Departamento de Control Automático

Opción en Matemáticas

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.

31 de agosto de 2004

México, D. F.

Contenido

1 Introducción

El Departamento de Control Automático del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional se fundó en septiembre en 1999 después de separarse del Departamento de Ingeniería Eléctrica del mismo Centro, del cual formaba parte como la Sección de Control Automático. Sus posgrados de Maestría y Doctorado están en el padrón de excelencia del CONACyT, siendo éste último el único posgrado reconocido como de Nivel Internacional entre todas las escuelas de Ingeniería del país.

Los diez principales objetivos del Departamento de Control Automático son:

- Lograr un departamento altamente competente y por ende competitivo;
- lograr un departamento de clase mundial;
- aprovechar la oportunidad de innovar;
- incidir positivamente en el entorno social;
- mantener el liderazgo académico y científico a nivel nacional en el área;
- generar y difundir los conocimientos de las áreas de competencia;
- incrementar la calidad y cantidad de la producción científica;
- mantener vigentes los programas de posgrado;
- formar líderes en la investigación, en el desarrollo tecnológico y en la educación;
- apoyar a las instituciones nacionales.

Por otro lado, una de las metas del Departamento de Control Automático es la creación de nuevas opciones dentro de sus programas de posgrado. En base a lo anterior, en julio de 2004 el Colegio de Profesores del Departamento de Control Automático decidió iniciar la opción en **Matemáticas** dentro de sus posgrados, tanto de Maestría como de Doctorado.

En este breve folleto se exponen los requisitos académicos para los estudiantes de Maestría en esta opción.

2 Cursos Propedéuticos

Como cualquier otro aspirante a ingresar al Departamento de Control Automático, se deben aprobar tres exámenes de admisión. Uno en Álgebra Lineal, otro más en Análisis Real (cálculo de una variable) y finalmente un tercero en Control Clásico. El Departamento ofrece cada año durante los meses de mayo y junio de cada año los cursos propedéuticos para que el aspirante prepare sus exámenes de admisión. Estos cursos tienen una duración de 7 semanas (35 horas) cada uno.

No es obligatorio llevar los cursos propedéuticos pero son recomendables, particularmente el curso de Control Clásico para los aspirantes en la opción en matemáticas.

3 Maestría opción en Matemáticas

3.1 Requisitos de admisión

Para la admisión se requiere ser pasante en una licenciatura en Matemáticas, Física, Ingeniería o alguna rama afín. Así mismo se requiere aprobar los tres exámenes admisión sobre Control Clásico, Álgebra Lineal y Análisis Real. Los exámenes de admisión se realizan una vez al año, usualmente al principio del mes de julio.

3.2 Tutor

Una vez admitido al programa de maestría, a cada alumno se le asignará un tutor el cual tiene como función primordial orientar al estudiante en sus estudios. Una vez que el alumno tenga un asesor de tesis, éste último tendrá también el papel de tutor.

3.3 Cursos

los alumnos aceptados en la opción de matemáticas, deberán cursar:

- 3 cursos de Teoría de Control, los cuales se ofrecen durante los 3 cuatrimestres del primer año.
- El curso de "Temas de Investigación en el Departamento de Control Automático" el cual es ofrecido durante el tercer cuatrimestre del primer año.
- 3 cursos básicos de la opción de matemáticas, los cuales serán seleccionados de entre los 5 siguientes:

  Álgebra

  Análisis Real

  Topología

  Análisis Complejo

  Ecuaciones Diferenciales Ordinarias.

  Estos cursos deberán ser aprobados durante el primer año de la maestría.

- 3 cursos avanzados de la opción en matemáticas. Entre los cursos que se ofrecen están:

  Cálculo estocástico

  Cálculo anticipante

  Ecuaciones de evolución en espacios de dimensión infinita

  Probabilidad

  Matematicas financieras

  Campos locales

  Introducción a la teoría de números

  Campos de clase

  Campos de funciones algebraicas

  Campos ciclotómicos

  Topología y geometría para imágenes digitales

  Modelos combinatorios y topológicos de imágenes digitales

  Temas de matemáticas aplicadas

  Temas de análisis numérico

  Temas de ecuaciones diferenciales parciales

3.4 Requisitos para la obtención del grado

- Aprobar los 10 cursos descritos en el apartado anterior.
- Se debe desarrollar un tema de tesis, mismo que podrá empezar en cualquier momento durante su segundo año de estancia en el departamento.

La duración máxima de los estudios es de 32 meses.

La defensa de tesis deberá ser al finalizar el segundo año de estudios de maestría. Si por alguna causa de fuerza mayor necesita una extensión de tiempo, deberá solicitarla al coordinador académico el cual podá otorgarla por un cuatrimestre más. Si después de esta extensión, el alumno no ha terminado su trabajo de tesis, podrá, como un último recurso solicitar al coordinador académico una segunda y última extensión por un período de un cuatrimestre más, siempre y cuando esta solicitud sea avalada por el director de tesis. Si después de este período el trabajo de tesis no está terminado, el alumno causará baja definitiva del Departamento.

4 Doctorado

Todas las directivas generales del programa de doctorado del Departamento son aplicables a los estudiantes que elijan el doctorado con opción en Matemáticas.

5 Calificaciones

Las calificaciones se ajustan a las directivas del Centro. Una calificación de menos de siete en cualquier curso causa baja definitiva del Centro.

6 Director de Tesis

El director de tesis es asignado de acuerdo a las políticas generales del Departamento de Control Automático.

7 Calendario

Cada año lectivo consta de 3 cuatrimestres. El primero empieza durante el mes de septiembre, el segundo en el mes de enero y finalmente el tercero en el mes de mayo.

8 Fechas

Entrega de solicitudes:
Fines de junio.

Cursos Propedéuticos:
Mayo y junio.

Exámenes de admisión:
Primera semana de julio.

