrices \tilde{A} , \tilde{B} , \tilde{C} y \tilde{D} del sistema transformado (5) simplemente A , B , C y D , respectivamente.

IV. SISTEMA DE ORDEN REDUCIDO

En ésta sección se obtendrá un sistema de orden reducido, controlable y observable, a partir de (5). Esto se hace para analizar por separado el estado afectado por la perturbación no acoplada, la cual se desea atenuar.

Nota Hasta este momento se ha considerado el caso de un sistema de cualquier grado relativo. De ahora en adelante, se supondrá que la salida medida tiene grado relativo $r = 2$ con respecto a la entrada de control.

Proposición 2: Si (1) es controlable y observable, el par (A_{11}, A_{12}) será controlable y el par (A_{11}, A_{31}) será observable.

Prueba El sistema (1) es controlable si y sólo si $\text{rango}[\lambda I - A \mid B] = n$. Para la forma (5) se puede escribir como

$$\text{rango} \begin{bmatrix} \lambda - A_{11} & -A_{12} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & -1 & 0 \\ -A_{31} & -A_{32} & \lambda - A_{33} & 1 \end{bmatrix} = n, \quad \forall \lambda.$$

En el último elemento de la última fila aparece un uno, esto significa que ésta es linealmente independiente de las demás, así que puede ser descartada de la matriz de controlabilidad. También puede ser descartada la última columna, que quedaría compuesta exclusivamente de ceros. Esto sucede también para la tercera columna y la segunda fila. La matriz de Hautus quedaría como:

$$\text{rango} [\lambda - A_{11} \quad -A_{12}] = n - 2.$$

Lo que prueba que el par (A_{11}, A_{12}) es controlable.

El sistema (1) es observable si y sólo si $\text{rango} \left[\frac{\lambda I - A}{C} \right] = n$, que para la forma (5) puede ser escrito como:

$$\text{rango} \begin{bmatrix} \lambda - A_{11} & -A_{12} & 0 \\ 0 & \lambda & -1 \\ -A_{31} & -A_{32} & \lambda - A_{33} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = n.$$

Se lleva a cabo el mismo procedimiento que para la controlabilidad, dejando a la matriz de observabilidad como:

$$\text{rango} \begin{bmatrix} \lambda - A_{11} \\ -A_{31} \end{bmatrix} = n - 2.$$

Lo que prueba que el par (A_{11}, A_{31}) es observable. ■

Una vez que han sido encontrados pares observables y controlables, un sistema de orden reducido que mantenga éstas propiedades puede ser obtenido de (5), definiendo una salida virtual

$$y_v := \ddot{y} - A_{32}\chi_1 - A_{33}\chi_2 - B_2u \quad (6)$$

y un control virtual

$$u_v := \chi_1. \quad (7)$$

Entonces, el sistema de orden reducido será:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= A_{11}\xi + A_{12}u_v + D_1w \\ y_v &= A_{31}\xi + D_2w. \end{aligned} \quad (8)$$

V. CONTROL DEL SUBSISTEMA ξ

En ésta sección se diseñará un controlador dinámico virtual con el fin de atenuar la perturbación no acoplada que afecta al sistema de orden reducido obtenido en la sección anterior.

Considérese la siguiente variable auxiliar:

$$\sigma := \beta - L\hat{\chi}_2, \quad (9)$$

donde $\hat{\beta} := \hat{A}(\beta - L\hat{\chi}_2) + L(A_{32}\chi_1 + A_{33}\hat{\chi}_2 + u)$ y $\hat{\chi}_2 := \zeta_2$ es obtenida por medio de un diferenciador por modos deslizantes de segundo orden como (Levant, 2003):

$$\begin{aligned}
\dot{\zeta}_0 &= v_0 = -2\theta^{\frac{1}{3}}|\zeta_0 - y|^{\frac{2}{3}}\text{signo}(\zeta_0 - y) + \zeta_1 \\
\dot{\zeta}_1 &= v_1 = -1.5\theta^{\frac{1}{2}}|\zeta_2 - v_0|^{\frac{1}{2}}\text{signo}(\zeta_1 - v_0) + \zeta_2 \\
\dot{\zeta}_2 &= -1.1\theta\text{signo}(\zeta_2 - v_1),
\end{aligned} \tag{10}$$

donde θ es una cota superior para $|y^{(3)}|$ que se supone conocida.