Cutrimestres:
Primer cuatrimestre: septiembre-diciembre
Segundo cuatrimestre: enero-abril
Tercer cuatrimestre: mayo-agosto

Fechas límites para entrega de la documentación completa para cada cuatrimestre: (sólo de doctorado)
15 de julio / 15 de noviembre / 15 de marzo.

9 Personal Académico

Actualmente, el Departamento cuenta con 5 académicos en la opción de Matemáticas.

- **Jorge León**. Probabilidad, ecuaciones estocásticas, matemáticas financieras.
- **Martha Rzedowski**. Teoría algebraica de números.

- **Cristóbal Vargas**. Anális numérico, ecuaciones diferenciales.
- **Gabriel Villa**. Teoría algebraica de números.
- **Petra Wiederhold**. Topología de conjuntos y topología de imágenes.

10 Dirección

Dirección

Departamento de Control Automático
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
Avenida Instituto Politécnico Nacional 2508
Colonia San José Ticomán
07340 México, D. F.

Dirección Postal

Departamento de Control Automático
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del I.P.N.
Apartado Postal 14-740
07000 México, D. F.

Correo Electrónico

rguerra@ctrl.cinvestav.mx

Dirección en la red

http://www.ctrl.cinvestav.mx/

Fax

55-57477089

Teléfono

55-50613795

11 Programas de los cursos de maestría

Todos los cursos básicos tienen una duración de 15 semanas con 4 horas semanales, dando un total de 60 horas.

Los contenidos programáticos de los cursos básicos de la opción en matemáticas son los siguientes.

11.1 Álgebra

1.- **Grupos.** (20 horas)

1.1).- Grupos, subgrupos, clases laterales izquierdas y derechas, teorema de Lagrange. Grupos abelianos, grupos cíclicos. Subgrupos normales.

1.2).- Homomorfismos e isomorfismos. Teoremas fundamentales de homomorfismos. Grupo de automorfismos de un grupo.

1.3).- Acción de un grupo sobre un conjunto o sobre otro grupo, estabilizador, órbita. Ecuación de clases. Conjugación. Teoremas de Cauchy y de Cayley.

1.4).- Grupos de permutaciones. Grupo simétrico y grupo alternante, simplicidad del grupo alternante A_n para $n \geq 5$.

1.5).- Teoremas de Sylow y algunas aplicaciones.

1.6).- Producto directo y producto semidirecto de grupos. Grupo holomorfo de un grupo dado.

1.7).- Grupos abelianos libres. Grupos abelianos finitamente generados. Descomposición.

1.8).- Grupos solubles y grupos nilpotentes.

1.9).- Series de composición de grupos finitos. Unicidad.

1.10).- Grupos libres, generadores y relaciones.

2.- **Anillos.** (15 horas)

2.1).- Anillos, ideales derechos, izquierdos y bilaterales. Subanillos. Característica de un anillo.

2.2).- Homomorfismos de anillos y teoremas fundamentales.

2.3).- Anillos conmutativos. Anillos con identidad. Dominios enteros. Ideales maximales, ideales primos. Conjuntos multiplicativos y localización de anillos. Campo de cocientes de un dominio entero.

2.4).- Dominios euclidianos, dominios de ideales principales (DIP) y dominios de factorización única (DFU).

2.5).- Anillos de polinomios. Polinomios irreducibles, lema de Gauss, polinomios de varias variables.

2.6).- Módulos sobre un anillo conmutativo. Módulos y anillos noetherianos. Teorema de la base de Hilbert.

3.- **Campos.** (15 horas)

3.1).- Extensión de campos. Extensiones algebraicas. Extensiones normales. Extensiones algebraicas separables.

3.2).- Campos de característica positiva. Inseparabilidad. Extensiones puramente inseparables.

3.3).- Teorema del elemento primitivo. Cerradura algebraica de un campo.

3.4).- Introducción a la Teoría de Galois. Automorfismos de campos y extensiones de Galois. Teorema Fundamental de la Teoría de Galois.

3.5).- Campos finitos. Unicidad de los campos finitos. Raíces n-ésimas de la unidad. Campos ciclotómicos. Aplicaciones de los campos ciclotómicos a la teoría de números (teorema de Dirichlet).

3.6).- Solubilidad por medio de radicales. Constructibilidad con regla y compás.

4.- **Módulos y Álgebra Lineal.** (10 horas)

4.1).- Módulos libres. Teorema de estructura de los módulos finitamente generados sobre un DIP.

4.2).- Valores y vectores propios. Teorema de Cayley-Hamilton.

4.3).- Formas canónicas: Jordan, racional.

4.4).- Formas simétricas, bilineales y cuadráticas. Formas bilineales no degeneradas y productos internos.

Referencias

1.- ARTIN, EMIL, *Galois Theory*, Notre Dame Mathematical Lectures, 2, 1942.

2.- BOURBAKI, NICOLAS, *Algebra I & II*, Springer-Verlag, 1989 & 2003.

3.- DUMMIT, DAVID S. & FOOTE, RICHARD M., *Abstract Algebra*, third edition, Wiley, 2004.

4.- HARTLEY, BRIAN & HAWKES, TREVOR, *Rings, Modules and Linear Algebra*, Chapman and Hall, 1976.

5.- HERSTEIN, ISRAEL N., *Topics in Algebra*, second edition, Wiley, 1975.

6.- HUNGERFORD, THOMAS W., *Algebra*, **GTM 73**, Springer-Verlag, 1974.

7.- JACOBSON, NATHAN, *Basic Algebra I & II*, Freeman, 1974 & 1980.

8.- JACOBSON, NATHAN, *Lectures in Abstract Algebra*, Springer-Verlag, 1975.

9.- LANG, SERGE, *Algebra*, third edition, Addison-Wesley, 1993.

10.- ROTMAN, JOSEPH J., *An Introduction to the Theory of Groups*, fourth edition, Springer-Verlag, **GTM 148**, 1995.

11.- STEWART, IAN, *Galois Theory*, third edition, Chapman and Hall, 2004.

12.- VAN DER WAERDEN, BARTEL L., *Algebra 1 & 2*, Ungar, 1970.

13.- VARGAS, JOSÉ A., *Álgebra Abstracta*, Limusa, 1986.

11.2 Análisis Real

1.- **Introducción.** (10 horas)

- 1.1).- La recta real.
  - 1.1.1).- Los abiertos de la recta.
  - 1.1.2).- El teorema de Baire.
- 1.2).- Funciones de variación acotada (va).
- 1.3).- Integral de Riemann-Stieltjes.
  - 1.3.1).- Integración con respecto a funciones de va.
  - 1.3.2).- Integrabilidad de Riemann.

2.- **Teoría de la medida.** (10 horas)

- 2.1).- Clases de conjuntos.
- 2.2).- Funciones medibles.
- 2.3).- Medidas.
- 2.4).- Medidas exteriores.

3.- **La integral.** (15 horas)

- 3.1).- Integral de Lebesgue.
- 3.2).- Producto de medidas y teorema de Fubini.
- 3.3).- Integral de Lebesgue en $\mathbb{R}^n$.
- 3.4).- Medidas de Radon.
- 3.5).- Intoducción de espacios topológicos.
  - 3.5.1).- Espacios localmente compactos.

4.- **Diferenciación.** (10 horas)

- 4.1).- Medidas con signo.
  - 4.1.1).- Descomposiciones de Hahn y variación de una medida.
  - 4.1.2).- Teorema de Radon-Nikodym.
  - 4.1.3).- Descomposición de Lebesgue.
- 4.2).- Diferenciación de integrales.
- 4.3).- Funciones convexas.

5.- **Espacios de funciones** (15 horas)

- 5.1).- Los espacios L^p.
- 5.2).- Duales de los espacios L^p.
- 5.3).- Operadores acotados en L^p.

5.4).- Diferentes tipos de convergencia.

Referencias

1.- R.G. Bartle, *The Elements of Real Analysis*, 1964.

2.- J. Cerda, *Análisis Real*, 2000.

3.- R.M. Dudley, *Real Analysis and Probability*, 1989.

4.- E. Hewitt y K.R. Stromberg, *Real and Abstract Analysis: A Moderm Treatment of the Theory of Functions of a Real Variable*, 1975.

5.- H.L. Royden, *Real Analysis*, 1968.

11.3 Topología

1.- **Conceptos básicos.** (16 horas)

1.1).- Espacio topológico, vecindad, cerrado y abierto, cerradura e interior, frontera, punto de acumulación.

1.2).- Generación y comparación de topologías.

1.3).- Espacio métrico.

1.4).- Subespacio, topología relativa.

1.5).- Base, sub-base.

1.6).- Axiomas primero y segundo de numerabilidad.

1.7).- Conjuntos densos, conjuntos densos en ninguna parte, espacio separable, espacio de Lindelöf.

1.8).- Conectividad, conectividad por caminos, conectividad local, componentes.

1.9).- Propiedades topológicas del espacio Euclidiano $\mathbb{R}^n$.

1.10).- Otros ejemplos de espacios topológicos.

2.- **Funciones continuas y funciones topológicas.** (8 horas)

2.1).- Definiciones equivalentes de continuidad.

2.2).- Propiedades invariantes bajo funciones continuas.

2.3).- Homeomorfismos, espacios homeomorfos, propiedades topológicas.

3.- **Axiomas de separabilidad.** (6 horas)

3.1).- Definiciones equivalentes de continuidad.

3.2).- Propiedades invariantes bajo funciones continuas.

3.3).- Homeomorfismos, espacios homeomorfos, propiedades topológicas.

4.- **Compacidad.** (10 horas)

4.1).- Espacios compactos, formulaciones equivalentes.

4.2).- Compacidad local, compacidad numerable, compacidad por sucesiones.

4.3).- Equivalencia de estos conceptos para espacios métricos, teorema de Heine-Borel, teorema de Cantor.

4.4).- Compactificación unipuntual.

5.- **Producto y cociente de espacios topológicos.** (6 horas)

5.1).- Topología producto.

5.2).- Invariancia de la compacidad (y de otras propiedades) bajo productos.

5.3).- Identificaciones, topología cociente.

6.- **Espacios métricos.** (10 horas)

6.1).- Ejemplos de métricas, equivalencia de métricas.

6.2).- Distancia entre conjuntos, diámetro, ejemplos en espacios compactos.

6.3).- Propiedades topológicas de espacios métricos.

6.4).- Producto de espacios métricos, ejemplos en $\mathbb{R}^n$ y el cubo de Hilbert.

6.5).- Espacios completos, completación.

6.6).- Teorema de metrización de Urysohn.

6.7).- Convergencia en espacios métricos.

6.8).- Continuidad uniforme.

6.9).- Espacios de funciones continuas.

7.- **Espacios paracompactos.** (4 horas)

7.1).- Propiedades de separación.

7.2).- Particiones de la unidad.

7.3).- Paracompacidad en espacios métricos.

Referencias

1.- R. Engelking, *General Topology*, Sigma Series in Pure Mathematics, Vol. 4, Heldermann Verlag, Berlin 1989.

2.- R. Engelking, *Topology - A Geometrical Viewpoint*, Sigma Series in Pure Mathematics, Vol. 6, Heldermann Verlag, Berlin 1992.

3.- J. G. Hocking & G. S. Young, *Topology*, Dover Publications, Inc., New York, 1961.

4.- K. Jönich, *Topologie*, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1996.

5.- J. Munkres, *Topology*, 2nd edition, Prentice Hall, NJ, U.S.A., 2000.

6.- W. Rinow, *Lehrbuch der Topologie*, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1975.

7.- S. Willard, *General Topology*, Addison Wesley Publ. Company, U.S.A., 1970.