Si los parámetros \hat{A} , L , que representan las ganancias del sistema (9), además de otra ganancia K son escogidas adecuadamente, un control virtual para (8) puede definirse como

$$u_v := K\sigma. \tag{11}$$

Nota Una manera de obtener éstas ganancias, de modo que el control sea efectivamente estabilizante y atenúe las perturbaciones, es usando la teoría de H_∞ . Para un tutorial general sobre H_∞ y en particular, los detalles sobre cómo calcular las ganancias, ver (Doyle *et al.*, 1989).

En presencia de ruido en la salida y , la salida del diferenciador se deteriora pero sigue ofreciendo la mejor diferenciación posible respecto al ruido. (Levant, 2003). Para un análisis más profundo del error del diferenciador (10) en presencia de ruido, ver (Angulo *et al.*, 2012a).

Con éste control el subsistema ξ será estabilizado y la perturbación no acoplada atenuada.

VI. DISEÑO DE LA SUPERFICIE DESLIZANTE

Recordemos que el control virtual fue definido como χ_1 , así que éste estado debe seguir al diseño de (11), por medio de χ_2 que es el estado donde se encuentra la entrada real de control. Para esto, una variable deslizante dinámica será diseñada tal que, cuando converja, el control $u_v = K\sigma$ sea alcanzado exactamente.

Proposición 3: Una superficie deslizante de grado relativo $r_s = 2$ para (5), que garantiza que el control $u_v = K\sigma$ sea alcanzado, es:

$$s = y - K(\beta - L\dot{y}). \tag{12}$$

Prueba En (8) el control virtual fue definido como $u_v := K\sigma$ y antes ya se había definido $u_v = y$, es decir que $y = K\sigma$. Una superficie deslizante de grado relativo 2 para (5) es (3), cuya segunda derivada es:

$$\ddot{s}_{r_2} = \alpha_1\xi + \alpha_2\chi_1 + \alpha_3\chi_2 + \alpha_4\beta + \epsilon_1w + \epsilon_2\dot{w} + b_2u,$$

donde

$$\begin{aligned}
\alpha_1 &= A_{31} + K\hat{A}LA_{31} + K\hat{A}LA_{31}A_{11} \\
\alpha_2 &= A_{32} + KLA_{31}A_{12} \\
\alpha_3 &= A_{33} + K\hat{A}^2L \\
\alpha_4 &= -K\hat{A}^2 \\
\epsilon_1 &= D_2 + KLA_{31}D_1 + K\hat{A}LD_2 \\
\epsilon_2 &= KLD_2.
\end{aligned}$$

VII. CONTROL POR MODOS DESLIZANTES DE SEGUNDO ORDEN

Una ley de control por modos deslizantes de segundo orden que hará a la variable s converger a cero en tiempo finito es:

$$u = \eta - k_1\text{signo}(s) - k_2\text{signo}(\dot{s}), \tag{13}$$

donde $\eta := -(\alpha_2\chi_1 + \alpha_3\chi_2 + \alpha_4\beta)$. Los valores k_1 y k_2 son ganancias constantes que deben ser escogidas adecuadamente. Una manera de elegir las, siempre que se cuente con una cota del estado ξ_1 , es usando la función de Lyapunov de (Moreno, 2012).