11.4 Ecuaciones Diferenciales

1.- **Existencia y unicidad de soluciones.** (10 horas)

2.- **Dependencia de la solución de parámetros y condiciones iniciales.** (10 horas)

3.- **Extensión de soluciones. Ecuaciones diferenciales lineales.** (10 horas)

4.- **Sistemas lineales con coeficientes constantes y periodicos.** (10 horas)

5.- **Teoremas de oscilación y de comparación. Estabilidad.** (10 horas)

6.- **Sistemas autónomos. Teorema de Poincare-Bendixon.** (10 horas)

Referencias

1.- R. Bellman, *Stability Theory of Differential Equations*, Dover.

2.- G. Birkhoff & G.C. Rota, *Ordinary Differential Equations*, 4ta. edicion, Wiley.

3.- W. E. Boyce & R.C. DiPrima, *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera*, 4a edición, Limusa.

4.- E.A. Coddington & N. Levinson, *Theory of Ordinary Differential Equations*, MacGraw-Hill.

5.- C. Corduneanu, *Differential and Integral Equations*, Chelsea.

6.- C. Chicone, *Ordinary Differential Equations with Applications*, Springer-Verlag.

7.- R. Grinshaw, *Nonlinear Ordinary Differential Equations*, Blackwell Scientific Publications.

8.- J. K. Hale, *Ordinary Differential Equations*, Wiley.

9.- C. Imaz & Z. Vorel, *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*, Limusa.

10.- J. La Salle & S. Lefschetz, *Stability by Lyapunov's Direct Method with Applications*, Academic Press.

11.- I. G. Petrovski, *Ordinary Differential Equations*, Dover.

12.- L. S. Pontriaguin, *Ecuaciones Diferenciales Ordinarias*, Aguilar.

13.- R. A. Struble, *Nonlinear Differential Equations*, McGraw Hill.

11.5 Análisis Complejo

1.- **Números complejos y funciones.** (10 horas)

1.1).- Campo de los números complejos.

1.2).- Topología de $\mathbb{C}$, compacidad, conexidad. Funciones continuas. Proyección estereográfica y esfera de Riemann.

1.3).- Sucesiones y series. Criterios de D'alambert, Cauchy, convergencia absoluta, criterio M de Weierstrass.

1.4).- Transformadas de Möbius: propiedad conforme, razón cruzada, simetría.

2.- **Funciones holomorfas y analíticas.** (15 horas)

2.1).- Diferenciación compleja versus diferenciación real. Ecuaciones de Cauchy Riemann.

2.2).- Funciones armónicas y armónicas conjugadas.

2.3).- Series de potencias, radio de convergencia, Teorema de Cauchy-Hadamard, series de potencias para las funciones seno, coseno, exponencial, etc.

2.4).- Conformidad de las funciones holomorfas.

2.5).- Derivadas de series de potencias.

3.- **Integral de línea y tipo Cauchy.** (20 horas)

3.1).- Integración compleja. Integral de línea, longitud de curvas. Curvas homotópicas. Conjuntos simplemente conexos. Función logaritmo.

3.2).- Integrales tipo Cauchy. Índice de una curva alrededor de un punto.

3.3).- Teorema de Cauchy-Goursat. Teoremas integrales de Cauchy para conjuntos convexos. Teoremas integrales de Cauchy. Fórmulas integrales de Cauchy.

3.4).- Desigualdades de Cauchy. Holomorfía y analiticidad.

3.5).- Primitivas de funciones holomorfas. Funciones enteras y meromorfas.

3.6).- Teoremas de Morera, Liouville, Fundamental del Álgebra, Unicidad, del Mapeo Abierto, Principio del Módulo Máximo, Lema de Schwarz.

4.- **Series de Laurent, residuos y singularidades.** (15 horas)

4.1).- Ceros y singularidades aisladas: singularidades removibles, polos y singularidades esenciales. Teorema de Casorati-Weierstrass.

4.2).- Series de Laurent. Residuos.

4.3).- Teoremas del Residuo, del Argumento y de Rouché.

4.4).- Cálculo de integrales reales.

4.5).- Funciones racionales y caracterización de las funciones meromorfas en la esfera de Riemann. Descomposición de las funciones racionales en fracciones parciales.

Referencias

1.- Ahlfors, Lars V., *Complex Analysis*, McGraw-Hill, 1966.

2.- Cartan, Henri, *Elementary Theory of Analytic Functions of One or Several Complex Variables*, Addison-Wesley, 1973.

3.- Conway, John B., *Functions of One Complex Variable*, Springer-Verlag, 1975.

4.- Churchil, Ruel V; Brown, James W. y Verhey, Roger F., *Complex Variables and Applications*, MacGraw-Hill, 1974.

5.- Markushevich, A., *Teoría de las Funciones Analíticas*, Mir, 1970.

6.- Rudin, Walter, *Real and Complex Analysis*, McGraw-Hill, 1974.

7.- Volkovyski, L.I.; Lunts, G.L. y Aramanovich, I.G., *Problemas sobre la Teoría de Funciones de Variable Compleja*, Mir, 1972.

12 Cursos de Control Automático

12.1 Teoria de Control: Análisis de Sistemas

1.- **Descripción de Sistemas y Señales. (16 horas)**

1.1).- Señales. (2 horas)

Señales en tiempo continuo y discreto.

Ecuaciones de estado. Lineales y no lineales. Continuas y discretas.

Sistemas dinámicos descritos por ecuaciones diferenciales (o de diferencias) que dependen de variables de estado, entradas y perturbaciones.

1.2).- Análisis en el dominio del tiempo. (8 horas)

1.2.1).- Ecuaciones diferenciales. (4 horas)
Existencia y unicidad. (solo mencionarlo).
Solución del caso lineal variante en el tiempo.
Matriz de transición de estados.
Matriz exponencial. Propiedades.
Valores característicos de la matriz A y modos.
Propiedad de descomposición de la respuesta en 2 términos.

1.2.2).- Ecuaciones en diferencias (4 horas).
Solución del caso lineal variante en el tiempo.
Matriz de transición de estados discreta. Propiedades.
Caso invariante en el tiempo. Propiedades.
Propiedad de descomposición de la respuesta en 2 términos.
Modos.

1.3).- Descripción en el dominio de la frecuencia. (8 horas)

1.3.1).- Matriz de transferencia de sistemas continuos y sus propiedades.

Forma racional propia de las componentes de la matriz de transferencia

Toda raiz de los denominadores son valores propios de la matriz A.

Invariancia de la matriz de transferencia con respecto a transformación de similitud.

1.3.2).- Matrices de transferencia de Sistemas discretos.

1.3.3).- Matrices de transferencia y sus propiedades.
Forma de Smith Mc-Millan
Polos y ceros (transmisión) de matrices de transferencia.
Relación entre un sistema LTI representado en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.
Cambio de base en el dominio del tiempo deja invariable la matriz de transferencia continuo y discreto.

2.- **Controlabilidad, Observabilidad y Dualidad. (12 horas)**

Controlabilidad. Definición.

2.1).- Sistemas continuos LTV. (6 horas)

2.1.1).- Controlabilidad.
Definición.
Sistemas continuos LTV: Criterios:
Renglones de un operador linealmente independientes.
Grammiano de controlabilidad.
Sistemas invariantes en el tiempo:
Rango de la matriz de controlabilidad de Kalman.
PBH.
Renglones de un operador sean linealmente independientes.

2.1.2).- Observabilidad.
Definición.
Sistemas continuos LTV: Criterios:
Columnas de un operador linealmente independientes.
Grammiano de observabilidad.
Dualidad. Sistema dual. Verificación que Controlabilidad (Sist. Original) es equivalente a Observabilidad (Sist. dual) y Observ(Sist. original) es equivalente Control(Sist. dual).

2.2).- Sistemas discretos. (2 horas)

2.2.1).- Alcanzabilidad.
Alcanzabilidad implica controlabilidad pero no el converso. LTV. Criterios:
Grammiano de controlabilidad.
Sistemas "shift invariant".
Renglones de un operador linealmente independientes.
Rango de la matriz de alcanzabilidad de Kalman.
PBH.
Renglones de un operador en el dominio de la frecuencia sean linealmente independientes.

2.2.2).- Observabilidad.

2.3).- Descomposición canónica de Kalman, (4 horas)

Descomposición canónica controlable

Descomposición canónica observable.

Teorema de descomposición de Kalman.

3.- **Teoría de realizaciones. (6 horas)**

3.1).- Problema de realización.

Parámetros de Markov. Invariancia de los parámetros con respecto a cambio de coordenadas.

Planteamiento general del problema de realización

Definición de realización y realización mínima de una función de transferencia

3.2).- Construcción de una Realización.

Una matriz de transferencia admite una realización si y solo si es racional propia.

Prueba de que toda realización es mínima si y solo si es controlable y observable

Realizaciones controlable, observable y diagonal (Jordan).

Teorema de construcción de una realización mínima.

3.3).- Discusión de la realización de una secuencia de parámetros de Markov.

4.- **Estabilidad. (20 horas)**

4.1).- Conceptos y teoremas básicos. (6 horas)

Estabilidad de solución nominal: definición.

Cambio de variables, solución trivial.

Lema de equivalencia.

Funciones de Lyapunov: definiciones y ejemplos.

Condiciones suficientes de estabilidad.

Calculo del valor delta.

Condiciones de estabilidad uniforme.

Estabilidad asintótica: definición.

Condiciones suficientes de estabilidad.

Interpretación geométrica.

Teorema (Barbashin-Krasovskii-La Salle).

4.2).- Teoremas básicos para el caso de sistemas discretos. (2 horas)

Sistemas discretos: definiciones.

Teoremas básicos.

4.3).- Estabilidad de sistemas lineales (sistemas variantes en el tiempo). (3 horas)

Funciones cuadráticas de Lyapunov.

Ecuación matricial diferencial de Lyapunov (casos continuo y discreto).

Estabilidad exponencial: definición, criterio.

Calculo de cotas exponenciales.

4.4).- Dominio de atracción. (2 horas)

Definición, estabilidad global.

Estimación del dominio de atracción.

Condiciones de estabilidad global.

4.5).- Sistemas lineales (invariantes en el tiempo). (7 horas)
Criterios básicos (caso continuo y discreto).
Polinomios de Hurwitz y de Schur.
Curva de Mikhailov, Teorema (Hermite-Biehler).
El método de D-particiones.
Matriz de transferencia: criterio de estabilidad.

5.- **Estabilidad robusta. (6 horas)**

Estabilidad Absoluta. (3 horas)

Estabilidad cuadrática. (1 hora)

Principio de exclusión del cero y Teorema de Kharitonov. (2 horas)

Referencias

1.- Barmish, B. R., *New Tools for Robustness of Linear Systems*, New York, NY:Macmillan Pub. Co., 1994.

2.- Chen, C. T., *Linear System Theory and Design*, 3rd Ed. New York, Oxford University Press, 1999.

3.- Khalil, H. K., *Nonlinear Systems*, 3rd. Ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002.

4.- Kailath, T., *Linear Systems*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1980.

5.- Kwakernaak, H. and R. Sivan., *Modern Signals and Systems*, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1991.

6.- Rugh, J. W., *Linear System Theory*, 2nd Ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.

7.- Sastry, S., *Nonlinear Systems: Analysis, Stability and Control.* New York, NJ: Springer-Verlag, 1999.

12.2 Teoría de Control: Estabilización y control óptimo.

6.- **Interconexión de sistemas.** (6 horas)

6.1).- Interconexión de dos sistemas.
Tipos de conecciones (en serie, en paralelo, en retroalimentación).
Concepto de conexión "bien planteada".

6.2).- Propiedades de sistemas interconectados: caso lineal.
Estabilidad, controlabilidad, observabilidad.

6.3).- Matriz de transferencia de sistemas interconectados.