VIII. EJEMPLO NUMÉRICO

Considere el sistema

$$\begin{aligned}
\dot{z} &= Az + Bu + Dw \\
y &= Cz,
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\text{con } A = \begin{bmatrix} 4 & -3.5 & -9 \\ 2 & -4 & -5 \\ 4 & -2 & -8 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}, \\
C = [0 \quad 1 \quad 0] \text{ y } D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

El sistema (14) es controlable y observable. Una transformación que lleva al sistema (14) a su forma normal en casi-cascada es:

$$\begin{bmatrix} \xi \\ \chi \end{bmatrix} = Tz, \quad T = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -4 & -5 \end{bmatrix}.$$

Después de tal transformación, el sistema queda como:

$$\begin{aligned}
\dot{\xi} &= -2\xi + \chi_1 + w \\
\dot{\chi}_1 &= \chi_2 \\
\dot{\chi}_2 &= 4\xi - 5\chi_1 - 6\chi_2 + w + 4u \\
y &= \chi_1
\end{aligned}$$

Definiendo la salida virtual como $y_v = 4\xi + w$ y el control virtual como $u_v = \chi_1$, el sistema de orden reducido tiene la forma:

$$\begin{aligned}
\dot{\xi} &= -2\xi + u_v + 2w \\
y_v &= 4\xi + w.
\end{aligned}$$

Para atenuar la perturbación que afecta al sistema de orden reducido, el control virtual debe ser implementado como $u_v = K\sigma$, donde σ está definida como en (9). Los parámetros K , \hat{A} y L fueron obtenidos por medio de H_∞ y tienen los valores: $K = -0.226$, $\hat{A} = -6.451$ y $L = 2$. Éste controlador por H_∞ logra un valor de minimización $\gamma = 0.45$ donde $\|T_{Jw}\| < \gamma$ es la función de transferencia de la perturbación w que afecta al estado ξ y una función de penalización J que da pesos al estado ξ y al control virtual. Para éste ejemplo se dieron pesos iguales a ambas variables y J es definida como $J = \xi + u_v$.

Una superficie deslizante que asegura que el controlador H_∞ es alcanzado, es (3) y una ley de control que fuerza al estado de (14) a llegar a la

superficie es $u = \eta - k_1 \text{signo}(s) - k_2 \text{signo}(\dot{s})$, $\eta := -(-6.8\chi_1 - 24.78\hat{\chi}_2 - 9.4\beta)$.

La cota de la perturbación es $\|w\| = \|1 + 0.4 \sin(2t)\| \leq 1.5$ y de su derivada $\|\dot{w}\| \leq 1$.

Suponiendo un estado ξ_1 acotado por $\|\xi_1\| \leq 2$, las ganancias para el controlador (13), obtenidas por medio de la función de Lyapunov de (Moreno, 2012) son $k_1 = 53$ y $k_2 = 18$.

VIII-A. SIMULACIONES

Los datos obtenidos en la sección anterior fueron simulados con las condiciones iniciales $\xi(0) = 0.5$, $\chi_1(0) = 1$ y $\chi_2(0) = 1$.

También, para efectos de comparación, se simuló el mismo sistema controlado solamente por un H_∞ , sin la combinación con modos deslizantes.

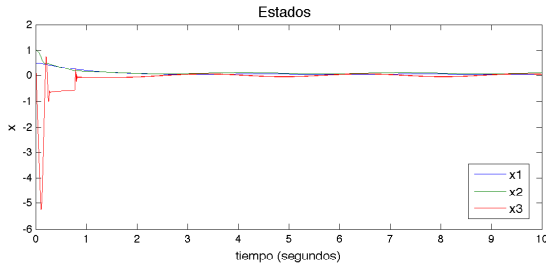


Figura 2. Estado

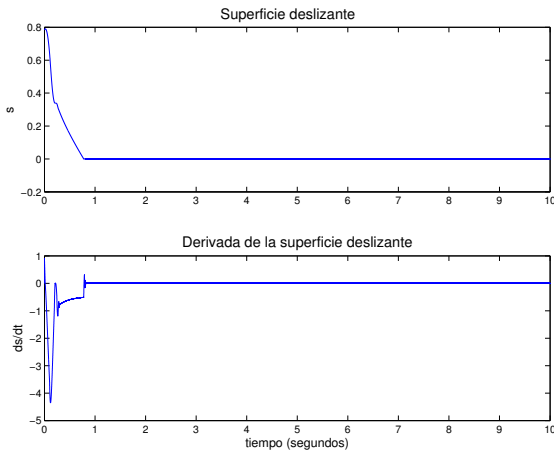


Figura 3. Superficie deslizante y su derivada

En la Figura 2 se puede ver el comportamiento de los estados de (14), donde las perturbaciones fueron atenuadas. Esto es más evidente en la figura 5, donde aparece, en la parte superior, un acercamiento de los estados de (14) con la estrategia de control descrita en éste artículo y, en la parte inferior, el resultado de emplear solamente un controlador por H_∞ . Allí puede apreciarse que la estrategia de modos deslizantes resulta en una mejor atenuación que aplicando CNCA 2013, Ensenada B.C. Octubre 16-18