7.- **Estabilización.** (20 horas)

7.1).- Formulación del problema. (1 hora)

7.2).- Estabilización por retroalimentación estática. (7 horas)

7.2.1).- Estabilización por retroalimentación estática de estado. (5 horas)
Caracterización de los sistemas estabilizables.
Asignación de modos.
Resultados para el caso discreto.

7.2.2).- Estabilización por retroalimentación estática de salida. (2 horas)
Ejemplos y comentarios (problema en general sigue ser abierto).

7.3).- Estabilización por retroalimentación dinámica. (2 horas)
Controladores dinámicos.
Sistema en lazo cerrado.
Condiciones de estabilización.
Resultados para el caso discreto.

7.4).- Estabilización por medio de estimación del estado. (4)
Observadores de Luenberger de orden completo.
Ecuación del error.
Factorización del polinomio característico en lazo cerrado.
Condiciones de estabilización.
Asignación de modos.
Resultados para el caso discreto.

7.5).- Estabilización local. (2)
Sistemas cuasi-lineales.
Estabilización por medio de controles lineales.
Resultados para el caso discreto.

7.6).- Estabilización por linealización exacta. (2 horas)
Metodología para el caso lineal.
Linealización exacta, caso no lineal (una entrada - una salida).

7.7).- Estabilización por el medio de funciones de Lyapunov. (2 horas)
Funciones de Lyapunov y su derivada.
Construcción de controladores estabilizantes.
Resultados para el caso discreto.

7.8).- Teorema de pequeñas ganancias. (6 horas)
Teorema de pequeñas ganancias: caso lineal.
Teorema de pequeñas ganancias: caso no lineal.

8.- **Control óptimo.** (30 horas)

8.1).- Introducción. (1 hora)

8.2).- Condiciones necesarias. (15 horas)
Control admisible, restricciones.
Indice de desempeño (Mayer, sin restricciones).
Formulación del problema.
Hamiltoniano y variables adjuntas.
Variaciones (de control, de trayectoria y de funcional).
Principio de Pontryagin.
Otros índices de desempeño (Bolza, Lagrange, tiempo final variable).

9.- **Condiciones suficientes.** (4 horas)

Indice de desempeño como función del estado inicial (local).

Minimización de la derivada del nuevo índice.

Ecuación de Bellman.

Condiciones suficientes.

10.- **Regulador lineal cuadrático.** (4 horas)

Aplicación del principio de Pontryagin y de condiciones suficientes.

Ecuación matricial de Riccati y sus soluciónes.

11.- **Problema de tiempo mínimo.** (2 horas)

12.- **Control óptimo para sistemas de tiempo discreto.** (4 horas)

Condiciones necesarias.

Regulador lineal cuadrático para sistemas discretos.

Ecuación de Riccati para sistemas discretos.

Referencias

1.- Chen, C.T., *Linear System Theory and Design*, 3rd Ed., New York: Oxford University Press, 1999.

2.- Rugh, J.W., *Linear System Theory*, 2nd Ed., Upper saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.

3.- Khalil, H.K., *Nonlinear Systems.* 3nd Ed., Upper saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.

4.- Sastry, S., *Nonlinear Systems: Analysis, Stability and Control.* New York, NJ: Springer-Verlag, 1999.

5.- Sage, A.P., White, C.C., *Optimum Systems Control.* 2nd Ed., New Jersey: Prentice-Hall, 1977.

6.- Kirk, D.E., *Optimal Control Theory: an Introduction*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1970.

7.- Hocking, L.M., *Optimal Control, An Introduction to the Theory with Applications*, 2nd Ed., Oxford: Clarenton Press, 1997.

12.3 Teoría de Control: Adaptación y Control Robusto.

13.- Tema: **Identificación de Sistemas y Control Adaptable.** (20 horas)

13.1).- Estimación de parámetros. (8 horas)

13.1.1).- Formulación del Problema. (2 horas)
Definición de estimación de parámetros para un horizonte de observación finito e infinito (tiempo continuo y discreto).

13.1.2).- Estimación de parámetros para Sistemas Lineales respecto a parámetros invariantes en el tiempo. (3 horas)
Método de Mínimos Cuadrados (Tiempo Discreto).

13.1.3).- Estimación de parámetros variantes en el tiempo. (3 horas)
Filtraje del sistema extendido.
Factor de olvido.

13.2).- Control adaptable. (12 horas)

13.2.1).- Control adaptable (tiempo discreto). (6 horas)
Control adaptable directo e Indirecto.
Excitación persistente.
Lema de representación espectral (tiempo y frecuencia).
Teoremas de convergencia.

13.2.2).- Control adaptable (tiempo continuo). (6 horas)
Control adaptable de modelo de referencia (MRAC);
Control Adaptable por asignación de polos, Prueba de estabilidad;
Control Adaptable basado en Pasividad.
Lema de estabilidad exponencial del error de adaptación.

14.- **Control Robusto** $\mathbb{H}_2/\mathbb{H}_\infty$. (38 horas)

14.1).- Rechazo óptimo de perturbaciones.
Formulación del problema de rechazo óptimo de perturbaciones L_2 y su equivalencia con la minimización de una norma $\mathbb{RH}_\infty$. (2 horas)

14.2).- Preliminares Matemáticos.
Espacios de Hardy $\mathbb{RH}_2$ y $\mathbb{RH}_\infty$. (2 horas)
Descomposición en valores singulares, SVD (2 horas)
Cálculo de las normas (ganancias) en $\mathbb{RH}_2$ y $\mathbb{RH}_\infty$. Operador de Hankel. (2 horas)

14.3).- Factorizaciones Coprimas en $\mathbb{RH}_\infty$.
Fórmulas para calcularlas (4 horas)
Parametrización de Youla basada en factorizaciones coprimas en $\mathbb{RH}_\infty$. (2 horas)
Factorizaciones espectral y el problema de optimización$\mathbb{RH}_2$. (4 horas)

Factorizacion "Inner-Outer" y el problema de optimización $\mathbb{RH}_\infty$. Problema de Nehari y solución por la fórmula de Adamjan-Arov-Krein (4 horas)

Modelos con incertidumbre no-estructurada. Uncertidumbre aditiva, multiplicativa e incertidumbre en los factores coprimos. (2 horas)

14.4).- Solución del problema $\mathbb{RH}_\infty$ y sus relaciones con $\mathbb{RH}_2$.

Solución al problema de optimización $\mathbb{RH}_\infty$. Caso de información completa o retroalimentación de estado (4 horas)

Solución al problema de optimización $\mathbb{RH}_\infty$. Caso de retroalimentación de salida (4 horas)

14.5).- Extensiones.

Relación entre el problema de optimización $\mathbb{RH}_2$ y el problema de optimización $\mathbb{RH}_\infty$. (2 horas)

Reformulación de los problemas de "Model Matching", Minimización de la Sensibilidad, Filtrado robusto; como un Problema de Nehari. (4 horas)

Referencias

1.- G.C. Goodwin and K.S.Sin, *Adaptive Filtering, Prediction and Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1984, (2nd edition 1989).

2.- S. Sastry and M. Bodson, *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness*, NJ: Prentice Hall, 1989.

3.- Vidyasagar, M., *Control System Synthesis: A Factorization Approach*, Cambridge, MA: MIT Press, 1985.

4.- Zhou, K. and J. C. Doyle, *Essentials of Robust Control*, Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1997.

13 Cursos Propedéuticos

Los programas de los cursos propedéuticos son:

13.1 Control Clásico

1.- **Algunos modelos de los sistemas lineales.**

- 1.1).- Planta o proceso, modelo, sistema.
  - 1.1.1).- Sistemas continuos-discretos.
  - 1.1.2).- Conexión de sistemas: conexión serie o cascada, paralelo y serie.paralelo.
- 1.2).- Propiedades de los sistemas.
  - 1.2.1).- Sistemas dinámicos/estáticos.
  - 1.2.2).- Sistemas invertibles/no invertibles,
  - 1.2.3).- Sistemas causales/no causales.
  - 1.2.4).- Sistemas variantes/invariantes en el tiempo.
  - 1.2.5).- Sistemas estables/inestables.
  - 1.2.6).- Estabilidad BIBO y en el sentido de Lyapunov.
  - 1.2.7).- Sistemas lineales/no lineales.

2.- **Cuatro modelos de los sistemas lineales.**

- 2.1).- Respuesta al impulso de los sistemas lineales.
  - 2.1.1).- Propiedad de corrimiento de la delta de Dirac, casos continuo-discreto.
    - 2.1.1.1).- Respuesta al impulso de los sistemas lineales.
  - 2.1.2).- Sumatoria/integral de convolución.
  - 2.1.3).- La respuesta al impulso de los sistemas lineales como modelo de éstos.
  - 2.1.4).- Propiedades del operador convolución.
  - 2.1.5).- Propiedades de los sistemas lineales en términos de su respuesta al impulso.
- 2.2).- Función de transferencia.
  - 2.2.1).- Definición de la transformada de Laplace.
  - 2.2.2).- Transformada de laplace de la integral de convolución.
  - 2.2.3).- Función de transferencia como modelo de los sistemas lineales.
  - 2.2.4).- Polos y ceros de las funciones de transferencia.
  - 2.2.5).- Señales propias de los sistemas lineales.
  - 2.2.6).- Propiedades de los sistemas en términos de su función de transferencia.

2.2.7).- Respuesta en frecuencia de los sistemas lineales.

2.2.8).- Respuesta en frecuencia: gráficas polares, diagramas de Bode.

2.3).- Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas.

2.3.1).- Las ecuaciones diferenciales lineales homogéneas como modelos de los sistemas dinámicos lineales.

2.3.2).- Relación entre los modelos de ecuaciones diferenciales lineales homogéneas, función de transferencia y respuesta al impulso.

2.4).- Modelo de espacio de estado a partir de una ecuacion diferencial lineal.

2.4.1).- Modelo en espacio de estado obtenido a partir de una ecuación diferencial lineal homogénea (variables de fase, modelo en espacio de estado en la forma canónica controlable).

2.4.2).- Relación entre los modelos de sistemas lineales de espacio de estado, función de transferencia, ecuaciones diferenciales y respuesta al impulso.

2.4.3).- Diagramas de computadora analógica.

2.4.4).- Linealización, determinación de los puntos de equilibrio y de la estabilidad de éstos, de un sistema no lineal.

2.4.5).- Modelo de espacio de estado para sistemas multivariables.

Control Clásico

3.- Estabilidad de sistemas de control lineales.

3.1).- Estabilidad BIBO.

3.1.1).- Relación entre las raíces de la ecuación característica y la estabilidad.

3.2).- Estabilidad de entrada cero y estabilidad asintótica.

3.3).- Criterio de Routh Hurwitz.

4.- Efectos de la retroalimentación.

4.1).- En la ganancia global.

4.2).- En la estabilidad.

4.3).- En la sensitividad.

4.4).- En las perturbaciones externas o ruido.

5.- Análisis de los sistemas de control en el dominio del tiempo.

5.1).- Respuesta de los sistemas a las señales típicas.

5.2).- Error en estado estable.

5.3).- Respuesta al escalón unitario y especificaciones en el dominio del tiempo.

5.4).- Respuesta transitoria de un sistema de segundo orden.

5.5).- Polos dominantes de la función de transferencia.

5.6).- Aproximación a sistemas de orden superior por sistemas de bajo orden.

6.- **Técnica del lugar de las raíces.**

6.1).- Propiedades básicas del lugar geométrico de las raíces.

6.2).- Construcción del lugar geométrico de las raíces.

6.3).- Algunos aspectos importantes sobre la construcción del lugar geométrico de las raíces.

7.- **Análisis en el dominio de la frecuencia.**

7.1).- Introducción.