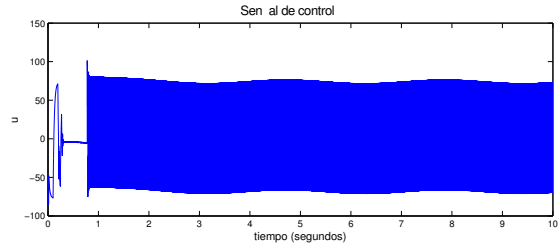


Figura 4. Señal de control

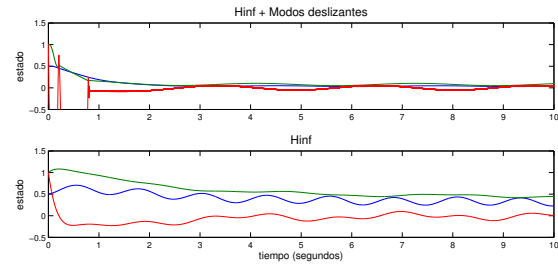


Figura 5. Modos deslizantes con H_∞ y H_∞ solamente

directamente un control por H_∞ . En las Figuras 3 y 4 se puede ver cómo tanto la superficie como su derivada convergen a cero, y la señal de control discontinuo que lo permite.

IX. CONCLUSIONES

La transformación que fue presentada al principio de éste trabajo es capaz de llevar a cualquier sistema lineal a su forma normal de cuasi-cascada, la cual es definida en la Sección III. Una vez que un sistema está en dicha forma, una perturbación no acoplada y acotada, con primer a derivada también acotada, puede ser atenuada con la metodología propuesta en éste artículo. Los resultados presentados en éste artículo son parte de un trabajo que se encuentra en desarrollo. Se planea presentar una generalización de los resultados aquí reportados, en el futuro.

X. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo recibido del CONACYT CVU 335111, CONACYT 132125 y PAPIIT 113613.

REFERENCIAS

Angulo, M. T., J.A. Moreno y L. Fridman (2012a). The differentiation error of noisy signals using the generalized super-twisting differentiator. En: *Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on*. pp. 7383–7388.

Angulo, M. T., L. Fridman y A. Levant (2012b). Output-feedback finite-time stabilization of disturbed lti systems. *Automatica* **48**(4), 606 – 611.

Bag, S.K., S.K. Spurgeon y C. Edwards (1997). Output feedback sliding mode design for linear uncertain systems. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -* **144**(3), 209–216.

Castañón, F. y L. Fridman (2011). Dynamic switching surfaces for output sliding mode control: An h_∞ approach. *Automatica* **47**(9), 1957 – 1961.

Doyle, J.C., K. Glover, P.P. Khargonekar y B.A. Francis (1989). State-space solutions to standard h_2 and h_∞ control problems. *IEEE Transactions on Automatic Control* **34**(8), 831–847.

Isidori, A. (1995). *Nonlinear Control Systems*. número v. 1 En: *Communications and Control Engineering*. Springer.

- Kimura, H. (1975). Pole assignment by gain output feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control* **20**(4), 509–516.
- Levant, A. (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control* **76**(9-10), 924–941.
- Moreno, J.A. (2012). A lyapunov approach to output feedback control using second-order sliding modes. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*.
- Orlov, Y.V. (2009). *Discontinuous Systems : Lyapunov Analysis and Robust Synthesis under Uncertainty Conditions*. Springer London.
- Santiesteban, R., L. Fridman y J.A. Moreno (2010). Finite-time convergence analysis for twisting controller via a strict lyapunov function. En: *Variable Structure Systems (VSS), 2010 11th International Workshop on*. pp. 1–6.