7.1.1).- Respuesta en freecuencia de sistemas en lazo cerrado.

7.1.2).- Especificaciones en el dominio de la frecuencia.

7.2).- M , W y Ancho de banda del prototipode segundo orden.

7.2.1).- Pico de resonancia y frecuencia de resonancia.

7.2.2).- Ancho de banda.

7.3).- Efectos de la adición de un cero en la función de transferencia de la trayectoria directa.

7.4).- Efectos de la adición de un polo en la función de transferencia de la trayectoria directa.

7.5).- Criterio de estabilidad de Nyquist.

7.6).- Criterio de Nyquist para sistemas con función de transferencia de fase mínima.

7.7).- Relación entre el lugar geométrico de las raíces y el diagrama de Nyquist.

7.8).- Criterio general de Nyquist para funciones de transferencia de fase mínima y no mínima.

7.9).- Estabilidad relativa.

7.9.1).- Margen de ganancia.

7.9.2).- Margen de fase.

7.10).- Análisis de estabilidad con diagramas de Bode.

7.11).- Estabiliddad relativa relacionada con la pendiente de la curva de magnitud del diagrama de Bode.

7.12).- Análisis de estabilidad con los diagramas de Bode de magnitud y fase.

7.13).- Lugar geométrico de M-constante en el plano $G(jw)$.

7.14).- Lugar geométrico de fase constante en el plano $G(jw)$.

7.15).- Lugar geométrico de M-constante en el plano de magnitud fase: la carta de Nichols.

Referencias

1.- Oppenheim A.V., Willsky A.S. & Young I.T., *Signals and Systems*, Prentice-Hall Signal Processing Series.

2.- Kuo B.C., *Sistemas de Control Automático*, Séptima edición, Prentice-Hall.

13.2 Fundamentos de Álgebra Lineal

1.- **Conjuntos. Funciones y relaciones de equivalencia. Principio del buen orden. Inducción matemática.**

2.- **Espacios vectoriales y subespacios vectoriales. Combinaciones lineales y subespacio generado.**

3.- **Dependencia e independencia lineal. Bases y dimensión.**

4.- **Suma y suma directa de subespacios. Espacio cociente.**

5.- **Sistemas de ecuaciones lineales.**

6.- **Matrices. Suma, multiplicación, matrices invertibles, inversas, operaciones elementales de renglón, método de eliminación de Gauss-Jordan. Traspuesta de una matriz.**

7.- **Transformaciones lineales, núcleo e imagen. Representación matricial de una transformación lineal. Operadores lineales. Matriz cambio de base. Semejanza de matrices.**

8.- **Grupos de permutaciones y determinantes.**

9.- **Espacios euclidianos. Proceso de ortonormalización de Gram-Schmidt.**

Referencias

1.- Axler, Sheldon, *Linear Algebra Done Right*, Springer-Verlag, 1997.

2.- Grossman, Stanley I., *Álgebra Lineal*, quinta edición, McGraw-Hill, 1996.

3.- Halmos, Paul R., *Finite-dimentional Vector Spaces*, Springer-Verlag, 1974.

4.- Hoffman, Kenneth & Kunze Ray, *Álgebra Lineal*, Prentice-Hall, 1973.

5.- Lipschutz, Seymour, *Álgebra Lineal*, Schaum-McGraw-Hill, 1971.

6.- Nering, Evar D., *Linear Algebra and Matrix Theory*, second edition, Wiley, 1970.

13.3 Fundamentos de Análisis Real

1.- **Números reales y funciones.** 5 horas.

1.1).- Operaciones de los números reales.

1.2).- Funciones de variable real.

1.3).- Valor absoluto y parte entera.

1.4).- Supremo e ínfimo de conjuntos reales.

2.- **Límites y continuidad.** 7 horas.

2.1).- Límite de una función.

2.2).- Propiedades y operaciones de límites de funciones.

2.3).- Límite por la izquierda y por la derecha.

2.4).- Funciones continuas.

2.5).- Funciones continuas en un intervalo.

2.6).- Imagen de intervalos cerrados y de intervalos abiertos bajo funciones continuas.

2.7).- Funciones monótonas.

3.- **Sucesiones reales.** 7 horas.

3.1).- Límite de una sucesión.

3.2).- Teoremas de límites.

3.3).- Algunos ejemplos importantes: r^n, $\dfrac{r^n}{n^m}$, $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}$, $\sqrt[n]{n}$.

3.4).- Propiedad de la intersección de intervalos encajados.

3.5).- Sucesiones recurrentes.

4.- **Derivada de una función.** 9 horas.

4.1).- Definición de derivada. Interpretación geométrica de la derivada.

4.2).- Derivada por la derecha y por la izquierda.

4.3).- Extremos de una función. Máximos y mínimos locales.

4.4).- Teoremas de Rolle, valor medio y de crecimiento acotado.

4.5).- Funciones convexas y cóncavas.

5.- **Integral de Riemann de funciones de variable real.** 7 horas.

5.1).- Integral superior e inferior. Definición de integral de Riemann.

5.2).- Funciones integrables.

5.3).- Propiedades de la integrales. Teorema del valor medio.

5.4).- Primitivas. Teorema fundamental del cálculo.

Referencias

1.- Apostol, Tom M., *Análisis Matemático*, Reverté, 1960.

2.- Bartle, Robert G., *The Elements of Real Analysis*, Wiley, 1964.

3.- Liret, François y Martinais Dominique, *Mathématiques pour le DEIG. Analyse* 1$^{\text{re}}$ *année*, Dunod, Paris, 1997.

4.- Rudin, Walter, *Principles of Mathematical Analysis*, Second Edition, McGraw-Hill, 1964. (*Análisis Matemático*, Mc. Graw Hill).

5.- Spivak, Michael, *Calculus. Cálculo Infinitesimal*, Reverté, S.A., 1970.

Aprobado por la Secretaría Académica del CINVESTAV el 31 de agosto de 2004